

含特性曲线族器件的规范化 分段线性化动态网络的算法*

温 郑 铨 陈 玉 燕

(华东冶金学院自动化系 马鞍山 243002)

摘要 本文改进了 L. O. Chua (1977) 提出的具有特性曲线族器件的建模方法, 得出浮动一维规范化分段线性化模型, 它是个较好的模型。文中还详细论述了含有这种器件的规范化分段线性化动态网络的算法。

关键词 特性曲线族器件, 规范化分段线性化, 动态网络, 规范化 Katzenelson 算法

1 引 言

工程上广泛应用具有非线性特性曲线族的三端器件, 它们在相当宽的频区中可看为三端电阻元件与动态元件并接。含这种器件的网络, 其小信号分析法已很成熟, 但对于大信号情况下, 分析计算时需要考虑器件的特性曲线族, 相关的文献就不多见了。本文第二节讨论具特性曲线族的三端器件的模型; 第三节讨论算法; 第四节是计算实例; 最后是几点述评。

2 具有非线性曲线族的三端阻性器件的模型

工程上广泛应用的晶体管, 可控硅等器件都是有非线性曲线族的器件, (见图 1) 最基本的处理方法是认为第一个端口(v_1, i_1) 是单一的非线性特性, 第二个端口(v_2, i_2) 是特性曲线族, 其参变量是第一端口的量(v_1 或 i_1)。

L. O. Chua 等人^[1]提出了著名的规范化分段线性化表达式

$$f(X) = a_0 + a_1 X + \sum_{i=1}^{\sigma} b_i |X - X_i|. \quad (1)$$

其中 σ 是分段线性化特性的折点数, 对应每个折点的变量为 X_i , 相应的函数值 $Y_i = f(X_i)$ 。(1)式中的系数 a_0, a_1 和 b_i 能由各个折点的值得得:

1992-11-03 收到, 1993-05-03 定稿

* 国家自然科学基金资助项目

温郑铨 男, 1933 年生, 教授, 从事网络与系统的教学和研究。近年研究非线性网络和图象处理技术。

陈玉燕 女, 1949 年生, 讲师, 从事电子学和微机应用的教学, 近年研究电力电子网络及其应用。

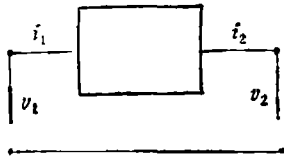


图1 非线性三端阻性器件
(图中的方框与底线应有一根线
联结)

折点的值都是 p 的函数,即

$$\begin{aligned} a_1 &= (m_0 + m_\sigma)/2; \quad b_i = (m_i - m_{i-1})/2; \\ a_0 &= f(0) - \sum_{i=1}^{\sigma} b_i |X_i|. \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式中 m_i 表示第 i 个线性段的斜率。L. O. Chua 等人也提出二维的规范化分段线性化表达式是分段线性曲线族的模型。设曲线族有 n 条曲线, 每条曲线有同等的折点数 σ , 曲线族的参变量为 p , 曲线族可用(1)式表示, 但系数和

$$f(X, p) = a_0(p) + a_1(p)X + \sum_{i=1}^{\sigma} b_i |X - X_i(p)|. \quad (3)$$

曲线族的 n 条曲线对应于参变量的 n 个值 $p_i (i = 1, \dots, n)$ 。对应每条曲线, 按(2)式得 $a_0(p_i), a_1(p_i), b_i(p_i)$ 和 $X_i(p_i) (i = 1, \dots, \sigma; j = 1, \dots, n)$ 。将 p_i 看做参变量 p 的折点, (3)式中每个系数又是参变量 p 的规范化分段线性化函数, 即

$$\left. \begin{aligned} a_0(p) &= a_{00} + a_{01}p + \sum_{j=1}^n b_{a0j} |p - p_j|, \\ a_1(p) &= a_{10} + a_{11}p + \sum_{j=1}^n b_{a1j} |p - p_j|, \\ b_1(p) &= a_{b10} + a_{b11}p + \sum_{j=1}^n b_{b1j} |p - p_j|, \\ &\vdots \\ b_\sigma(p) &= a_{b\sigma 0} + a_{b\sigma 1}p + \sum_{j=1}^n b_{b\sigma j} |p - p_j|, \\ X_1(p) &= a_{x10} + a_{x11}p + \sum_{j=1}^n b_{x1j} |p - p_j|, \\ &\vdots \\ X_\sigma(p) &= a_{x\sigma 0} + a_{x\sigma 1}p + \sum_{j=1}^n b_{x\sigma j} |p - p_j|. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

要将(4)式中 $2 + 2\sigma$ 个表达式代入(3)式, 才形成曲线族的模型, 故(3)式是繁杂的, 需储存的系数多, 计算量也大, 故不是实用的好模型。

本文提出将三端器件的两个端口各看成一个非线性电阻, 其一的特性可用(1)式表达, 另一个则是曲线族, 并设其参变量 p 是另一元件的控制量 x (设定符合工程上大多数情况)。进行分析计算时, 将曲线族的原始数据(即 X_{ni} 和 Y_{ni})和参变量值输入计算机, 但先不形成表达式, 当计算中某时刻 t , 得到参变量值为 p_i , 由软件判定它处于 p_k 和 p_{k+1} 之间, 则

$$pr_i = (p_i - p_k) / (p_{k+1} - p_k), \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} X_i &= pr_i (X_{(k+1)i} - X_{ki}) + X_{ki}, \\ Y_i &= pr_i (Y_{(k+1)i} - Y_{ki}) + Y_{ki}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

再由 X_i 和 Y_i 形成规范化分段线性化表达式

$$f(X) = a_0 + a_1 X + \sum_{i=1}^n b_i |X - X_i|. \quad (7)$$

上述计算过程是简单的。(7)式对应的特性是在第 k 和第 $k+1$ 条特性之间,是按线性插值得到的,它对应于 t 时刻的模型.将变量 $X(t)$ 代入(7)式,就得函数值 $Y(t)=f(X(t))$ 。随着计算的进行,只需重复进行(5)、(6)和(7)式的简单计算,就得到具有分段线性曲线族的器件在相应时刻的模型.因(7)式是一维模型,计算过程中不断更替,故暂称为浮动的一维模型.这种模型与 L. O. Chua 的二维模型都基于线性插值原理,但本文模型在存储量和计算量等方面都有其优越性。

设曲线族有 n 条曲线,每条曲线有 σ 个折点,文献[1]的二维模型需存储 $4(n+1)$ ($\sigma+1$)个系数,而浮动一维模型需存 $(3\sigma+2)$ 个系数;构成模型的运算次数文献[1]共需 $2(\sigma+1)(2(n+1)+1)$ 次加减和 $(\sigma+1)(2(n+1)+1)$ 次乘除,而浮动一维模型共需 $(8\sigma+7+n)$ 次加减和 $(7\sigma+6)$ 次乘除.如果 $n=8$ 和 $\sigma=7$,二维模型共需存储 288 个系数,做 304 次加减和 152 次乘除,而浮动一维模型只需存储 23 个系数,做 71 次加减和 55 次乘除。

工程上的器件,只给出某些特定参变量的曲线族,按参变量线性插值得出相应曲线往往只适合一定的范围.例如三极管以 i_b 为参变量的 v_c 与 i_c 曲线族,就不能按线性插值得出 $i_b \leq 0$ 的特性. L. O. Chua 提出二维模型时未涉及上述问题.该模型也难于解决此问题,因(4)式中的式子都满足往往不符合实际状况的 $-\infty < p < +\infty$.要使参变量在不同的区域中按不同关系得到相应的特性,就必须修正(4)式中的许多系数.问题在于参变量超过某个范围后的特性,如何转换为对(4)式中诸多系数的修正.这是有待解决的复杂问题,就是解决了这难题而建立起来的模型,也只对应某特定的要求,模型的适应性大为降低.浮动一维模型是得到参变量的值后才形成的,故可在程序中判断参变量是否超过规定范围(范围的默认值可为给定曲线族的参变量的最大和最小值构成,也可由用户给定).计算中参变量第一次超过范围时,以人机对话的形式提出几种常见的处理方法,例如:(1)如果 $p < p_{\min}$,则 $p_{\min} \rightarrow p(Y/N)$;(2)如 $p < p_{\min}$ 则 $k \cdot p r_i \rightarrow p r_i (k=?)$;...;(i)如 $p > p_{\max}$,则 $k \cdot p r_i \rightarrow p r_i (k=?)$...由用户选定,整个计算过程以此为准.这种做法既简单高效又加强了模型的适应性。

总之,浮动一维模型是在文献[1]的基础加以改进而得到的,它优于二维模型,使曲线族器件的建模工作前进了一步。

3 算法的基本思路

设动态网络含线性元件、非线性元件和特性曲线族元件,并设所有非线性元件的特性都是规范化分段线性化的.对这类动态网络的分析计算,可将所有非线性电阻和动态元件(包括线性的)从网络中抽出,形成一个线性多端口网络端接非线性电阻和动态元件,如图 2(a)所示.假设动态网络有唯一解,故可应用替代定理,即用等于电感中电流的电流源来替代电感和等于电容端压的电压源来替代电容,如图 2(b)所示.它是一个规范化分段线性化电阻网络,迭代计算时,动态元件控制量的初值是给定的,而各电阻端口控制量

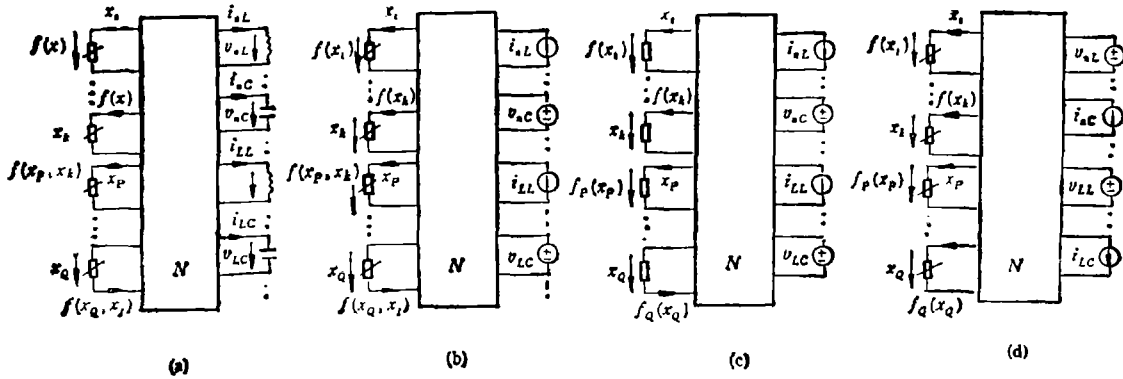


图2 原网络和等效变换网络

(图(d)中的 N 应为 $\hat{N}$)

的初值,可由用户选定后输入或由程序自动选定(如选各元件中间线段的中值).因已设特性曲线族的参变量是另一电阻端口的控制量,故由参变量值按第二节所述形成浮动的一维模型.至此,对含曲线族器件的动态网络,已转化为图2(c)所示的一维规范化分段线性化电阻网络了.对该网络求有源线性多端口的混合参数和非线性元件的特性,即得

$$f(X) = [A_R] + [B_R][X] + [C_R]ABS([D_R][X] - [e_R]), \quad (8)$$

$$([A_R] - [P_S][S]) + ([B_R] - [H])[X] + [C_R]ABS([D_R][X] - [e_R]) = [P_d][i_{nL} \ v_{nC} \ i_{LL} \ v_{LC}]^T. \quad (9)$$

(8)式是非线性元件特性的矩阵形式, $[e_R]$ 是各电阻的折点依次排列而构成的向量,曲线族元件形成的浮动一维模型构成(8)式中某些行.(9)式是网络方程,其中 $[S]$ 是线性多端口网络的独立电源向量, $[P_S]$ 是相应的系数阵, $[H]$ 是线性多端口的混合参数阵, $[i_{nL} \ v_{nC} \ i_{LL} \ v_{LC}]^T$ 是等效替代的电源向量,下标第一个字符 n 代表非线性,而 L 代表线性, $[P_d]$ 是相应的系数阵.L. O. Chua 等人^[2-5]已对一维规范化分段线性化电阻网络的算法做了许多研究,并称之为规范化 Katzenelson 算法.作者在文献[6,7]也研讨了这种算法.本文对规范化 Katzenelson 算法的具体内容不再讨论,只阐明由于引入浮动一维模型而相应产生的内容,注重以 Katzenelson 算法为模块来形成含曲线族器件的动态网络的整个算法.

规范化 Katzenelson 算法是在电阻控制量形成的某个定义区域中寻找解,如该区域没解就进入其邻域.引用浮动一维模型后,每进入一个区域要更替曲线族的一维模型.因浮动一维模型是随其参变量连续变化的,故对控制量是曲线族参变量的电阻,对其特性分段线性化时,应适当增加段数,也就是适当缩小变量的区域,使其在某些有解的区域中,不会因按区域形成浮动一维模型的误差过大而掉失应有的解.

规范化 Katzenelson 算法在某个区域中找到解 X^* ,用 X_{CRi}^* 表示 X^* 中相应于曲线族参变量的部分,用 X_{CRi}^k 表示参变量在有解的 k 区域边界上的值,计算

$$\varepsilon = ABS[(X_{CRi}^k - X_{CRi}^*)/X_{CRi}^k]. \quad (10)$$

设定一个误差值(例如0.01),当 ε 大于规定值,则做如下修正

$$X_{CRi}^*(1 \pm k\varepsilon) \Rightarrow X_{CRi}. \quad (11)$$

其中 k 是小于 1 的常数(例如取 0.683), 按 X_{CRi} 形成新的一维模型。如果按(11)式修改后 X_{CRi} 已到达 $k+1$ 区域的边界, 则说明 k 区中没有真正的解, 按 Katzenelson 算法进入 $k+1$ 区继续计算。当按(11)式修改后, 在 k 区再次迭代的误差值小于规定值, 就得到符合精度要求的解, 即得到非线性电阻元件的 $X(t_n), f(X(t_n))$ 和 $[i_{nL}(t_n) v_{nC}(t_n) i_{nLL}(t_n) v_{nLC}(t_n)]^T$ 。下面讨论 $[v_{nL}(t_n) i_{nC}(t_n) v_{nLL}(t_n) i_{nLC}(t_n)]^T$ 的求法, 在原网络中将待求的电感电压和电容电流分别用电压源和电流源来表示, 如图 2(d)所示, 仍采用求多端口网络混合参数阵的方法, 就得

$$([A_R] - [\hat{P}_s][S]) + ([B_R] - [\hat{H}])[X] + [C_R]ABS([D_R][X] - [e_R]) \\ = [\hat{P}_d][v_{nL} \ i_{nC} \ v_{nLL} \ i_{nLC}]^T. \quad (12)$$

(12)式中系数矩阵的含义与(9)式相似, 但(12)式中已知量是 $[X]$, 待求量是 $[v_{nL} \ i_{nC} \ v_{nLL} \ i_{nLC}]^T$, 故运算是简单的, 但应指出的是 $[\hat{P}_d]$, 其行数对应于电阻端口数, 其列数对应于动态元件数, 故不一定是方阵, 如果行数少于列数, (12)式得不到待求量, 故需将原网络的部分线性电阻当成非线性电阻抽出, 使电阻的端口数等于动态元件数。如原网络非线性电阻数多于动态元件数, 则(12)式 $[\hat{P}_d]$ 行数多于列数, 因每行都是独立的, 可舍去(12)式中的部分行, 只要余下的 $[\hat{P}_d]$ 是非奇异的, 就可得待求量

$$[v_{nL} \ i_{nC} \ v_{nLL} \ i_{nLC}]^T = [\hat{P}_d]^{-1}\{([A_R] - [\hat{P}_s][S]) + ([B_R] - [\hat{H}])[X] \\ + [C_R]ABS([D_R][X] - [e_R])\}. \quad (13)$$

电感端压和电容电流得出后, t_n 时刻变量的值全得到。下一个时刻的 $i_L(t_{n+1}), v_C(t_{n+1})$ 则按动态元件的规范化分段线性化特性

$$f(y_L) = [A_L] + [B_L][y_L] + [C_L]ABS([D_L][y_L] - [e_L]), \quad (14)$$

$$f(y_C) = [A_C] + [B_C][y_C] + [C_C]ABS([D_C][y_C] - [e_C]), \quad (15)$$

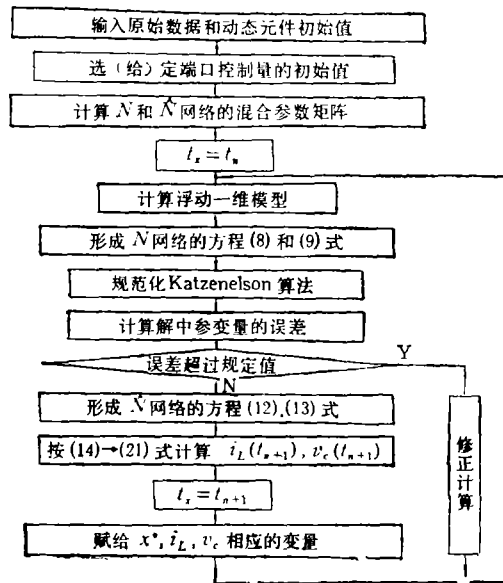


图 3 算法框图

如果电感是磁链控的, $v_L = \dot{\phi}$, 则

$$\phi(t_{n+1}) = \phi(t_n) + v(t_n) \cdot \Delta t, \quad (16)$$

将 $\phi(t_{n+1})$ 代入(14)式就得到 $i(t_{n+1})$ 。如电感是流控的, 因 $v_L = \dot{\phi}$, 对(14)式求导

$$\dot{\phi} = [J_L][\dot{i}_L]; [J_L] = [B_L] + [C_L][\text{sgn}([D_L][i_L] - [e_L])][D_L], \quad (17)$$

$[J_L]$ 为文献[2-7]中广为研讨的雅可比矩阵, 这里不赘述。电感中电流为

$$i_L(t_{n+1}) = i_L(t_n) + [J_L]^{-1}[v_L(t_n)] \cdot \Delta t, \quad (18)$$

如电容是荷控的, 因 $i_C = \dot{q}$, 则

$$q(t_{n+1}) = q(t_n) + i_C(t_n) \cdot \Delta t, \quad (19)$$

将 $q(t_{n+1})$ 代入(15)式就得到 $v_C(t_{n+1})$ 。如电容是压控的, 因 $i_C = \dot{q}$, 对(15)式求导

$$\dot{q} = [J_C][\dot{v}_C]; [J_C] = [B_C] + [C_C][\text{sgn}([D_C][v_C] - [e_C])][D_C], \quad (20)$$

$$v_C(t_{n+1}) = v_C(t_n) + [J_C]^{-1}[i_C(t_n)] \cdot \Delta t, \quad (21)$$

动态元件的 $i_L(t_{n+1}), v_C(t_{n+1})$ 求出后, 就循环计算至所需的时间。

整个算法的框图如图 3 所示。

4 计 算 实 例

计算电路图 4(a) 中非线性电阻的联接法模拟共射晶体管, 受控源和电感模拟变压器正反馈, 非线性电容反映极间和线间的等效电容, 但具体参数值是假定的。动态元件的初始值为零, 电阻端口的初值由程序自选, 浮动一维模型参变量的规定误差 $\varepsilon = 0.01$, 计算步长取 5ns , 共计算 $1.5\mu\text{s}$ 。现将 $0.5\mu\text{s}$ 的计算结果列于表 1。

表 1 $t = 0.5\mu\text{s}$; 电源 $e(1) = 0.5\text{V}$ $e(2) = 15\text{V}$ 的计算结果

元件名称	电压 (V)	电流 (A)	参变量值
磁控电感 L1	8.949768	2.952611×10^{-3}	
荷控电容 C1	0.322195	1.477096×10^{-2}	
非线性电阻 r1	0.322197	9.414862×10^{-4}	
非线性电阻 r2	3.68566	6.937617×10^{-3}	9.414862×10^{-4}

将计算所得数据代回原网络(图 4(a))进行校验, 证实计算正确, 精度完全满足工程要求。整个过程的计算机仿真结果如图 5 所示。

为充分说明特性曲线族器件的工作过程, 将计算数据标注在特性曲线族上, 如图 6 所示, 其中 $V_{ce} = 16.953\text{V}$ 是初始值, 箭头方向是工作点随时间增长的移动方向, 其工作点轨迹几乎占据整个曲线族的非饱和区。显然, 要定量分析这类电路一定要考虑特性曲线族。

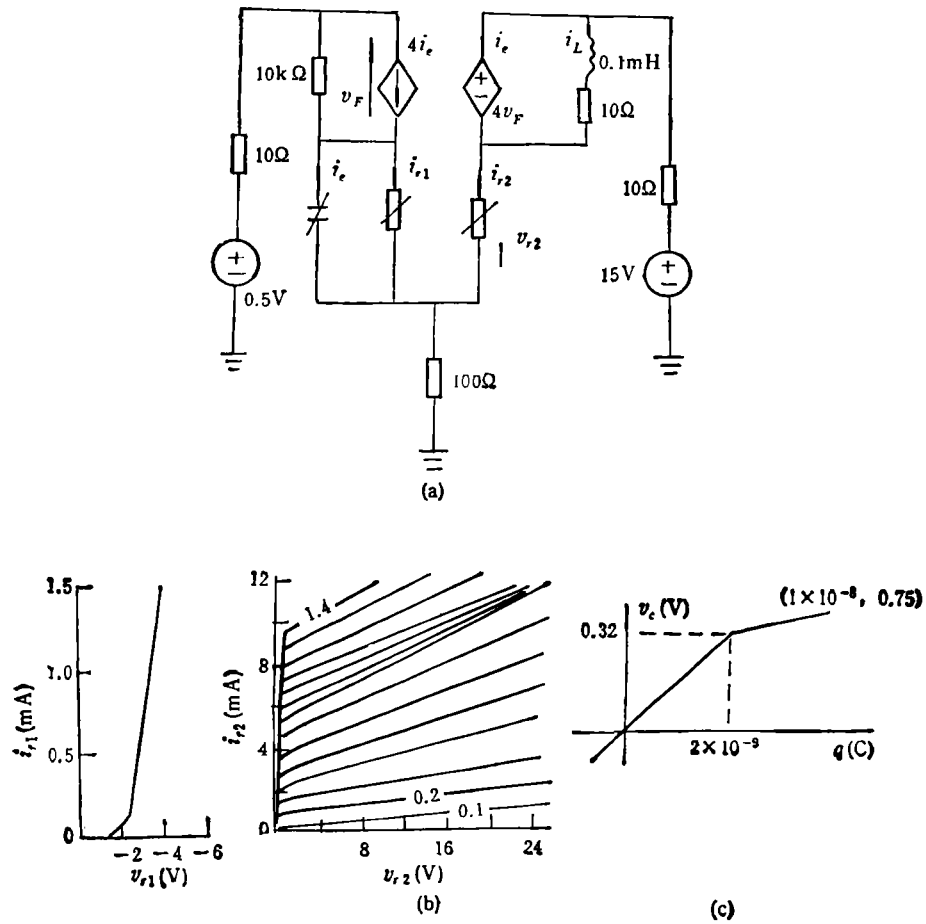


图 4 计算电路和元件特性

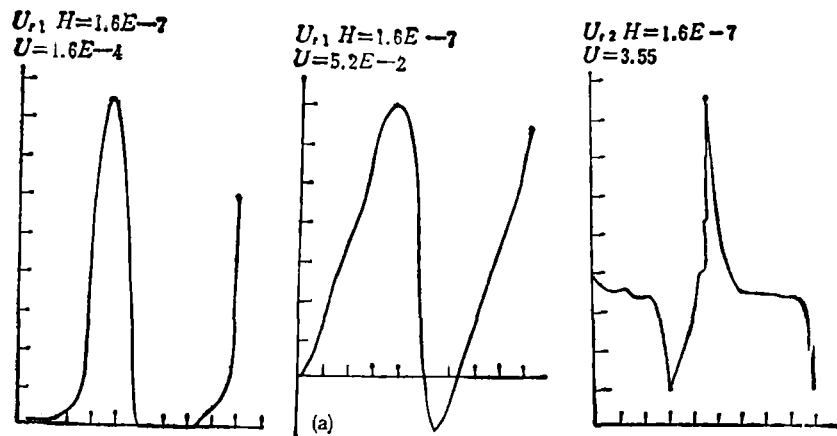


图 5

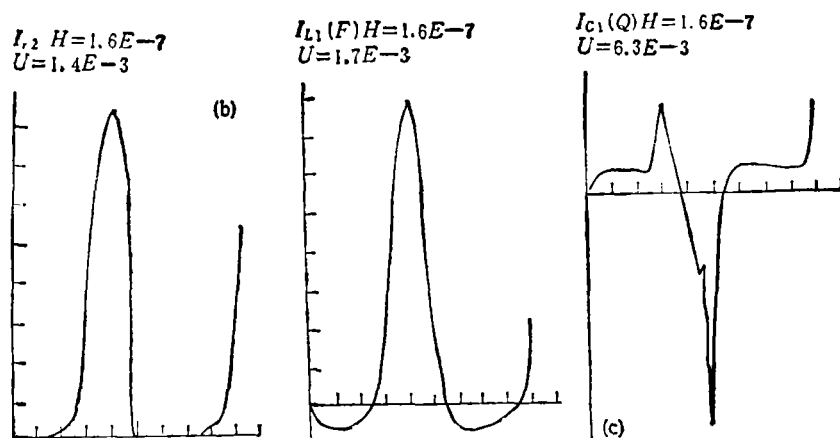


图5 仿真曲线 图中横轴是时间,而 $H = 1.6E-7$ 表示横轴每格为 $1.6 \times 10^{-7} s$,
 $U = 1.6E-4$ 表示纵轴每格为 $1.6 \times 10^{-4} A$. 余者类推。

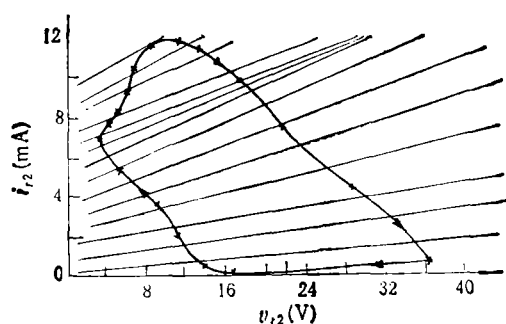


图6 特性曲线族器件的工作点轨迹图

5 几点述评

(1) 本文算法的假设条件归纳为两个方面。在元件模型方面,设非线性元件的特性皆可用规范化分段线性化表达式来描述,且特性曲线族的参变量是另一个非线性电阻元件的控制量。在网络结构方面,设线性多端口所需变量类型的混合参数矩阵 $[H]$ 和 $[\hat{H}]$ 是存在的,且当已知动态元件的 i_L, v_C 下,网络有唯一解 $[x^*]$ 。这些条件对工程上的电网并不苛刻。至于独立电源的性质是不限制的,因而算法适合于自治网络和非自治网络。当然,并不是任何网络都能满足上述假设条件,例如因形成电压源回路而使混合参数矩阵不存在,则对网络做些人工预处理,可能使它满足所设条件。显然,无法满足假设条件的网络也是有的。

(2) 本算法采用的是将非线性电阻(包括曲线族元件)和所有的动态元件(包括线性的)都抽出形成多端口网络,这种方法与一些著名的文献不同,如 L. O. Chua 在权威性的综述论文[8]中,采用的是抽出动态元件,多端口网络是非线性的,应用的是状态方程法,求非线性电阻多端口所需类型的混合参数矩阵是一个颇难的问题,如动态元件是非线

性的,形成状态方程也受不少限制。但本算法需要的是线性多端口网络的混合参数阵,具体计算比较简单。虽然状态方程被公认为普遍性方法,但对于一般的规范化分段线性化动态网络,本文得到的方程(8)、(9)、(12)、(14)和(15)等式就不是状态方程,它们都是分段线性化的代数方程,不受列写非线性状态方程的某些限制。算法以规范化 Katzenelson 算法为基础模块,又结合了浮动一维模型,计算简明高效,是一种有生命力的分析方法。作者在文献[9,10]中论述的算法,则是本文算法中浮动一维模型个数为零的特例。

(3) L. O. Chua 已论述规范化 Katzenelson 算法的复杂度是 P 型,本算法增添部分也不超出多项式的范围,故算法的复杂度仍是 P 型。

(4) 本文对具有特性曲线族的三端器件,只认为两个端口的特性为 $y_1 = f_1(X_1); y_2 = f_2(X_2, X_1)$,这是常用的近似处理,而一般的特性为 $y_1 = f_1(X_1, X_2)$ 和 $y_2 = f_2(X_2, X_1)$,即两个端口为参变量是互控的特性曲线族,这种情况的计算方法尚有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] Chua L O, Kang S M. IEEE Proc., 1977, 65(6): 915—927.
- [2] Chua L O, Ying P R L. IEEE Trans. on CAS, 1983, CAS-30 (3): 125—140.
- [3] Chua L O, Deng A C. IEEE Trans. on CAS, 1985, CAS-32 (5): 417—443.
- [4] Chua L O, Deng A C. Int. J. Circuit Theory and Appl., 1986, 14(1): 35—52.
- [5] Huang Q, Liu R W. Int. J. Circuit Theory and Appl., 1990, 18(4): 551—561.
- [6] 温郑铨. 华东冶金学院学报, 1989, 6(1): 69—79.
- [7] 杜培明, 温郑铨. 华东冶金学院学报, 1991, 8(1): 65—73.
- [8] Chua L O. IEEE Trans. on CAS, 1980, CAS-27(11): 1059—1087.
- [9] 温郑铨. 华东冶金学院学报, 1989, 6(4): 96—105.
- [10] 温郑铨. 电子学报, 1990, 18(6): 85—91.

AN ALGORITHM FOR CANONICAL PIECEWISE-LINEAR DYNAMIC NETWORKS CONTAINING ELEMENTS WITH CHARACTERISTIC FAMILY

Wen Zhengquan Chen Yuyan

(East China Institute of Metallurgy, Maanshan 243002)

Abstract The modeling method for the elements with characteristic family, which is presented by L. O. Chua (1977), is modified, then the one dimensional fluctuating canonical piecewise-linear model is obtained. It is an efficient model. The algorithm for canonical piecewise-linear dynamic networks with one dimensional fluctuating model is discussed in detail.

Key words Elements with characteristic family, Canonical piecewise linear, Dynamic network, Canonical Katzenelson algorithm