

一种改进的一致性扩散图像增强方法

喻 罡 张红梅 卞正中 郭佑民*

(西安交通大学生命科学与技术学院 西安 710049)

*(西安交通大学第一附属医院 西安 710061)

摘 要:一致性扩散是分析图像中定向结构的重要的预处理步骤, 现有的一致性扩散图像增强方法难以识别图像中的弱边界。本文提出了一种改进的扩散方法, 该方法构建了一种结合二阶方向导数信息的结构张量, 能够精确分析图像中的复杂弱边界, 同时与经典结构张量互为补充以检测图像的强边界。在此基础上设计了新的扩散张量, 并采用了基于 (加性分裂算子 AOS) 策略的数值计算方法。通过对比实验证明, 该文算法的效果良好并具有很高的效率, 实现了在去除噪声的同时精确保护图像中的强弱边界。

关键词:一致性图像增强, 结构张量, 扩散张量, 二阶方向导数, AOS 策略

中图分类号: TN911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)09-1408-04

An Improved Coherence Diffusion Method for Image Enhancement

Yu Gang Zhang Hong-mei Bian Zheng-zhong Guo You-min*

(School of Life Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

*(First Affiliated Hospital, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710061, China)

Abstract Coherence diffusion is an important preprocessing step for analyzing oriented structures in the image. Previous coherence diffusion methods for image enhancement could not recognize weak boundaries. In this paper, an efficient diffusion approach is presented. A new structure tensor integrating the second-order directional derivative information is designed, which can precisely analyze complex weak edges in the image. By combining the proposed structure tensor and the classical one as complementary descriptor, the improved diffusion tensor is constructed to detect strong edges simultaneously. Furthermore, parallel AOS (Additive Operator Splitting) scheme is applied to implement numerical solution, which is faster than usual numerical approach. Promising experimental results of several real images demonstrate that the new diffusion approach can preserve important strong edges and weak edges precisely while removing the noise.

Key words Coherence image enhancing, Structure tensor, Diffusion tensor, Second-order directional derivative, Additive Operator Splitting (AOS) scheme

1 引言

图像增强是图像处理中重要的预处理步骤, 可以去除噪声, 保留重要的图像信息。近年来, 非线性偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)扩散图像增强方法由于方式灵活可处理大量的图像结构, 受到了广泛的关注^[1]。这个方法首先由 Perona 和 Malik^[2]提出, 在后续研究中又提出了许多非线性扩散过滤器^[3-5]。但是, 由于其中大部分的过滤器都使用了标量扩散率, 因此是各向同性的, 可能会使图像边界变得模糊, 不能精确保护定向结构。

随着定向图像结构在计算机视觉和图像处理中越来越

多的出现, 人们提出了许多针对特定方向的各向异性扩散增强方法^[6-9]。基于 PDE 的一致性增强被证明是一种有效的方法, 它是各向异性扩散的, 过滤器更为灵活^[8]。一致性增强扩散有两个步骤: 首先分析一致性结构, 然后进行增强。结构张量用于一致性分析, 其特征向量和特征值分别提供一致性方向和度量信息。扩散张量从结构张量导出, 增大一致性方向扩散, 而抑制垂直方向。

精确的一致性分析对于扩散是至关重要的, Cottete 和 Germain 使用梯度张量作为结构张量^[10], 但是, 这样简单的结构张量无法处理边角或者平行的结构。为解决这个问题, Weickert 提供了一种新的结构张量^[8], 其特征值表明了特定

窗口内的灰度变换。这个结构张量处理强边界，边角和 T-Junctions 非常有效。但是，它是通过线性平滑得到的，无法处理图像中复杂的弱边界。最近，Brox 和 Weickert 提出了一种非线性结构张量，但带来了更多的计算量^[11]。

本文提出了一种结合二阶方向导数的结构张量，它可以很好地分析细窄边界及屋脊边界。新的结构张量和经典结构张量互为补充，通过转换参数控制不同阶段的扩散。在本文中，我们称这种方法为转换式扩散方法。文章的后续章节是这样安排的：第2节是改进的一致性扩散图像增强方法，包括新的结构张量以及和经典张量的组合使用方法。第3节实现了基于加性分裂算子(Additive Operator Splitting, AOS)快速计算方法。第4节是和其他方法的对比实验。最后是全文总结。

2 改进的扩散机制

2.1 扩散的物理过程

图像扩散增强的思想来源于物理上的扩散过程。扩散可以用 Fick 定律描述如下：

$$j = -D \cdot \nabla u \quad (1)$$

如果浓度发生变化，由 Fick 第二定律可得

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\text{div}(j) \quad (2)$$

由式(1)，式(2)得

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(D \cdot \nabla u) \quad (3)$$

其中 D 是扩散张量， j 是物质流量。当 D 是个标量时， j 和 ∇u 平行，这就是各向同性扩散。当 D 是一个对称正定矩阵， j 和 ∇u 不平行，这就是各向异性扩散。后者可以旋转流量朝着感兴趣特性的方向实现一致性扩散，对图像扩散增强研究的关键是构建合适的扩散张量。

2.2 与二阶方向导数相结合的结构张量

细窄和屋脊边界是一些流线型图像中的重要信息，如指纹，木质纹理，血管图像。在这些弱边界上，一阶导数接近于零。经典的结构张量，如 Weickert 提出的，只使用了梯度计算一致性，它不能在梯度很小的时候精确计算，从而影响了弱边界的识别。然而，进一步研究可以发现：在弱边界上二阶方向导数却可以取得极值，利用二阶导数信息很好地处理这种情况。所以，本文构建了与二阶方向导数相结合的结构张量来分析图像中的弱边界。

本文用 $u(x, y)$ 表示图像亮度。 u 在点 (x, y) ，方向 $\alpha = [\cos \theta, \sin \theta]^T$ 的一阶方向导数 $u'_\alpha(x, y)$ 表示为 $\langle \nabla u, \alpha \rangle$ 。二阶方向导数 $u''_\alpha(x, y)$ 表示为 $\alpha^T H \alpha$ 。其中 H 是二阶偏导数的 Hessian 矩阵。

令 $\mu_1, \mu_2 (\mu_1 \geq \mu_2)$ 表示 H 的特征值，相应的特征向量为 e_1, e_2 。由 Rayleigh 定理可以导出： $\mu_2 \leq \alpha^T H \alpha = u''_\alpha \leq \mu_1$ 。因此 Hessian 矩阵的两个特征值是图像的二阶方向导数的两个极值点，相应的结构张量是方向导数取极值的方向。通过 Hessian 矩阵的特征值描述局部亮度变化，可以很好处理弱边界。此时， u''_α 达到最大值，扩散方向分别就是 $e_2(e_1)$ 。

新的结构张量定义为 $J_H = H_\sigma$ ， H_σ 是 u''_α 的 Hessian 矩阵。

2.3 转换式结构张量

经典结构张量 J_ρ 可分析强边界，边角和 T-Junctions，但无法检测弱边界，而新结构张量 J_H 可处理传统张量难于处理的细窄和屋脊型的弱边界，但是对于强边界效果不好。因此，两个结构张量可以相互结合互为补充，实现不同图像结构检测。本文引入转换参数 T 控制这两个张量的选择，称为转换式结构张量。当 $|\nabla u_\sigma| \geq T$ ，使用 J_ρ ，反之当 $|\nabla u_\sigma| < T$ 即图像中的梯度信息很弱时， J_H 更为可信。新的转换式结构张量定义如下：

$$J = \begin{cases} J_\rho, & |\nabla u_\sigma| \geq T \\ J_H, & |\nabla u_\sigma| < T \end{cases} \quad (4)$$

2.4 构建扩散张量

理想的扩散张量能够实现一致性扩散。一种自然的构建扩散张量 D 的方式是从结构张量 J 中导出，以使两者具有同样的特征向量。用 $\mu_1, \mu_2 (\mu_1 \geq \mu_2)$ 表示 J 的特征值， e_1, e_2 表示相应的特征向量。从 J 中导出的一致性方向用正交向量 $e_{(\text{co})}$ 和 $e_{(\text{co})}^\perp$ 表示。 J_ρ 的一致性方向总是和 e_2 一致，而 J_H 可分为两种情况：对于亮背景上的暗边界结构，一致性方向和 e_1 一致，否则与 e_2 一样。特征值也提供了结构信息，当 $\mu_1 \gg \mu_2$ ，是各向异性方向结构。当 $\mu_1 \approx \mu_2$ ，对应各向同性结构。 D 的特征值如下：

$$\lambda_{(\text{co})} = \begin{cases} c, & \mu_1 \approx \mu_2 \\ c + (1-c) \exp\left(-\frac{\beta}{(\mu_1 - \mu_2)^2}\right), & \mu_1 \gg \mu_2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\lambda_{(\text{co})}^\perp = c$$

$\lambda_{(\text{co})}$ 和 $\lambda_{(\text{co})}^\perp$ 是沿着 $e_{(\text{co})}$ 和 $e_{(\text{co})}^\perp$ 的扩散率。 $\beta > 0$ 表示对比度参数，相当于一个阈值，控制扩散的方向。 $\lambda_{(\text{co})}$ 是关于 $(\mu_1 - \mu_2)^2$ 的增函数。当 $(\mu_1 - \mu_2)^2 \gg \beta$ ， $\lambda_{(\text{co})} \approx 1$ 。否则， $\lambda_{(\text{co})} \approx c$ ， $c \in (0, 1)$ ，保证 D 是正定的。 D 可以由

$$D = P \begin{bmatrix} \lambda_{(\text{co})} & \\ & \lambda_{(\text{co})}^\perp \end{bmatrix} P^T \text{ 得到，其中 } P = [e_{(\text{co})}, e_{(\text{co})}^\perp]。$$

用 D_ρ 和 D_H 分别表示从 J_ρ 和 J_H 扩散张量，表示如下：

$$D = \begin{cases} D_\rho, & |\nabla u_\sigma| \geq T \\ D_H, & |\nabla u_\sigma| < T \end{cases} \quad (6)$$

当 $|\nabla u_\sigma| \geq T$, D 与 $\nabla u_\sigma^\perp$ 方向一致, 否则与 J_H 一致性方向一致。

用式(6)代入式(3), 可得到以下扩散方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(D \cdot \nabla u) = \begin{cases} \text{div}(D_\rho \cdot \nabla u), & |\nabla u_\sigma| \geq T \\ \text{div}(D_H \cdot \nabla u), & |\nabla u_\sigma| < T \end{cases} & \text{on } \Omega \\ \langle D \cdot \nabla u, n \rangle|_{\partial\Omega} = 0, & \text{on } \partial\Omega \\ u(\cdot, 0) = f(\cdot), & \text{on } \Omega \end{cases} \quad (7)$$

式(7)表示如何依据参数 T 进行扩散, 通过互为补充的转换式扩散张量在增强图像的同时保护边角。

3 并行 AOS 数值实现算法

对扩散 PDE 的数值求解, 采用全显式差分格式收敛速度很慢, 全隐式差分格式计算量很大。Werckert 提出了并行的基于半隐式差分格式的 AOS 策略^[12], 这种策略速度比通常方法快 10 倍。由于扩散张量 D 是正定矩阵, 令

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{12} & d_{22} \end{bmatrix}, \text{ 推导如下:}$$

$$\text{div}(D \cdot \nabla u) = \sum_{i,j=1}^m \partial_{x_i} (d_{ij} \partial_{x_j} u) \quad (8)$$

其中 m 是图像的维度, 文中 $m=2$ 。式(7)的离散表示如下:

$$\frac{U^{k+1} - U^k}{\Delta t} = \sum_{i,j=1}^m L_{ij}^k U^k \quad (9)$$

以上的指标表示时间尺度, L_{ij} 是 $\partial_{x_i} (d_{ij} \partial_{x_j} u)$ 的中心差分算子。式(9)可表示为

$$\begin{aligned} \frac{U^{k+1} - U^k}{\Delta t} &= \sum_{i=1}^m L_{ii}^k U^{k+1} + \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq i} L_{ij}^k U^k \\ \Rightarrow U^{k+1} &= \left(I - \Delta t \sum_{i=1}^m L_{ii}^k \right)^{-1} \cdot \left(I + \Delta t \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq i} L_{ij}^k \right) U^k \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)的 AOS 策略计算通过下式给出:

$$U^{k+1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(I - m \Delta t L_{ii}^k \right)^{-1} \cdot \left(I + \Delta t \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq i} L_{ij}^k \right) U^k \quad (11)$$

4 实验

参数选择对于扩散过程十分重要, 实验参数的选择规则如下: T 控制转换式扩散过程, 如果 T 选得过小, 一些弱边界不能很好地处理到。如果取得过大, 部分梯度信息会丢失, 同时会带来计算复杂度增加。实验表明 T 选择 $|\nabla u_\sigma|^2$ 直方图的 5%~10% 上百分位点, $c=0.001$, β 选为 $(\mu_1 - \mu_2)^2$ 的直方图的 90%~95% 上百分位点适用大多数图像。

为了证明与以前的扩散方法相比, 一致性扩散能够更好

地保护定向结构。本文实验设计如下:

(1) 本文提出的转换式扩散方法, 扩散方程通过式(7)给出。

(2) Weickert 的一致性图像增强方法, 即 $D = D_\rho$ 。

(3) 同性扩散方法, 通过 P-M 方程给出。标量扩散率

$D = g(|\nabla u_\sigma|^2) = \frac{1}{1 + |\nabla u_\sigma|^2 / \lambda^2}$, 其中 λ 是对比度参数, 取值为原图像梯度 $|\nabla f|$ 的直方图的 90% 上百分位点。

基于 AOS 的数值方法如前文所述, 实验结果如图 1, 图 2 所示。第 1 列图像是原始图像, 第 2 列是使用转换式扩散的结果, 第 3 列是传统的 Weickert 方法的结果, 第 4 列是 P-M 方程处理结果。图 1 是从 CT 中得到的血管分支图像, 从图 1(b)中可以看出血管分支图像在除噪时被很好保留。而图 1(c)中一些细小的分支未被保留, 图 1(d) 使图像严重模糊, 不能使血管分支闭合。图 2 是斑马纹理图像, 图 2(b)在去除噪声时结构被很好保留, 增强的纹理平滑和自然。而图 2(c)使得纹理中断和不连续, 图 2(d)不能获得定向结构, 在去除边界噪声时失效。

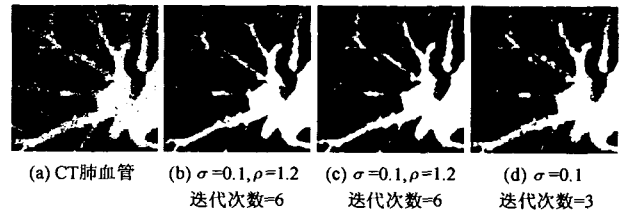


图 1

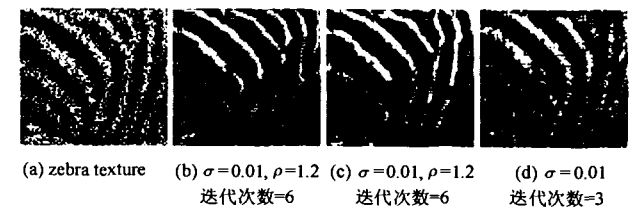


图 2

实验表明: 本文的方法能更好地沿着一致性方向进行扩散, 图像特性在除噪时能很好地保留。然而, Weickert 的方法因为不能精确识别这些特征会使一些弱边界变形。基于 P-M 方程的同向扩散不能很好地关闭中断的边界线, 也会使图像模糊。实验证明文中提出的转换式扩散方法对于图像定向结构增强是稳健的, 可靠的。

5 结束语

本文中提出了一种改进的一致性扩散图像增强方法。作为传统的结构张量的补充, 新的结构张量和二阶方向导数相结合, 可以很好捕获复杂的弱边界。两个结构张量通过转换

参数控制, 可以实现在不同的图像结构中提供精确的一致性增强。扩散张量从转换式结构张量推导得到, 可以在除噪时很好地保留一些重要的边界, 角落和 T-Junctions。同时, 本文采用 AOS 策略用于数值计算, 取得了很高的效率。和其他方法相比, 本文的方法更为可靠, 可更好地用于定向结构图像增强。

参 考 文 献

- [1] Weickert J. A review of nonlinear diffusion filtering. Proceedings of the First International Conference on Scale-Space Theory in Computer Vision, London UK, 1997, 1252: 3 – 28.
 - [2] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Trans. on Machine Intelligence*, Berkeley USA, 1990, 12 (7): 629 – 639.
 - [3] Saito T, Harada H, Satsumabayashi J, Kumatsu T. Color image sharpening based on nonlinear reaction-diffusion. 2003 International Conference on Image Processing, Yokohama, Japan, Sept. 2003, 3: 389 – 392.
 - [4] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D*, 1992, 60(4): 259 – 268.
 - [5] Weisenseel R A, Karl W C, Castanon D A. A region-based alternative for edge-preserving smoothing. Proceedings 2000 International Conference on Image Processing, Vancouver, Canada, Sept. 2000, 3: 778 – 781.
 - [6] Diewald U, Preusser T, Rumpf M, Strzodka R. Diffusion models and their accelerated solution in image and surface processing. Proceeding of Algorithmy 2000, Acta Math Univ Comenianae, 2001, LXX: 15 – 31.
 - [7] Chen Y, Levine S E. Image recovery via diffusion tensor and time-delay regularization. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2002, 13(3): 156 – 175.
 - [8] Weickert J. Coherence-enhancing diffusion of color images. *Image and Vision Computing*, 1999, 17(3): 201 – 212.
 - [9] Bakalexis S A, Boutalis Y S, Mertzios B G. Edge detection and image segmentation based on nonlinear anisotropic diffusion. 2002 14th International Conference on Digital Signal Processing, Xanthi, Greece, July 2002, 2: 1203 – 1206.
 - [10] Cottet G H, Germain L. Image processing through reaction combined with nonlinear diffusion. *Math Comp*, 1993, 61(10): 659 – 673.
 - [11] Brox T, Weickert J. Nonlinear matrix diffusion for optic flow estimation. Pattern Recognition, 24th DAGM-Symposium, 2002: 446 – 453.
 - [12] Weickert J, Zuiderveld K J. Parallel implementations of AOS schemes: A fast way of nonlinear diffusion filtering. IEEE International Conference on Image Processing, Santa Barbara, Oct. 1997, 3: 396 – 399.
- 喻 罡: 男, 1975年生, 博士生, 研究方向为医学图像分析和信息处理。
- 张红梅: 女, 1973年生, 博士, 讲师, 研究方向为医学图像分析和信息处理。
- 卞正中: 男, 1938年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为医学超声学和远程医疗。
- 郭佑民: 男, 1955年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为医学影像学。