第11卷 第5期　　电子科学学刊　　Vol. 11. No. 5
1989 年 9 月　　JOURNAL OF ELECTRONICS　　Sept., 1989

最佳二进阵列研究*

杨 义 先
(北京邮电学院信息工程系,北京)

摘要　本文首次找出了最佳二进阵列与高维 Hadamard 矩阵之间的密切关系,并用 Fourier 变换理论对最佳二进阵列的谱特性进行了研究，得到了几个有趣的新结果. 文中还给出了最佳二进阵列研究中的几个未解决的问题.

关键词　最佳二进阵列; Fourier 变换;编码; Hadamard 矩阵,

一、引　言

最佳二进阵列是一种性能很好的伪噪声阵列,它是由 Calabro 和 Wolf 于 1967 年引入的[1],其定义如下:

定义 1　设 $S=[S(x_1,\cdots,x_n)]$ 是一个 n 维 $N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 阶的矩阵。其中 $0\leqslant x_i\leqslant N_i-1$, $(1\leqslant i\leqslant n)$. 如果高维矩阵 S 满足:

(1) 元素为 ± 1,即 $S(x_1,\cdots,x_n)=\pm 1$.

(2) 异相自相关函数为 0. 即:

$$\sum_{x} S(x_1,\cdots,x_n)S(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)=\begin{cases}E, & 当\ (r_1,\cdots,r_n)=(0,\cdots,0)\\ 0, & 当\ (r_1,\cdots,r_n)\neq(0,\cdots,0)\end{cases}$$

那么就称 S 是体积为 $E=N_1\times\cdots\times N_n$ 的 n 维最佳二进阵列. (其中 x_i+r_i 应理解为 $(x_i+r_i)\bmod N_i$).

长期以来人们对最佳二进阵列进行了不断的研究，特别是最近几年来这方面的研究尤为活跃，并且在存在性和构造法方面取得了若干进展[1-6]. 例如 1967 年 Calabro 和 Wolf 构造出了体积为 2×2 和 4×4 的 2 维最佳阵列, 1987 年 Luke 找出了体积为 2×8, 6×6, 3×12 的 2 维最佳二进阵列和体积为 $4\times 3\times 3$ 和 $3\times 2\times 6$ 的 3 维最佳二进阵列以及体积为 $2\times 2\times 3\times 3$ 的 4 维最佳二进阵列. 1988 年苏联学者和英国学者又找到了体积为 12×12, 6×24, 4×16, 8×32, 16×16, 12×48, 24×24 的 2 维最佳二进阵列. 李世群首次找到了体积为 8×8 的 2 维最佳二进阵列. 最近 Luke 又宣布他找到了体积为 $\{64, 144, 256,\cdots\}$ 的 3 维或更高维的最佳二进阵列. 但是到目前为止，无人发现最佳二进阵列与高维 Hadamard 矩阵之间存在着非常密切的关系. 由于在高维 Hadamard 矩阵的理论研究中已经取得了若干成果[7-13], 所以指明最佳二进阵列与高维 Hadamard 矩阵之间的关系对于促进它们的研究是很有意义的. 本文

* 1987 年 11 月 9 日收到, 1988 年 7 月 13 日修改定稿.

还对最佳二进阵列的 Fourier 谱进行了研究，得到了几个很有趣的新结果。

二、一维最佳二进阵列的存在性讨论

到目前为止，在一维最佳二进阵列的研究方面几乎未取得任何重要的结果。已知的一维最佳二进阵列仅有 $S=\{1,\ 1,\ 1,\ -1\}$，并且 1979 年 Baumert 借助于大型计算机发现长度小于 12100 的一维二进序列中不存在第二个一维最佳二进阵列。

在 Hadamard 矩阵的理论中有这样一个著名的猜想（称为循环 Hadamard 猜想）："不存在 $4k$（$k>1$）阶完全循环的 Hadamard 矩阵"。

另一方面根据最佳二进阵列的定义可知：如果 $b_1b_2\cdots b_r$ 是一个一维最佳二进阵列，那么如下矩阵 B 就是一个 r 阶完全循环的 Hadamard 矩阵。其中：

$$B=\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_r \\ b_2 & b_3 & \cdots & b_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_r & b_1 & \cdots & b_{r-1} \end{bmatrix}$$

由上可见一维最佳二进阵列的研究等价于循环 Hadamard 猜想的研究。如果循环 Hadamard 猜想正确那么就不存在长度大于 4 的一维最佳二进阵列。

关于循环 Hadamard 猜想的研究，张西华[7]、潘建中[8]宣布已经证明了循环 Hadamard 猜想，但我们则认为循环 Hadamard 猜想至今仍然是一个谜，虽然有若干证据表明此猜想很可能是正确的，即很可能不存在长度大于 4 的一维最佳二进阵列。

关于 2 维最佳二进阵列的存在性也还有许多问题有待解决。例如人们至今未能找到体积为 $\{144,196,256,\cdots,(2S)^2,\cdots\}$ 的 2 维最佳二进阵列。

奇怪的是 3 维或更高维的最佳二进阵列的存在性研究已经取得了很多成就。

三、最佳二进阵列与高维 Hadamard 矩阵之间的关系

从上节我们已经看出一维最佳二进阵列与 Hadamard 矩阵之间存在着紧密的关系。本节中我们将把此关系推广到高维情形。首先复述高维 Hadamard 矩阵的定义如下：

定义 2[10]： 设 $H=[H(x_1,\cdots,x_n)]$ 是一个 n 维 $N\times N\times\cdots\times N$，$(0\leqslant x_i\leqslant N-1)$ 阶矩阵。称 H 是一个 n 维 Hadamard 矩阵，当且仅当 $H(x_1,\cdots,x_n)=\pm 1$，并且如下 n 个等式对任意 $\alpha\neq\beta\,(0\leqslant\alpha,\ \beta\leqslant N-1)$ 成立：

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{0\leqslant x_2,\cdots,x_n\leqslant N-1} H(\alpha,x_2,\cdots,x_n)H(\beta,x_2,\cdots,x_n)=0 \\ \displaystyle\sum_{0\leqslant x_1,x_3,\cdots,x_n\leqslant N-1} H(x_1,\alpha,x_3,\cdots,x_n)H(x_1,\beta,x_3,\cdots,x_n)=0 \\ \vdots \\ \displaystyle\sum_{0\leqslant x_1,\cdots,x_{n-1}\leqslant N-1} H(x_1,\cdots,x_{n-1},\alpha)H(x_1,\cdots,x_{n-1},\beta)=0 \end{cases}$$

由定义 1 和定义 2 可得：

定理 1 设 $S=[S(x_1,\cdots,x_n)]$ 是一个体积为 $N\times N\times\cdots\times N$ 的 n 维最佳二进阵列. 若令:

$$H(x_1,\cdots,x_n,x_{n+1})=S(x_1+x_{n+1},x_2+x_{n+1},\cdots,x_n+x_{n+1})$$

$(0\leqslant x_i\leqslant N-1,\ 1\leqslant i\leqslant n+1)$. 那么 $(n+1)$ 维矩阵 $H=[H(x_1,\cdots,x_{n+1})]$ 就是一个体积为 $N\times N\times\cdots\times N$ 的 $(n+1)$ 维 Hadamard 矩阵. (其中 x_i+x_{n+1} 意指模 N 加, 即 $(x_i+x_{n+1})\bmod N$).

证明 设 $0\leqslant\alpha\neq\beta\leqslant N-1$

$$\sum_{0\leqslant x_1,\cdots,x_n\leqslant N-1}H(x_1,\cdots,x_n,\alpha)H(x_1,\cdots,x_n,\beta)$$

$$=\sum_{0\leqslant x_1,\cdots,x_n\leqslant N-1}S(x_1+\alpha,\cdots,x_n+\alpha)S(x_1+\beta,\cdots,x_n+\beta)$$

$$=\sum_{0\leqslant x_1,\cdots,x_n\leqslant N-1}S(x_1,\cdots,x_n)S(x_1+(\beta-\alpha),\cdots,x_n+(\beta-\alpha))$$

$$\overset{S\text{是最佳二进阵列}}{=\!=\!=\!=\!=}0$$

$$\sum_{0\leqslant x_2,\cdots,x_{n+1}\leqslant N-1}H(\alpha,x_2,\cdots,x_{n+1})H(\beta,x_2,\cdots,x_{n+1})$$

$$=\sum_{0\leqslant x_2,\cdots,x_{n+1}\leqslant N-1}S(\alpha+x_{n+1},x_2+x_{n+1},\cdots,x_n+x_{n+1})S(\beta+x_{n+1},x_2+x_{n+1},\cdots,x_n+x_{n+1})$$

$$=\sum_{0\leqslant x_2,\cdots,x_{n+1}\leqslant N-1}S(x_1,\cdots,x_n)S(x_1+(\beta-\alpha),x_2,\cdots,x_n)$$

$$\overset{S\text{是最佳二进阵列}}{=\!=\!=\!=\!=}0$$

同理可证 H 矩阵满足定义 2 的其它条件.

证毕.

实际上除定理 1 外还有许多别的利用最佳二进阵列构造高维 Hadamard 矩阵的方法. 下面仅以一例说明:

定理 1′ 设 $S=[S(x_1,\cdots,x_n)]$ 是体积为 $N\times N\times\cdots\times N$ 的 n 维最佳二进阵列. $(0\leqslant x_i\leqslant N-1)$. 若令: $H(x_1,\cdots,x_{n+1})=S(x_1+x_2,x_2+x_3,\cdots,x_{n-1}+x_n,x_n+x_{n+1})$ 那么矩阵 $H=[H(x_1,\cdots,x_{n+1})]$ 也是一个体积为 $N\times N\times\cdots\times N$ 的 $(n+1)$ 维 Hadamard 矩阵.

证明 仿定理 1. 略去.

上面的定理揭示了最佳二进阵列与高维 Hadamard 矩阵之间的密切关系. 由于目前在高维 Hadamard 矩阵研究方面已取得了若干成就. 因此我们相信定理 1 将有助于最佳二进阵列的进一步研究.

四、最佳二进阵列的平衡性

既然最佳二进阵列是一种伪噪声阵列，那么在体积为 E 的最佳二进阵列中“1”的个

数是多少？"-1"的个数又是多少？本节给出此问题的答案如下：

定理 2　在体积为 E 的最佳二进阵列中"1"的个数是 $\frac{1}{2}(E\pm\sqrt{E})$；而"$-1$"的个数为 $\frac{1}{2}(E\mp\sqrt{E})$.

此定理的证明过程较长．先介绍一些概念和引理作为准备工作．

设 $S=[S(x_1,\cdots,x_n)]$ 是一个体积为 $E=N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 的 n 维最佳二进阵列．若将 S 中的"-1"变为"1"；同时将 S 中的"1"变为"0"以后所得的 0,1 矩阵记为 $T=[t(x_1,\cdots,x_n)]$．那么 T 中"1"的个数就是 S 中"-1"的个数．记此个数为 p.

引理 1　记 p 如上．那么 $p=\frac{1}{4}E+l$．其中

$$l=\sum_x t(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)t(x_1,\cdots,x_n).\ (r_1,\cdots,r_n)\neq(0,\cdots,0)$$

证明　由 S 和 T 的关系可知：$S(x_1,\cdots,x_n)=(-1)^{t(x_1,\cdots,x_n)}$

再因为 S 是最佳二进阵列，所以对任意的 $(r_1,\cdots,r_n)\neq(0,\cdots,0)$ 成立：

$$\sum_x[t(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)\oplus t(x_1,\cdots,x_n)]=\frac{1}{2}E \tag{1}$$

（其中$\oplus$表示模 2 和）．

又 $a\oplus b=a+b-2ab$，$(a,\ b=0$ 或 $1)$.

$$p=\sum_x t(x_1,\cdots,x_n)=\sum_x t(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)$$

所以(1)式变为：

$$\sum_x[t(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)+t(x_1,\cdots,x_n)$$
$$-2t(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)t(x_1,\cdots,x_n)]=\frac{1}{2}E$$

即 $2p-2l=\frac{1}{2}E$，$p=\frac{1}{4}E+l$．证毕．

引理 2　$p=\frac{1}{2}(E\pm\sqrt{E})$

证明　因为对任意 $(r_1,\cdots,r_n)\neq(0,\cdots,0)$ 有：

$$\sum_x t(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)t(x_1,\cdots,x_n)=l$$

所以

$$\sum_{(r_1,\cdots,r_n)\neq(0,\cdots,0)}\sum_x t(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)t(x_1,\cdots,x_n)=(E-1)l \tag{2}$$

但是(2)式左边 $=\sum_x[t(x_1,\cdots,x_n)\sum_{r\neq 0}t(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)]$

$$= \sum_x t(x_1, \cdots, x_n)\left[\sum_r t(x_1 + r_1, \cdots, x_n + r_n) - t(x_1, \cdots, x_n)\right]$$

$$= \sum_x t(x_1 \cdots, x_n)[p - t(x_1, \cdots, x_n)]$$

$$= p\sum_x t(x_1, \cdots, x_n) - \sum_x [t(x_1, \cdots, x_n)]^2 = p^2 - p$$

(最后一个等式是因为 $[t(x_1, \cdots, x_n)]^2 = t(x_1, \cdots, x_n)$)

所以从(2)式可知:

$$p^2 - p = (E-1)l \xlongequal{\text{引理 1}} (E-1)\left(p - \frac{1}{4}E\right)$$

于是

$$\left(p - \frac{1}{2}E\right)^2 = \frac{1}{4}E,\ p = \frac{1}{2}(E \mp \sqrt{E}) \qquad \text{证毕.}$$

上述引理 2 的证明实际上也就完成了定理 2 的证明. 因为 p 就是最佳二进阵列中"-1"的个数. 而最佳二进阵列 S 中"1"的个数为:

$$E - p = E - \frac{1}{2}(E \pm \sqrt{E}) = \frac{1}{2}(E \mp \sqrt{E})$$

到此为止我们就完成了定理 2 的证明.

五、最佳二进阵列的 Fourier 谱特性

上节中我们用较长的篇幅证明了定理 2，从而回答了最佳二进阵列的平衡性问题. 现在将研究最佳二进阵列的 Fourier 谱特性，并且利用谱特性给出上节定理 2 的一个非常简单的证明. 可见 Fourier 变换在最佳二进阵列的研究中是很有用的.

为清楚起见先研究 2 维最佳二进阵列.

定理 3 设 $S = [S(m, n)]$ 是一个体积为 $M \times N$ 的最佳二进阵列; $F_S = [F_S(u, v)]$ 是 S 的 2 维 Fourier 变换谱系数. 那么必有:

$$|F_S(u, v)|^2 = MN$$

此处 $|F_S(u, v)|$ 表示复数 $F_S(u, v)$ 的模.

在证明定理 3 之前首先列出 2 维 Fourier 变换的定义和主要性质[12]:

$$F_S(u, v) = \sum_{m,n} S(m, n) W_1^{mu} W_2^{nv}$$

$$S(m, n) = \frac{1}{MN}\sum_{u,v} F_S(u, v) W_1^{-mu} W_2^{-nv}$$

其中 $$W_1 = \exp\left(\frac{2\pi i}{M}\right),\ W_2 = \exp\left(\frac{2\pi i}{N}\right)$$

性质 1 $F_S(0, 0) = \sum_{m,n} S(m, n)$

性质 2 如果 $S_1 = [S_1(m, n)] = [S(m + \alpha, n + \beta)]$

那么 $$F_{S_1}(u, v) = W_1^{-\alpha u} W_2^{-\beta v} F_S(u, v)$$

性质 3　如果 $A=[A(m,n)]=[B(m,n)D(m,n)]$

那么
$$F_A(u,v)=\frac{1}{MN}(F_B\otimes F_D)(u,v)$$
$$=\frac{1}{MN}\sum_{x,y}F_B(u-x,v-y)F_D(x,y)$$

性质 4　$F_S(u,v)$ 与 $F_S(-u,-v)$ 互为共轭复数。

性质 5　$\sum_{m,n}|S(m,n)|^2=\frac{1}{MN}\sum_{u,v}|F_S(u,v)|^2$

现在开始证明定理 3。

令：
$$S_2=[S_2(m,n)]=[S(m,n)S_1(m,n]$$
$$=[S(m,n)S(m+\alpha,n+\beta)],\ ((\alpha,\beta)\neq(0,0))$$

根据性质 3 有：
$$F_{S_2}(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x,y}F_S(x,y)F_{S_1}(u-x,v-y)$$
$$\xlongequal{\text{由性质 2}}\frac{1}{MN}\sum_{x,y}W_1^{-\alpha(u-x)}W_2^{-\beta(v-y)}F_S(x,y)F_S(u-x,v-y)$$

于是：
$$F_{S_2}(0,0)=\frac{1}{MN}\sum_{x,y}|F_S(x,y)|^2W_1^{\alpha x}W_2^{\beta y}\tag{3}$$

而由性质 1 知：
$$F_{S_2}(0,0)=\sum_{m,n}S_2(m,n)=\sum_{m,n}S(m,n)S(m+\alpha,n+\beta)$$
$$\xlongequal{S\text{ 是最佳二进阵列}}\begin{cases}MN, & \text{当 }(\alpha,\beta)=(0,0)\\ 0, & \text{当 }(\alpha,\beta)\neq(0,0)\end{cases}$$

因此上面的(3)式可写为：
$$F_0(\alpha,\beta)\triangleq\sum_{x,y}|F_S(x,y)|^2W_1^{\alpha x}W_2^{\beta y}=\begin{cases}(MN)^2, & \text{当 }(\alpha,\beta)=(0,0)\\ 0, & \text{当 }(\alpha,\beta)\neq(0,0)\end{cases}$$

于是 $|F_S(x,y)|^2$ 的 Fourier 变换谱系数矩阵 $[F_0(\alpha,\beta)]$ 就全部已知，再对 $[F_0(\alpha,\beta)]$ 求 Fourier 逆变换就可立即得出：
$$|F_S(x,y)|^2=\frac{1}{MN}\sum_{\alpha,\beta}F_0(\alpha,\beta)W_1^{-\alpha x}W_2^{-\beta y}=MN$$

证毕.

利用高维 Fourier 变换，上面的定理 3 可推广为如下的：

定理 3′　设 $S=[S(x_1,\cdots,x_n)]$ 是一个体积为 E 的 n 维最佳二进阵列，$F_S(u_1,\cdots,u_n)$ 是 S 的 n 维 Fourier 变换谱系数。那么必有：
$$|F_S(u_1,\cdots,u_n)|^2=E$$

此定理的证明与定理 3 相似. 略去.

定理 3′ 有一些非常有趣的推论. 例如：

推论 1 如果 $S=[S(x_1,\cdots,x_n)]$ 是体积为 E 的最佳二进阵列，那么

$$\sum_x S(x_1,\cdots,x_n)=\pm\sqrt{E}$$

推论 1 实际上就是上节中的定理 2，而现在的证明却十分简单。实际上 p 是 S 中"-1"的个数，$E-p$ 是 S 中"1"的个数。由推论 1 知

$$p-(E-p)=\pm\sqrt{E} \quad 即 \quad p=\frac{1}{2}(E\pm\sqrt{E})$$

推论 2 如果 $S=[S(x_1,\cdots,x_n)]$ 是体积为 $E=N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 的最佳二进阵列，并且各 N_i 均是偶数。那么

$$\sum_{x_1+\cdots+x_n\ 为偶数} S(x_1,\cdots,x_n)=0 \quad 或 \quad \pm\sqrt{E}$$

同理：

$$\sum_{x_1+\cdots+x_n\ 为奇数} S(x_1,\cdots,x_n)=0 \quad 或 \quad \pm\sqrt{E}$$

证明 由于 $\frac{1}{2}N_i$ 为整数。据定理 3′ 有：$\left|F_S\left(\frac{N_1}{2},\cdots,\frac{N_n}{2}\right)\right|^2=E$

但是另一方面：

$$F_S\left(\frac{N_1}{2},\cdots,\frac{N_n}{2}\right)=\sum_x S(x_1,\cdots,x_n)W_1^{\frac{N_1}{2}x_1}\cdots W_n^{\frac{N_n}{2}x_n}$$

$$=\sum_x S(x_1,\cdots,x_n)(-1)^{x_1+\cdots+x_n}$$

最后一个等式是因为：

$$W_j^{\frac{N_j}{2}x_j}=\exp\left[\left(\frac{2\pi i}{N_j}\right)\cdot\frac{N_j}{2}\cdot x_j\right]=\exp(\pi i x_j)=\cos(\pi x_j)=(-1)^{x_j}$$

这也就是说：

$$\sum_{x_1+\cdots+x_n 为偶} S(x_1,\cdots,x_n)-\sum_{x_1+\cdots+x_n 为奇} S(x_1,\cdots,x_n)=\pm\sqrt{E}$$

但是从推论 1 知：

$$\sum_{x_1+\cdots+x_n 为偶} S(x_1,\cdots,x_n)+\sum_{x_1+\cdots+x_n 为奇} S(x_1,\cdots,x_n)=\pm\sqrt{E}$$

因此立即可知推论 2 正确。证毕。

六、一般单值相关伪噪声阵列的谱方法研究

上节中我们用 Fourier 变换谱方法研究了最佳二进阵列。正如引言中指出的那样：最佳二进阵列是一种非常特殊的单值相关伪噪声阵列。常见的其它单值相关伪噪声阵列还有平方剩余码，辛格码，m 序列，雅可比码和霍尔码等[13]。所有这些单值相关伪噪声阵列都有这样一个共性：异相自相关系数为常数 c。（当 c 为 0 时，它就是最佳二进阵列）。现在我们就用 Fourier 变换谱方法对单值相关伪噪声阵列进行统一的研究。由于证明方

法与前相似，故略去证明过程。

定义 3　设 $P=[P(x_1,\cdots,x_n)]$ 是一个体积为 $E=N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 的矩阵。称 P 为一个单值 (c) 相关伪噪声阵列，当且仅当：

$$P(x_1,\cdots,x_n)=\pm 1$$

并且

$$\sum_x P(x_1,\cdots,x_n)P(x_1+r_1,\cdots,x_n+r_n)=\begin{cases}E, & 当\ (r_1,\cdots,r_n)=(0,\cdots,0)\\ c & 当\ (r_1,\cdots,r_n)\neq(0,\cdots,0)\end{cases}$$

定理 4　设 $P=[P(x_1,\cdots,x_n)]$ 是体积为 E 的 n 维单值 (c) 相关伪噪声阵列，$F_P(u_1,\cdots,u_n)$ 是 P 的 n 维 Fourier 变换谱系数。那么：

$$|F_P(u_1,\cdots,u_n)|^2=\begin{cases}E+c(E-1), & 当\ (u_1,\cdots,u_n)=(0,\cdots,0)\\ E-c, & 当\ (u_1,\cdots,u_n)\neq(0,\cdots,0)\end{cases}$$

推论 3　单值 (c) 相关伪噪声阵列 $P=[P(x_1,\cdots,x_n)]$ 中"1"的个数为 $(E\pm\sqrt{E+c(E-1)})/2$；而"-1"的个数为 $(E\mp\sqrt{E+c(E-1)})/2$。

对 m 序列等而言，由于 $c=-1$ 所以"1"的个数为 $(E\pm 1)/2$，而"-1"的个数为 $(E\mp 1)/2$。即是说 m 序列的平衡性非常好。

推论 4　设 $P=[P(x_1,\cdots,x_n)]$ 是单值 (c) 相关伪噪声阵列。那么有：

$$\sum_{x_1+\cdots+x_n为偶}P(x_1,\cdots,x_n)=\pm\frac{1}{2}\left(\sqrt{E-c}+\sqrt{E+c(E-1)}\right)或者$$

$$\left(\pm\frac{1}{2}(\sqrt{E-c}-\sqrt{E+c(E-1)}\right)$$

同理：

$$\sum_{x_1+\cdots+x_n为奇}P(x_1,\cdots,x_n)=\pm\frac{1}{2}\left(\sqrt{E-c}-\sqrt{E+c(E-1)}\right)或者$$

$$\pm\frac{1}{2}\left(\sqrt{E-c}+\sqrt{E+c(E-1)}\right)$$

感谢胡正名、周炯槃，蔡长年教授的指导，感谢李世群同志的合作。

参　考　文　献

[1] D. Calabro, J. K. Wolf, *Inform. and Control*, 11(1967), 537—560.
[2] B. Gordon, *IEEE Trans. on IT*, IT-7(1966), 486—487.
[3] L. D. Baumber, Cyclic Difference Sets, Spring-Verlag, Berlin, 1971, pp. 96—98.
[4] H. D. Luke, *Frequenz*, 41(1987), 56—67.
[5] Yang Yi-xian, *IEE Electron. Lett.*, 23(1987), 1277—1278.
[6] L. L. Bomer, *IEE Electron. Lett.* 23(1987), 730—732.
[7] 张西华，科学通报，1984 年，24 期，第 1485—1486 页.
[8] 潘建中，科学通报，1986 年，9 期，第 719 页.
[9] 杨义先，科学通报，1986 年，2 期，第 85—89 页.
[10] P. J. Shlichta, *IEEE Trans. on IT*, IT-25(1979)5, 566—572.
[11] J. Hammer, J. R. Seberry, *IEEE Trans. on IT*, IT-27(1981)6, 772—779.

[12] N. 阿罕麦德，K. R. 罗著，胡正名，陆传赉译，数字信号处理中的正交变换，人民邮电出版社，1979年，第一版.
[13] M. 斯维尔德利克著，郭桂蓉译，最佳离散信号，电子工业出版社，1984年，第一版.

ON THE PERFECT BINARY ARRAYS

Yang Yixian

(Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing)

Abstract The close relationship between the perfect binary arrays and higher dimensional hadamard matrices is discovered. Some very interesting results in Fourier transform of perfect binary arrays are shown and a few open problems are also pointed out.

Key words Perfect binary arrays; Fourier transform; Coding; Hadamard matrix.