

一种计算电磁耦合微带振子上电流分布的新方法¹

朱 旗 徐善驾

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系 合肥 230027)

摘 要 微带天线振子上电流分布以及微带天线阵中单元间相互耦合分析是微带天线及其阵列分析的关键, 由于此分析过程涉及到 Sommerfeld 积分, 使得微带天线上电流分布的求解十分烦琐、费时。为此, 本文提出了一种基于 Chebyshev 多项式展开的方法来计算 Sommerfeld 积分, 进一步求出微带天线上电流分布。结果表明, 这种方法在保持较高计算精度的同时大大地提高了计算效率。

关键词 Sommerfeld 积分 (SI), 微带天线, 格林函数

中图分类号 TN823

1 引 言

微带天线及其阵列由于具有体积小、重量轻、容易共型、便于与馈线进行集成制作等特点, 被广泛地应用于航空和航天领域, 特别是现代机载雷达系统中。成功设计微带天线及其阵列需要求解微带天线上的电流分布, 同时也要对微带天线阵中微带振子间、馈线间以及微带振子与馈线间的耦合有较深入的了解。

在使用矩量法、谱域法对以上问题进行分析时, 不可避免地会遇到 Sommerfeld 积分的求解问题, 由于在该积分中存在着积分奇点以及振荡的 Bessel 函数, 使得对其求解十分困难, 已有的求解方法大都存在一定的局限性。为了能够高效、准确地计算 Sommerfeld 积分, 本文提出一种基于 Chebyshev 多项式展开方法计算 Sommerfeld 积分, 并将此种方法应用到耦合微带天线上电流分布的计算中。计算表明使用该方法在大大地提高计算效率的同时取得了与文献吻合较好的结果。

2 基本原理

2.1 电磁耦合微带振子及其馈线所产生的电场

考虑图 1 所示的微带天线及其馈线, 其中馈线是通过电磁耦合方式对微带振子进行馈电的。由求解电磁场的 Pocklington 积分方程^[1] 可得微带振子及其馈线所产生的真空和介质中 ($i = 1, 2$) 的电场表达式如下:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{v=1,2} \iint_{dS_v} \overline{\mathbf{G}}_v^i(\mathbf{r}/\mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_v(\mathbf{r}') dS_v, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

并矢格林函数 $\overline{\mathbf{G}}_v^i(\mathbf{r}/\mathbf{r}') = [k_i^2 \overline{\mathbf{I}} + \nabla \nabla] \cdot \mathbf{F}_v^i(\mathbf{r}/\mathbf{r}')$, k_1 、 k_2 分别为真空、介质中的波数, 下标 $v=1$ 、 2 分别为微带振子和馈线所引起的分量。

设振子以及馈线的宽度远小于介质中波长, 因而微带振子和馈线上的电流是单向的 (设沿 x 方向), 其表达式为

$$\mathbf{J}_v(\mathbf{r}) = x J_x^v(x') J_y^v(y'), \quad (2)$$

¹ 1997-10-13 收到, 1998-09-14 定稿

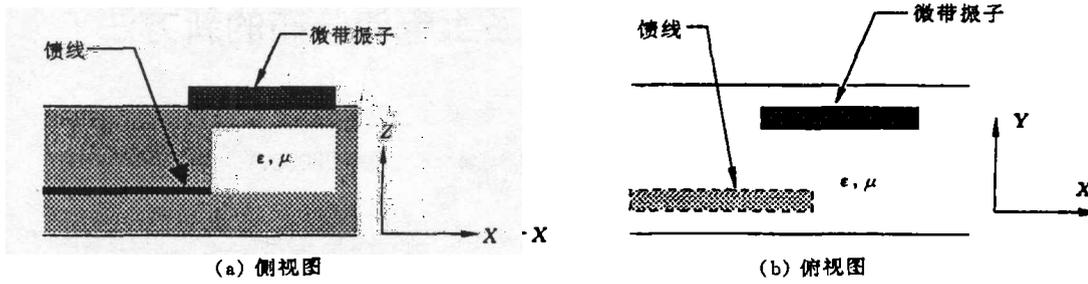


图 1 电磁耦合结构微带天线示意图

电流随 y 的变化关系由文献 [2] 给出:

$$J_y^v(y') = (2/w_e^v)[1 - (2/w_e^v)^2]^{1/2}, \quad (3)$$

w_e^v 是微带振子和馈线的有效宽度. 电流随 x 的变化关系 $J_x^v(x')$ 将在以下内容讨论. 将 (2)、(3) 式代入 (1) 式得

$$E_x^i(\mathbf{r}) = \sum_{v=1,2} \int_0^{L_v} dx' \int_{-w_v/2}^{w_v/2} \frac{dy'}{[1 - (2y'/w_e^v)^2]} \left(\frac{2}{w_e^v \pi} \right) \cdot \left\{ k_i^2 \cdot F_{vxx}^i + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (F_{vxx}^i - F_{vz}^i) \right\} J_x^v(x'). \quad (4)$$

从 (4) 式看出, 只要求出介质中格林函数以及 x 方向的电流分布, 就可以求解出微带天线的辐射场.

2.2 并矢格林函数的计算

用于求解微带介质结构中的并矢格林函数可表述为以下形式 [3]:

$$\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}/\mathbf{r}') = (k_i^2 \bar{\mathbf{I}} + \nabla \nabla) F_v^i(\mathbf{r}/\mathbf{r}') = k_i^2 F_{vxx}^i + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (F_{vxx}^i - F_{vz}^i), \quad (5)$$

其中

$$F_{vxx}^i = 2 \left(\frac{j\omega\mu_0}{4\pi k_i^2} \right) \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) e^{-u_0 t_1 \delta_{i1}} \cdot \{1 - \delta_{i2} \delta_{v2} + \delta_{i2} \delta_{v2} [u \cosh(ub_s) + u_0 \sinh(ub_s)]\} \cdot \frac{\sinh[u(h - b'_s + b'_s \delta_{i1} \delta_{v1})]}{f_1(\lambda, h)} d\lambda, \quad (6a)$$

$$F_{vz}^i = 2 \left(\frac{j\omega\mu_0}{4\pi k_i^2} \right) (\epsilon_r - 1) \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) e^{-u_0 t_1 \delta_{i1}} \cdot \frac{\delta_{i1} u_0 \cosh(uh)}{f_1(\lambda, h)} \cdot \frac{\sinh[u(h - b'_s + b'_s \delta_{i1} \delta_{v1})]}{f_1(\lambda, h)} d\lambda, \quad (6b)$$

其中, $\rho = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, (6) 式中形如:

$$F(\mathbf{r}/\mathbf{r}') = \int_0^\infty J_m(\lambda\rho) f(\lambda) d\lambda \quad (7)$$

的积分称为 Sommerfeld 积分, 下面以 (7) 式为 Sommerfeld 积分的一般表达式加以讨论.

由于 (5) 式中存在二阶微分项, 使得 Sommerfeld 积分中存在着高阶的 Bessel 函数, 由于 Bessel 函数的振荡性以及存在于 $f(\lambda)$ 中的表面波奇点, 使得 Sommerfeld 积分收敛很慢, 难以计算. 为此在本文中采取以下方法:

(1) 去除被积式中的表面波奇点

设 λ_0 为 Sommerfeld 积分 (SI) 被积式在 $[0, \lambda_1]$ 积分区域内的极点, 将该积分分为以下三段:

$$\mathbf{SI} = \int_0^{\lambda_1} (J_m(\lambda\rho)f(\lambda) - F(\lambda))d\lambda + \int_0^{\lambda_1} F(\lambda)d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\infty} (J_m(\lambda\rho)f(\lambda))d\lambda, \quad (8)$$

其中 $F(\lambda) = 2\pi\lambda + \lambda_1 P/(\lambda_1 - \lambda)$, λ_1 为介质中波长, P 为 $J_m(\lambda\rho)f(\lambda)$ 在 λ_0 处的留数.

(2) 利用 Chebyshev 多项式展开计算 Sommerfeld 积分

对第一项和第三项的积分变量作以下变换, 令 $\lambda = \lambda_1 \sin \xi$, $z_1 = 4\xi/(\pi - 1)$, 则第一项变为

$$\mathbf{SI1} = \frac{\pi}{4} \int_{-1}^1 \frac{[J_m(\lambda\rho)f(\lambda) - F(\lambda)] \cdot \sqrt{1 - z_1^2} \cdot \lambda_1 \cos[\pi(z_1 + 1)/4]}{\sqrt{1 - z_1^2}} dz_1. \quad (9)$$

令 $\lambda = \lambda_1 \cdot \cosh \xi$, $z_1 = 4\xi/(a - 1)$, 则第三项变为

$$\mathbf{SI3} = \frac{a}{4} \int_{-1}^1 \frac{[J_m(\lambda\rho)f(\lambda, z)] \cdot \sqrt{1 - z_1^2} \cdot \lambda_1 \sin h[a(z_1 + 1)/4]}{\sqrt{1 - z_1^2}} dz_1. \quad (10)$$

(10) 式中的 a 为 Sommerfeld 积分的截断点 (9)、(10) 式中被积式的分子 (设为 Φ 皆可利用 Chebyshev 多项式展开:

$$\Phi = \sum_{k=0}^{N_i-1} \left[\frac{2 - \delta(k)}{2} \right] c_{i,k+1} T_k(z), \quad (11)$$

系数项 $c_{i,k+1}$ 可利用 Chebyshev 多项式的正交性计算得出. 在利用上式对 Sommerfeld 积分进行求解时, 为了控制精度, 必须对 (11) 式中的 N_i 进行选择, 对于 (8) 式中的第一项, 由于积分区间小, N_i 只需取较小的值就可以达到理想的精确效果; 对于第三部分积分, 由于其积分区间趋于无穷, 为了保证积分计算的精度, 就存在积分区域的截断问题, 在 (10) 式中截断点 a 越大, 精度越高, 但包含了 a 的高阶 Bessel 函数的振荡就越强, 计算量就越大. 为此, 本文中首先采用以下变换将高阶 Bessel 函数转换为零阶 Bessel 函数^[4]:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} J_m(\lambda\rho)h(\lambda)d\lambda &= A + \sum_0^{|m|+\delta(m)} \int_0^{\infty} J_0(\lambda\rho)H_i(\lambda)d\lambda \\ &= A + \int_0^{\infty} J_0(\lambda\rho) \sum_0^{|m|+\delta(m)} H_i(\lambda)d\lambda = A + \int_0^{\infty} J_0(\lambda\rho)H(\lambda)d\lambda. \end{aligned} \quad (12)$$

这样, Sommerfeld 积分表达式 (8) 式中的第三项就可近似表示为

$$\mathbf{SI3} \approx \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} J_0(\lambda\rho)H(\lambda)d\lambda. \quad (13)$$

(13) 式中以 λ_2 为积分上限。进一步将上式中的 $H(\lambda) \cdot (1 - z_1^2)^{1/2}$ 利用 Chebyshev 多项式展开得

$$\text{SI3} \approx \frac{a}{2} \int_{-1}^1 J_0 \left(\frac{\lambda}{2} (a \cdot z_1 + b) (1 - z_1^2) \right)^{1/2} \cdot \left(\sum_{k=0}^{2N-1} \left(\frac{2 - \delta(k)}{2} \right) \cdot C_{1,k+1} T_{1,k}(z_1) \right) dz_1, \quad (14)$$

其中 $a = \lambda_2 - \lambda_1$, $b = \lambda_2 + \lambda_1$, $z_1 = 2(\lambda - b)/a$ 。最后, 利用 Bessel 函数递推公式^[5] 可将上式化为

$$\left. \begin{aligned} \text{SI3} &\approx a\pi(f(N_2, N_1, C_1, \lambda b/2, \lambda a/4) - g(N_2, N_1, C_1, \lambda b/2, \lambda a/4)), \\ f(N_2, N_1, C_1, \frac{\lambda b}{2}, \frac{\lambda a}{4}) &= \sum_{i=0}^{N_2} \left(\frac{2 - \delta(i)}{2} \right) \cdot J_{2i} \left(\frac{\lambda b}{2} \right) \cdot \sum_{k=0}^{N_1} \left(\frac{2 - \delta(k)}{2} \right) \cdot C_{i,2k+1} J_{i+k} \left(\frac{\lambda a}{4} \right) J_{i-k} \left(\frac{\lambda a}{4} \right), \\ g(N_2, N_1, C_1, \frac{\lambda b}{2}, \frac{\lambda a}{4}) &= \sum_{i=0}^{N_2} \left(\frac{2 - \delta(i)}{2} \right) \cdot J_{2i+1} \left(\frac{\lambda b}{2} \right) \cdot \sum_{k=0}^{N_1} \left(\frac{2 - \delta(k)}{2} \right) \cdot C_{i,2k} J_{i+k} \left(\frac{\lambda a}{4} \right) J_{i-k+1} \left(\frac{\lambda a}{4} \right). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

这样, Sommerfeld 积分的第三项就可以转化为关于 Chebyshev 多项式和 Bessel 函数的计算。综上所述, Sommerfeld 积分可以用以下表达式进行计算:

$$\text{SI} = \pi^2/8 \cdot C_{1,1} + \{2\pi P \cdot \ln[(\lambda_1 - \lambda_0)/\lambda_0] - j\pi\} \pi + \text{SI3}, \quad (16)$$

其中第一、第二、第三项分别是 (8) 式中对应项的计算式。

2.3 电磁耦合微带天线及其馈线上的电流分布

利用矩量法、伽略金法, 对 (4) 式进行变换得出以下方程:

$$[z_{mk}^{vi}] \cdot [I_k^i] = [\nu_m^v], \quad i = 1, 2, \quad v = 1, 2; \quad (17)$$

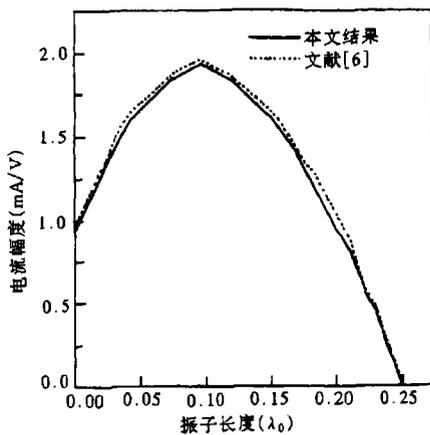


图 2 印刷振子上的电流分布(虚部), 介质高度 $B = 0.1016\lambda_0$, $\epsilon_r = 3.25$

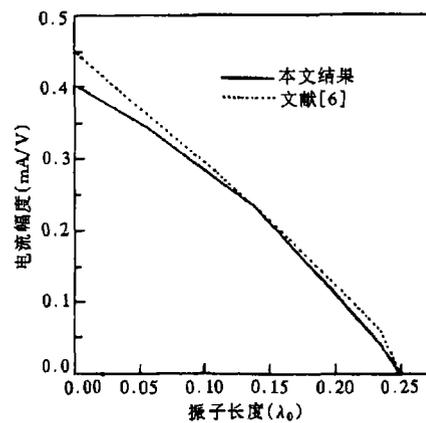


图 3 印刷振子上的电流分布(实部), 介质高度 $B = 0.1016\lambda_0$, $\epsilon_r = 3.25$

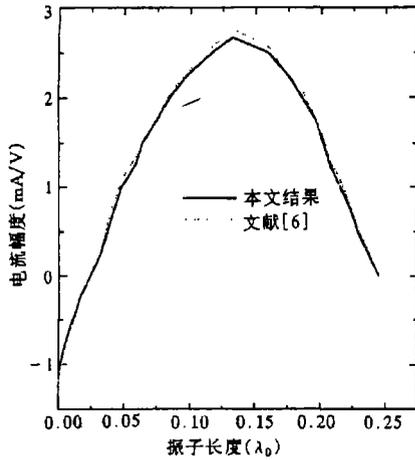


图 4 印刷振子上的电流分布 (实部), 介质高度 $B = 0.15\lambda_0$, $\epsilon_r = 3.25$

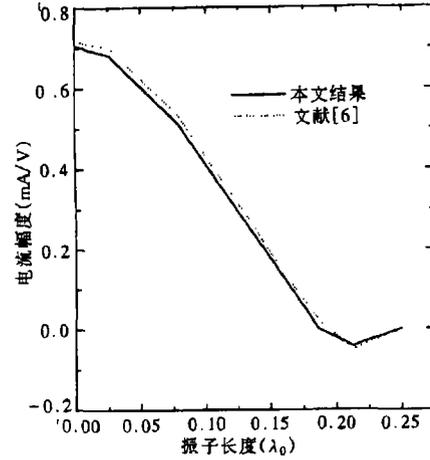


图 5 印刷振子上的电流分布 (虚部), 介质高度 $B = 0.15\lambda_0$, $\epsilon_r = 3.25$

$$z_{mk}^{vi} = d(y - y') \cdot d(z - z') \int_{-Wv/2}^{Wv/2} J_y^n dy \int_{L_1} dx \int_{L_2} dx' \cdot [k_i^2 F_{nxx}^i + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (F_{vxx}^i - F_{vz}^i)] \cdot f_m(x) f_n(x'), \quad (18)$$

其中, $[v_m^i]$ 是激励矢量, $[I_k^n]$ 是电流的未知系数矢量, $[I_k^1]$ 为振子上的电流分布, $[I_k^2]$ 为馈线上的电流分布; $[z_{mk}^{vi}]$ 是对应的阻抗矩阵。利用 2.2 节中的方法计算出相应的 F_{nxx}^i 、 $\partial^2 F_{nxx}^i / \partial x^2$ 和 $\partial^2 F_{nz}^i / \partial x^2$ 后, 不难求出其对应的阻抗矩阵, 最后可以利用 (17) 式求出微带线以及馈线上的电流分布。

3 数值结果

利用本文给出的方法, 对如图 1 所示的电磁耦合微带天线中微带振子和馈线上的电流分布进行了计算。从计算过程来看, 仅利用极点抽取法和数值积分计算如图 1 结构中振子和馈线上的电流分布需要 7 ~ 8h; 利用本文的方法, 只需 50min 就可完成相同结构的计算。因此计算效率得到了极大的提高。图 2, 3 和图 4, 5 分别给出了针对不同基片高度时印刷振子上电流的实部和虚部分布, 并与文献 [6] 进行了比较。

从比较的结果来看, 在利用积分方程法来求解电磁耦合微带天线上电流分布的过程中, 使用这种改进的 Chebyshev 多项式展开方法计算其中的 Sommerfeld 积分, 在极大地提高

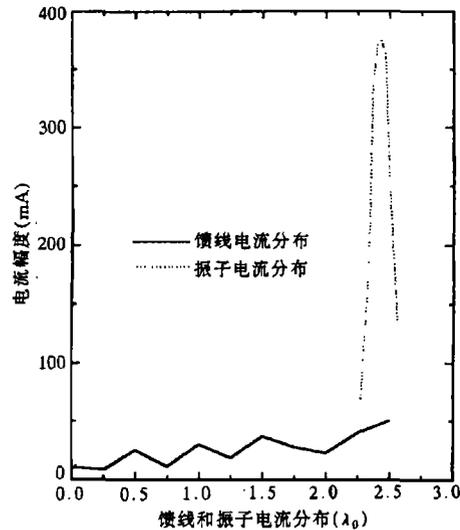


图 6 馈线和振子上的电流分布, 介质高度 $B = 0.065\lambda_0$, $\epsilon_r = 2.53$, 振子长度 $L = 0.33\lambda_0$, 频率 $f = 1\text{GHz}$

计算效率的同时,取得了与文献非常吻合的结果,从而验证了该方法的高效性、准确性。最后,图 6 给出了形如图 1 所示结构微带天线及其馈线上的电流分布示意图。

参 考 文 献

- [1] 李世智, 著. 电磁辐射与散射问题的矩量法. 北京: 电子工业出版社, 第二章.
- [2] 钟顺时. 微带天线原理. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1991, 75-125.
- [3] Katehi P B, Alexopoulos N G. Modeling of electromagnetically coupled microstrip antennas—The printed strip dipole, IEEE Trans. on AP. 1984, AP-32(11): 1179-1185.
- [4] 郭敦仁编. 数学物理方法. 北京: 人民教育出版社, 1979, 第 7 章.
- [5] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. Table of Integrals, Series of Products, New York: Academic Press. 1980, 600-690.
- [6] Rana I E, Alexopoulos N G. Current distribution and input impedance of printed dipoles. IEEE Trans. on AP. 1981, AP-29(1): 99-105.

A NEW METHOD TO DETERMINE THE CURRENT DISTRIBUTION ON THE EMC DIPOLE

Zhu Qi Xu Shanjia

*(Department of Electronic Engineering and Information Science,
University of Science and Technology of China, Hefei 230027)*

Abstract The determination of the current distribution on the dipoles of microstrip antennas and the coupling between elements of arrays are especially important for the analysis of microstrip antennas and arrays. Unfortunately, the calculation is tedious and time-consuming because of the existing of the Sommerfeld integrals. A new method is proposed in this paper to calculate the current distribution by using Chebyshev decomposition to deal with the sommerfeld integrals. The calculation results show that the presented method greatly improves the computing efficiency while retaining high accuracy.

Key words Sommerfeld integrals(SI), Microstrip antenna, Green function

朱 旗: 男, 1968 年生, 副教授, 从事专业为电磁场和微波技术.

徐善驾: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 从事专业为电磁场和微波技术.