

## 电磁矢量传感器及其阵列累量域虚拟导向矢量的线性无关度

徐友根 刘志文

(北京理工大学电子工程系 北京 100081)

**摘要:** 通过研究多个导向矢量之间的线性无关性讨论电磁矢量传感器及其阵列累量域观测的唯一性问题。导出了累量域电磁矢量传感器及其阵列线性无关虚拟导向矢量个数的上界和下界。这些结论对确定电磁矢量传感器及其阵列累量域可分辨非高斯信号源个数具有一定的参考价值。给出的仿真实验结果验证了文中的分析和推导。

**关键词:** 极化, 电磁矢量传感器, 导向矢量, 线性无关度

中图分类号: TN971.3, TP212

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)06-0983-04

## Linear Independence of Virtual Steering Vector of Electromagnetic Vector Sensor(s) in Cumulant Domain

Xu You-gen Liu Zhi-wen

(Dept of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract** The number of linear independent steering vectors effected by an ElectroMagnetic (EM) Vector Sensor (VS) and an EMVS array in cumulant domain is investigated in this paper. The upper bound and the lower bound for the number of linear independent steering vectors are both derived. The conclusions are useful for determining the number of non-Gaussian narrow-band signals whose DOAs can be uniquely identified by one EMVS or an array comprising multiple EMVSSs. Simulation results validate the present derivations.

**Key words** Polarization, ElectroMagnetic Vector Sensor (EMVS), Steering Vector (SV), Linear independence

### 1 前言

基于极化敏感电磁矢量传感器阵列的波达方向(Direction-Of-Arrival, DOA)和极化参数同时估计是阵列信号处理领域近十几年出现的一个新的研究分支<sup>[1]</sup>。所谓电磁矢量传感器(ElectroMagnetic Vector Sensor, EMVS)通常由空间相位中心相同、极化选择方向相互正交的3个电偶极子和3个磁偶极子组成。它可以感应横电磁波信号的电、磁场瞬态分量等微观结构参数。理论分析和算法性能仿真均表明, 引入电磁矢量传感器对信号二维 DOA 估计和波束形成有着积极的意义<sup>[2-7]</sup>。

电磁矢量传感器阵列信号处理中一个非常重要的问题乃是如何确定该类型阵列的可辨识信号源个数, 而研究满足线性无关的导向矢量的个数往往是研究这一问题的基本前提。文献[8,9]已在这方面作了有益的探索, 得出了一些重要的结论。本文将在这些工作的基础上, 沿用其中的方法分析和研究累量域单电磁矢量传感器及其阵列虚拟导向矢量之间的线性无关性, 推导相应的数目上界和下界, 以期能对基于累量操作的电磁矢量传感器及其阵列极化-角度-空间域孔径扩展作用有更量化的认识。

2003-12-22 收到, 2005-01-04 改回

国家自然科学基金(60272025)和北京理工大学基础研究基金(BIT-UBF-200301F07)资助课题

### 2 基本假定和问题描述

假定完全极化信号的方位角和俯仰角分别为 $\theta$  和 $\phi$ , 并且 $0 \leq \theta < 2\pi$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi$ 。信号的极化状态分别用极化倾角 $\alpha$  和极化椭圆角 $\beta$  两个几何参数加以刻画, 且假定 $0 \leq \alpha \leq \pi$ ,  $-\pi/4 \leq \beta \leq \pi/4$ 。在上述定义和假定下, 单个电磁矢量传感器六维极化-角度域导向矢量可以表示为<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{a}(\theta, \phi, \alpha, \beta) = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta\cos\phi \\ \cos\theta & \sin\theta\cos\phi \\ 0 & -\sin\phi \\ -\cos\theta\cos\phi & -\sin\theta \\ -\sin\theta\cos\phi & \cos\theta \\ \sin\phi & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}}_{Q(\alpha)} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\beta \\ j\sin\beta \end{bmatrix}}_{W(\beta)} \quad (1)$$

对于由 $N$ 个 EMVS 组成的电磁矢量传感器阵列, 其 $6N$ 维极化-角度-空间域混合导向矢量(Element Steering Vector, ESV)则可表示为 $c(\theta, \phi, \gamma, \eta) = \mathbf{a}(\theta, \phi, \gamma, \eta) \otimes \mathbf{b}(\theta, \phi)$ , 式中 $\mathbf{b}(\theta, \phi)$  为与电磁矢量传感器阵列具有相同传感器空间分布结构的标量传感器阵列所对应的空域导向矢量, 它表征电磁矢量传感器阵列的空域相干结构。

进一步假定所感兴趣的非高斯窄带信号源彼此独立，则电磁矢量传感器阵列累量域相应的  $36N^2$  维虚拟极化-角度-空间混合导向矢量(Virtual Steering Vector, VSV)可表示为  $\mathbf{c}(\theta, \phi, \gamma, \eta) \otimes \mathbf{c}^*(\theta, \phi, \gamma, \eta)$ <sup>[10]</sup>。为进一步令  $\mathbf{c}(\theta_m, \phi_m, \gamma_m, \eta_m) \otimes \mathbf{c}^*(\theta_m, \phi_m, \gamma_m, \eta_m) = \mathbf{d}_m$  为第  $m$  个信号对应的  $36N^2$  维 VSV。

这里只考虑角度域的唯一辨识问题，即假定所考虑的信号具有不同的角度(二维 DOA)，在此基础上讨论满足线性无关关系的 VSV 个数的上、下界问题。

### 3 累量域 EMVS 阵列线性无关导向矢量个数的下界

由于累量域电磁矢量传感器阵列虚拟导向矢量的形式可以表示成空域导向矢量和极化-角度域导向矢量的张量积与该张量积共轭的张量积，所以，可借鉴文献[8]中的工作研究累量域电磁矢量传感器阵列虚拟导向矢量线性无关个数上、下界的确定。首先讨论累量域线性无关虚拟导向矢量个数的下界。

考虑具有相同空域相干结构的标量传感器阵列和电磁矢量传感器阵列，并假定任意  $M$  个角度不同的信号所对应的空域导向矢量线性无关，亦即

$$\text{rank}\{[\mathbf{b}(\theta_1, \phi_1), \mathbf{b}(\theta_2, \phi_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_M, \phi_M)]\} = M \quad (2)$$

则由文献[8]中定理 1 的推论可知：任意  $M+2$  个极化信号对应的电磁矢量传感器阵列导向矢量 ESV 线性无关，如果任意  $M+3$  个极化信号中最多有 3 个信号具有相同的椭圆角，则它们对应的导向矢量 ESV 也是线性无关的。

不妨用  $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_k$  表示任意  $K$  个角度不同的信号所对应的线性相关的 VSV。由线性代数知识知，其中必存在  $N_{LB} \leq K$  个 VSV 满足： $N_{LB}$  个 VSV(不失一般性，用  $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_{N_{LB}}$  表示)本身线性相关，但其中的任意  $N_{LB}-1$  个 VSV 均线性无关，亦即有

$$\sum_{l=1}^{N_{LB}} \mathbf{c}_l \mathbf{d}_l = \sum_{l=1}^{N_{LB}} \mathbf{c}_l (\mathbf{c}_l \otimes \mathbf{c}_l^*) = \mathbf{0}_{36N^2} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_{N_{LB}} \neq 0$ ， $\mathbf{0}_{36N^2} \in \mathbb{C}^{36N^2}$  为  $36N^2$  维全零矢量。将上式进一步写成

$$\mathbf{c}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1(1)\mathbf{c}_1^* \\ \mathbf{c}_1(2)\mathbf{c}_1^* \\ \vdots \\ \mathbf{c}_1(6N)\mathbf{c}_1^* \end{bmatrix} + \dots + \mathbf{c}_{N_{LB}} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{N_{LB}}(1)\mathbf{c}_{N_{LB}}^* \\ \mathbf{c}_{N_{LB}}(2)\mathbf{c}_{N_{LB}}^* \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{N_{LB}}(6N)\mathbf{c}_{N_{LB}}^* \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{36N^2} \quad (4)$$

由此可以得到

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^* & \mathbf{c}_2^* & \dots & \mathbf{c}_{N_{LB}}^* \end{bmatrix}}_{A_{N_{LB}}^*} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1\mathbf{c}_1^*(1) & \mathbf{c}_1\mathbf{c}_1^*(2) & \cdots & \mathbf{c}_1\mathbf{c}_1^*(6N) \\ \mathbf{c}_2\mathbf{c}_2^*(1) & \mathbf{c}_2\mathbf{c}_2^*(2) & \cdots & \mathbf{c}_2\mathbf{c}_2^*(6N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{c}_{N_{LB}}\mathbf{c}_{N_{LB}}^*(1) & \mathbf{c}_{N_{LB}}\mathbf{c}_{N_{LB}}^*(2) & \cdots & \mathbf{c}_{N_{LB}}\mathbf{c}_{N_{LB}}^*(6N) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^* & \mathbf{c}_2^* & \cdots & \mathbf{c}_{N_{LB}}^* \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{c}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{c}_{N_{LB}} \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^T \\ \mathbf{c}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{N_{LB}}^T \end{bmatrix}}_{A_{N_{LB}}^T} = \mathbf{0}_{6N \times 6N} \quad (5)$$

式中  $\mathbf{0}_{6N \times 6N}$  为  $6N \times 6N$  的全零矩阵。显然，矢量  $[\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_1^*(h), \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_2^*(h), \dots, \mathbf{c}_{N_{LB}} \mathbf{c}_{N_{LB}}^*(h)]^T$  ( $h=1, 2, \dots, 6N$ ) 落在矩阵  $A_{N_{LB}}^*$  的零空间中，则

$$\begin{aligned} \text{rank}(CA_{N_{LB}}^T) &= \text{rank}(A_{N_{LB}}) \leq N_{LB} - \text{rank}(A_{N_{LB}}^*) \\ &= N_{LB} - \text{rank}(A_{N_{LB}}) \end{aligned} \quad (6)$$

于是  $\text{rank}(A_{N_{LB}}) \leq N_{LB}/2$ 。由上文可知：任意  $M+2$  个角度不同的信号所对应的导向矢量 ESV 线性无关，所以当  $N_{LB} \geq 3$  时，必然有  $\text{rank}(A_{N_{LB}}) \geq M+2$ ，由此可以得到  $N_{LB} \geq 2M+4$ 。这说明如果存在任意  $K$  个角度不同的信号所对应的 VSV 线性相关的情况，则必然有  $K \geq N_{LB} \geq 2M+4$ 。反之，如果  $K < 2M+4$ ，那么这  $K$  个 VSV 只可能线性无关。

假定  $K$  个信号中不超过 3 个信号其极化椭圆角相同，则  $\text{rank}(A_{N_{LB}}) \geq M+3$ ，于是  $N_{LB} \geq 2M+6$ ，这表明，若该  $K$  个信号不仅角度不同且其中不超过 3 个信号对应的极化椭圆角相同，则有  $K \geq N_{LB} \geq 2M+6$ 。反之，如果已知  $K < 2M+6$ ，那么这  $K$  个信号所对应的 VSV 线性无关。

此外，由于当  $M$  个信号对应的空域导向矢量线性无关时，任意  $M+4$  个信号对应的导向矢量 ESV 其线性无关性仍然不可知<sup>[9]</sup>，所以，不能根据上述分析思路得出  $K < 2M+8$  个 VSV 线性无关的结论。

综上，可以得到下面的结论 1。

**结论 1** 如果任意  $M$  个信号对应的空域导向矢量线性无关，那么对于具有相同空域相干结构的电磁矢量传感器阵列而言，任意数目小于  $2M+4$  的角度不同的信号无论其极化参数如何所对应的 VSV 一定线性无关；而任意数目小于  $2M+6$  的角度不同的信号如果其中不超过 3 个信号其极化椭圆角相同，那么对应的 VSV 也是线性无关的。

### 4 累量域 EMVS 阵列线性无关导向矢量个数的上界

本节推导累量域 EMVS 阵列线性无关导向矢量个数的上界。仍然考虑具有相同空域相干结构的标量传感器阵列和电磁矢量传感器阵列，如果存在  $3M+1$  个角度不同的信号所对应的空域导向矢量满足

$$\text{rank}\{[\mathbf{b}(\theta_1, \phi_1), \mathbf{b}(\theta_2, \phi_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_{3M+1}, \phi_{3M+1})]\} \leq M \quad (7)$$

则由文献[8]中定理 3 可知：存在  $3M+1$  个角度不同的极化

信号所对应的电磁矢量传感器阵列导向矢量 ESV 线性相关, 并且这些极化信号的极化状态同时表现为自旋方向相同的圆极化。

令上述  $3M+1$  个线性相关的导向矢量 ESV 为  $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_{3M+1}$ , 并且假定

$$\text{rank}\{\mathbf{c}(\theta_1, \phi_1), \mathbf{c}(\theta_2, \phi_2), \dots, \mathbf{c}(\theta_{3M+1}, \phi_{3M+1})\} = L \leq 3M \quad (8)$$

则这  $3M+1$  个 ESV 均可以由其中的  $L$  个线性无关的 ESV 线性表出, 为了便于讨论也不失一般性, 令前  $L$  个 ESV 线性无关, 于是有  $\mathbf{c}_l = \mu_{l,1}\mathbf{c}_1 + \mu_{l,2}\mathbf{c}_2 + \mu_{l,3}\mathbf{c}_3 + \dots + \mu_{l,L}\mathbf{c}_L$ ,  $l=1, 2, \dots, 3M+1$ , 进一步得到

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_l &= \mathbf{c}_l \otimes \mathbf{c}_l^* = (\mu_{l,1}\mathbf{c}_1 + \mu_{l,2}\mathbf{c}_2 + \mu_{l,3}\mathbf{c}_3 + \dots + \mu_{l,L}\mathbf{c}_L) \\ &\quad \otimes (\mu_{l,1}^*\mathbf{c}_1^* + \mu_{l,2}^*\mathbf{c}_2^* + \mu_{l,3}^*\mathbf{c}_3^* + \dots + \mu_{l,L}^*\mathbf{c}_L^*) \\ &= \sum_{p=1}^L \sum_{q=1}^L \mu_{l,p} \mu_{l,q}^* (\mathbf{c}_p \otimes \mathbf{c}_q^*) = \sum_{p=1}^L \sum_{q=1}^L V_{p,q} (\mathbf{c}_p \otimes \mathbf{c}_q^*), \\ l &= 1, 2, \dots, 3M+1 \end{aligned} \quad (9)$$

由此可以断定  $\mathbf{d}_l$  ( $l=1, 2, \dots, 3M+1$ ) 同时落入某一维数不超过  $L^2$  的线性子空间中。

显然  $L^2 \leq 9M^2 < 9M^2 + 1$ , 又考虑到一个线性相关矢量集和一个线性无关矢量集的并集仍然是一个线性相关矢量集, 所以当信号源个数  $k \geq 9M^2 + 1$  时, 如果其中至少有  $9M^2 + 1$  个 VSV 对应的信号其极化状态同为圆极化且自旋方向相同, 那么这  $k$  个 VSV 必然线性相关。

综上, 可以得到下面的结论 2。

**结论 2** 如果存在  $3M+1$  个信号其对应的空域导向矢量中最多有  $M$  个线性无关, 那么必然存在数目不小于  $N_{UB} = 9M^2 + 1$  且角度不同的信号所对应的 VSV 线性相关, 但这些信号中至少有  $9M^2 + 1$  个同为自旋方向相同的圆极化信号。

最后, 仿照文献[8]中的方法研究文献[9]中的定理 6 在累量域的推广。注意到  $\mathbf{d}_l \in \mathbb{C}^{36N^2}$ , 且

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_l &= \mathbf{c}_l \otimes \mathbf{c}_l^* = \mathbf{c}_l \otimes (\mathbf{B}_l^* \mathbf{Q}_l^* \mathbf{W}_l^*) \otimes \mathbf{b}_l^* = \mathbf{c}_l \otimes (\mathbf{B}_l^* \mathbf{h}_l^*) \otimes \mathbf{b}_l^* \\ &= ((\mathbf{c}_l \otimes \mathbf{B}_l^*) \mathbf{h}_l^*) \otimes \mathbf{b}_l^* = ((\mathbf{c}_l \otimes \mathbf{B}_l^*) \otimes \mathbf{b}_l^*) \mathbf{h}_l^* \end{aligned} \quad (10)$$

不妨令  $(\mathbf{c}_l \otimes \mathbf{B}_l^*) \otimes \mathbf{b}_l^* = [\rho_l^{(1)}, \rho_l^{(2)}]$ ,  $\rho_l^{(1)}, \rho_l^{(2)} \in \mathbb{C}^{36N^2}$ , 则有

$$c_1 \mathbf{d}_1 + c_2 \mathbf{d}_2 + \dots + c_{36N^2-1} \mathbf{d}_{36N^2-1} - c_{36N^2} \rho_{36N^2}^{(1)} = c_{36N^2+1} \rho_{36N^2}^{(2)} \quad (11)$$

由文献[9]中引理 2(亦见于文献[1]), 进一步可以得到

$$\begin{aligned} c_1 \mathbf{d}_1 + c_2 \mathbf{d}_2 + \dots + c_{36N^2-1} \mathbf{d}_{36N^2-1} &= c_{36N^2} \rho_{36N^2}^{(1)} + c_{36N^2+1} \rho_{36N^2}^{(2)} \\ &= (c_{36N^2} \otimes \mathbf{B}_{36N^2}^* \otimes \mathbf{b}_{36N^2}^*) [c_{36N^2}, c_{36N^2+1}]^T \\ &= \xi (c_{36N^2} \otimes \mathbf{B}_{36N^2}^* \otimes \mathbf{b}_{36N^2}^*) Q(\alpha_{36N^2}) W(\beta_{36N^2}) \\ &= \xi (c_{36N^2} \otimes ((\mathbf{B}_{36N^2}^* Q(\alpha_{36N^2}) W(\beta_{36N^2})) \otimes \mathbf{b}_{36N^2}^*) \\ &= \xi (c_{36N^2} \otimes ((\mathbf{B}_{36N^2}^* Q(\alpha_{36N^2}) W(\beta_{36N^2})) \otimes \mathbf{b}_{36N^2}^*) \\ &= \xi c_{36N^2} \otimes \mathbf{c}_{36N^2}^* = \xi \mathbf{d}_{36N^2} \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $\xi$  为一非零复数。由此有下面的结论 3。

**结论 3** 在感兴趣的任何角度区域, 任意一个 VSV 均可由  $36N^2 - 1$  个任意角度对应的 VSV 线性表出。

当电磁矢量传感器阵列仅由单个电磁矢量传感器组成时, 有  $N = M = 1$ , 此时相应的结论为: 对于单个电磁矢量传感器, 任意个数小于 6 的角度不同的信号无论其极化参数如何所对应的 VSV 一定线性无关; 而任意个数小于 8 的角度不同的信号如果其中最多有 3 个信号极化椭圆角相同, 那么它们对应的 VSV 线性无关。存在个数超过  $N_{UB} = 9$  的角度不同的信号所对应的 VSV 满足线性相关的关系, 但这些信号中至少有 10 个同为自旋方向相同的圆极化信号。在感兴趣的任何角度区域, 任意一个 VSV 均可以由 35 个任意角度对应的 VSV 线性表出。

## 5 仿真实例

本节通过计算机仿真验证上文所导出的结论是否正确。仿真中采用谱峰搜索 MUSIC 方法对  $N$  个信号源的二维 DOA 进行估计, MUSIC 空域谱峰搜索表达式如下:

$$\text{SP}(\theta, \phi) = \left\{ 1/\lambda_{\min}, \lambda_{\min} \leq \lambda \mid \det[\Theta^H(\theta, \phi) E_n E_n^H \Theta(\theta, \phi) - \lambda \Theta(\theta, \phi) \Theta(\theta, \phi)] = 0 \right\} \quad (13)$$

式中  $\Theta(\theta, \phi) = [(B(\theta, \phi) \otimes b(\theta, \phi)) \otimes (B^*(\theta, \phi) \otimes b^*(\theta, \phi))]$ ,  $E_n$  为噪声子空间矢量矩阵。显然, 根据谱峰的分布特征可以验证文中导出的 VSV 线性无关个数的上、下界是否正确。仿真中窄带非高斯信号的协方差矩阵按照下式生成

$$\mathbf{R}_s = [\mathbf{c}_1 \otimes \mathbf{c}_1^*, \mathbf{c}_2 \otimes \mathbf{c}_2^*, \dots, \mathbf{c}_N \otimes \mathbf{c}_N^*] \cdot \text{diag}([\sigma_s^2, \dots, \sigma_s^2]) [\mathbf{c}_1 \otimes \mathbf{c}_1^*, \mathbf{c}_2 \otimes \mathbf{c}_2^*, \dots, \mathbf{c}_N \otimes \mathbf{c}_N^*]^H \quad (14)$$

式中  $\sigma_s^2$  为等效四阶信号协方差, 噪声协方差矩阵为高斯白噪声序列的时间平均值, 阵元个数  $N = 2$ , 并且两个阵元均位于  $y$  轴上, 阵元间距为半个信号波长; 采样快拍数为 200, 其它参数均标于各自的仿真图中。

由图 1 的仿真结果可以看出, 当信号沿  $y$  轴不发生锥角模糊时, 在近似理想情况下, 利用 MUSIC 方法二元电磁矢量传感器阵列在累量域可以辨识任意 6 个角度不同的独立非高斯信号, 而图 2 的结果则表明当信号的极化椭圆角不完全相同时, 该上界可以达到 8 个; 图 3 的结果表明二元电磁矢量传感器阵列在累量域无法唯一地辨识 36 个(或 36 个以上)自旋方向相同的圆极化信号, 但是当信号不同时为自旋方向相同的圆极化信号时, 在累量域仍有可能唯一辨识 36 个独立非高斯信号, 如图 4 所示结果; 图 5 的结果则表明: 尽管 9 到 35 个导向矢量 VSV 的线性无关性不可知, 但也存在可辨识的情形。单电磁矢量传感器可以看作电磁矢量传感器阵列阵元个数为 1 的特殊情况, 故其相应结果这里不再给出。

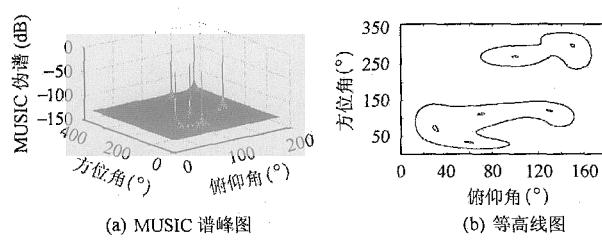


图1  $M = 6$ ;  $\theta = 30^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 120^\circ, 270^\circ, 300^\circ$ ;  
 $\phi = 60^\circ, 30^\circ, 70^\circ, 130^\circ, 100^\circ, 150^\circ$ ;  
 $\alpha = 60^\circ, 15^\circ, 35^\circ, 45^\circ, 115^\circ, 135^\circ$ ;  
 $\beta = 30^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 45^\circ, -30^\circ, -20^\circ$ ; SNR = 50 dB

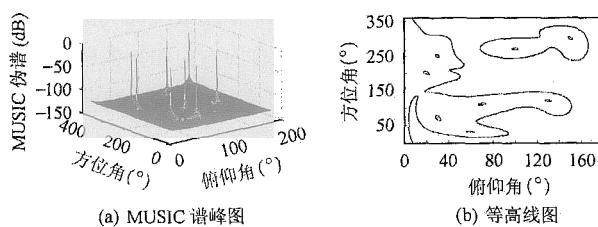


图2  $M = 8$ ;  $\theta = 30^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 120^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 200^\circ, 250^\circ$ ;  
 $\phi = 60^\circ, 30^\circ, 70^\circ, 130^\circ, 100^\circ, 150^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ ;  
 $\alpha = 60^\circ, 15^\circ, 35^\circ, 45^\circ, 115^\circ, 135^\circ, 30^\circ, 70^\circ$ ;  
 $\beta = 30^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 45^\circ, -30^\circ, -20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$ ; SNR = 50 dB

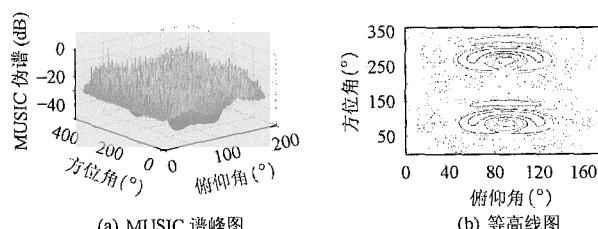


图3  $M = 36$ ;  $\theta = 10^\circ : 30^\circ : 350^\circ, 10^\circ : 30^\circ : 350^\circ, 10^\circ : 30^\circ : 350^\circ$ ;  
 $\phi = 30^\circ, \dots, 30^\circ, 90^\circ, \dots, 90^\circ, 150^\circ, \dots, 150^\circ$ ;  
 $\alpha = 0^\circ, \dots, 0^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ, \dots, 45^\circ$ ; SNR = 100 dB

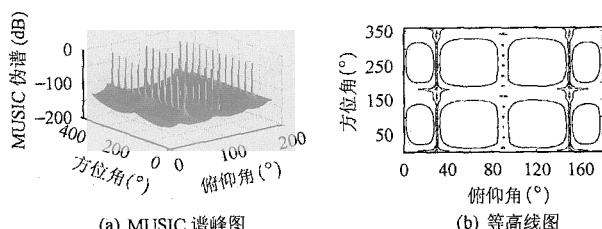


图4  $M = 36$ ;  $\theta = 10^\circ : 30^\circ : 350^\circ, 10^\circ : 30^\circ : 350^\circ, 10^\circ : 30^\circ : 350^\circ$ ;  
 $\phi = 30^\circ, \dots, 30^\circ, 90^\circ, \dots, 90^\circ, 150^\circ, \dots, 150^\circ$ ;  
 $\alpha = 0^\circ, \dots, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ ;  
 $\beta = 45^\circ, \dots, 45^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 30^\circ$ ; SNR = 100 dB

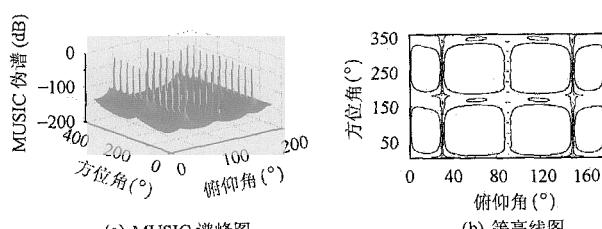


图5  $M = 35$ ;  $\theta = 10^\circ : 30^\circ : 350^\circ, 10^\circ : 30^\circ : 350^\circ, 10^\circ : 30^\circ : 340^\circ$ ;  
 $\phi = 30^\circ, \dots, 30^\circ, 90^\circ, \dots, 90^\circ, 150^\circ, \dots, 150^\circ$ ;  
 $\alpha = 60^\circ, \dots, 60^\circ$ ;  $\beta = 30^\circ, \dots, 30^\circ$ ; SNR = 100 dB

## 6 结束语

本文通过理论推导和仿真实验对单个电磁矢量传感器及多电磁矢量传感器阵列累量域线性无关虚拟导向矢量个数的上、下界进行了研究和推导，结果表明：利用单、多个电磁矢量传感器可以进一步提高累量域可辨识信号源的个数，但也存在上、下界；由于处理维数的增加，电磁矢量传感器及其阵列导向矢量线性无关阶数一般要高于空域相干结构相同的标量传感器阵列。

## 参 考 文 献

- [1] Nehorai A, Paldi E. Vector sensor array processing for electromagnetic source localization [J]. *IEEE Trans. on SP*, 1994, 42(2): 376 – 398.
- [2] Nehorai A, Ho K-C, Tan B T G. Minimum-noise-variance beamformer with an electromagnetic vector sensor [J]. *IEEE Trans. on SP*, 1999, 47(3): 601 – 618.
- [3] Wong K T, Zoltowski M D. Uni-vector-sensor ESPRIT for multi-source azimuth-elevation angle estimation [J]. *IEEE Trans. on AP*, 1997, 45(10): 1467 – 1474.
- [4] Wong K T, Zoltowski M D. Self-initiating MUSIC direction finding and polarization estimation in spatio-polarizational beamspace [J]. *IEEE Trans. on AP*, 2000, 48(8): 1235 – 1245.
- [5] Wong K T, Zoltowski M D. Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector-sensors at unknown locations [J]. *IEEE Trans. on AP*, 2000, 48(5): 671 – 681.
- [6] Zoltowski M D, Wong K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse array of EM vector-sensors [J]. *IEEE Trans. on SP*, 2000, 48(8): 2195 – 2204.
- [7] Zoltowski M D, Wong K T. Closed form eigen-structure based direction finding using arbitrary but identical sub-arrays on a sparse uniform rectangular array grid [J]. *IEEE Trans. on SP*, 2000, 48(8): 2205 – 2210.
- [8] Tan K-C, Ho K-C, Nehorai A. Uniqueness study of measurements obtainable with arrays of electro-magnetic vector sensors [J]. *IEEE Trans. on SP*, 1996, 44(4): 1036 – 1039.
- [9] K-C, Ho K-C, Nehorai A. Linear independence of steering vectors of an electromagnetic vector sensor [J]. *IEEE Trans. on SP*, 1996, 44(12): 3099 – 3107.
- [10] Chevalier P, Ferreol A. On the virtual array concept for the fourth-order direction finding problem [J]. *IEEE Trans. on SP*, 1999, 47(9): 2592 – 2595.

徐友根：男，1975年生，讲师，研究兴趣为极化敏感阵列信号处理及其应用。

刘志文：男，1962年生，教授，主要研究方向为图像处理、阵列信号处理及其应用。