

采用预判决信息的 LDPC 码编码调制方案性能研究

张海刚* 李长春* 马丕明* 袁东风**

*(山东大学信息科学与工程学院 济南 250100)

** (东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

摘要: 低密度奇偶校验 (LDPC) 码是 Turbo 码以外另一种性能接近香农限的好码。本文将 LDPC 码与比特交织编码调制(BICM)相结合, 首先给出了在不使用传统解调器与译码器之间迭代的情况下 8PSK 调制方案在 AWGN 信道和 Rayleigh 衰落信道中的性能 (简称为无迭代方案)。然后提出了一种新的接收端解决方案: 首先对接收符号进行预判决, 判决信息被用来调整解调器, 从而在一定程度上弥补了不使用解调器与译码器之间迭代所造成的性能损失, 并且相对于无迭代方案接收端复杂度几乎没有变化, 但性能却有所提高。这说明原有比特度量产生方法并不是最佳的, 该文使用预判决信息的方案给出了一个改善的思路。通过仿真结果可以得到结论: 使用本文所提出的方案在 AWGN 信道和 Rayleigh 衰落信道中都可以在不增加复杂度的情况下提高性能。

关键词: 低密度奇偶校验, 比特交织编码调制, 编码调制, Rayleigh 衰落信道

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)04-0509-05

Research on Performance of LDPC Coded BICM Schemes Using Pre-decision Message

Zhang Hai-gang* Li Chang-chun* Ma Pi-ming* Yuan Dong-feng**

*(School of Information Science and Engineering, Shandong Univ., Jinan 250100, China)

** (State Key Lab. on Mobile Communications, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract Low-Density Parity Check(LDPC) coded Bit-Interleaved Coded Modulation (BICM) schemes are analyzed in this paper. The schemes using decoding method without iteration between demodulator and decoder are first simulated. Then a novel method using pre-hard-decision message is proposed. And the performance over Additive White Gaussian Noise (AWGN) and Rayleigh fading channels is analyzed. The decoding complexity is also considered. The new method proves that the conventional bit-metrics generation method is not optimal. Through the simulation results there is conclusion that the proposed schemes have better performance than the scheme without pre-decision message both over AWGN and Rayleigh fading channels with nearly same complexity.

Key words LDPC, BICM, Coded modulation, Rayleigh fading channel

1 引言

低密度奇偶校验(LDPC)码首先由 Gallager 于 20 世纪 60 年代提出^[1]。在文献[1]中同时给出了这种码的一种自然的译码算法, 并证明了在码结构中不存在短循环情况下纠错性能的上界。但由于当时技术条件的限制, 人们并没有完全发现这种码优异的性能。在之后的近 30 年里, 这种码被人们所忽视, 仅有少数人对其进行了研究。在 1993 年 Turbo 码出

现以后, LDPC 码所具有的接近香农限的性能被重新发现^[2]。相对于 Turbo 码, LDPC 还具有 3 个优点: (1) 并行的译码算法使其具有比 Turbo 码低的计算复杂度; (2) 在实验结果中, 几乎所有的错误都是可检测的, 尽管现在对于这个结论还没能从理论上给出证明, 但这对于要求无差错传输的场合是有极大价值的; (3) LDPC 码存在简化的译码方法, 可进一步降低译码复杂度和译码延时。

大多数 LDPC 方案都将注意力集中在编码增益上, 但是随着移动通信向着高速宽带发展, 在传输速度的要求下, 频率资源变得越来越宝贵, 未来的通信系统必须充分利用有限

2003-04-09 收到, 2004-06-15 改回

国家自然科学基金(60372030), 教育部《高等学校骨干教师资助计划》([2000] 65), 东南大学移动通信国家重点实验室访问学者基金(V-99004), 东南大学移动通信国家重点实验室开放基金(A-0102)山东省自然科学基金(Y2000G14)和山东大学青年科学基金([2002]9)资助课题

的频谱资源, 频带有效性和功率有效性的矛盾日益突出, 而编码调制结合方案正是克服这一矛盾的主要方法。编码调制将编码与调制结合考虑, 充分利用调制星座点之间的距离, 从而在提高频带有效性的情况下, 尽可能减少功率有效性的损失。编码调制一般分为两种: 网格编码调制 (TCM) 和分组编码调制 (BCM)。在衰落信道中, 码的性能更多地依赖于编码符号序列间的汉明距离而不是欧氏距离, 所以基于比特交织的 BICM 方案比基于符号交织的 TCM 方案具有更好的性能。但同时在 AWGN 信道中则会造成性能损失, 这时往往采取译码器与解调器之间进行迭代来解决, 但这会使译码复杂度大幅度上升。

本文 BICM 方案采用 LDPC 码。首先分析了在不使用译码器与解调器之间迭代的情况下此方案在 AWGN 信道和 Rayleigh 衰落信道中的性能。为弥补不使用译码器和解调器之间迭代所造成的损失, 本文提出了一种改进的算法, 可以在不增加接收端复杂度的情况下提高性能。在进行解调以前, 接收符号首先经过一个预判决模块, 判决信息被用来调整解调结果, 可以在一定程度上获得更准确的解调, 而相对于无迭代方案, 复杂度几乎没有变化。

本文包括以下部分: 在第2节中给出了 LDPC 码的基本原理; 第3节介绍了 BICM 的原理, 由 LDPC 码构成的 BICM 方案使用的符号映射方法、衰落信道模型; 解调器和预判决模块将在第4节中详细介绍; 在第5节中分析了仿真结果; 最后给出若干结论。

2 LDPC 码

LDPC 码是一种线性码, 它之所以被称为低密度校验码, 是因为与之相关的监督矩阵中 1 的比例非常低, 矩阵中绝大多数元素为零。一个参数为 (N, j, k) 的码即是指码长为 N , 在其校验矩阵中每列含有 j 个 1, 每行含有 $k > j$ 个 1, j 和 k 相对于行和列数来说非常小, 如图 1 所示。因为每行和每列中所含 1 的个数是固定的, 所以这种码被称为规则码。如果行或列所含 1 的个数不全相同则称为非规则码。本文所作仿真是基于规则码。

校验矩阵中的每一列对应码字中的一个比特, 每一行则对应一个监督方程的结构。一般情况下校验矩阵 H 是随机构造的, 因而是非系统化的。在编码时首先应将其进行高斯消去, 得到

$$H = [I | P]$$

其中 I 为单位矩阵, P 为校验和部分。与普通分组码一样, 生成矩阵可以表示为

$$G = [P^T | I]$$

长度为 K 的信息向量与生成矩阵相乘 (GF(2) 域), 得到长

度为 N 的码字 c 。

LDPC 码还可以用一种双向图表示, 如图 2 所示。图中左边的节点是信息节点, 可以认为是一个码字中的一个比特或者是校验矩阵中的一列; 右边的节点是校验节点, 每个节点代表一个校验方程或是校验矩阵中的一行。当码字中某一位包含在某一校验方程中, 即校验矩阵中相应位为 1 时, 图 2 中的左右节点之间存在连线。对于每个节点, 与之相关的连线数称为这个节点的次数 (degree)。规则码与非规则码同样可以通过左右节点次数是否分别都一样来定义。这种双向图对于 LDPC 码的译码过程表示的比较直观。图 2 中箭头所示为译码过程中外信息的传递, 在译码算法中有相应的体现。

1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

图 1 低密度校验矩阵
 $N=20, j=3, k=4$

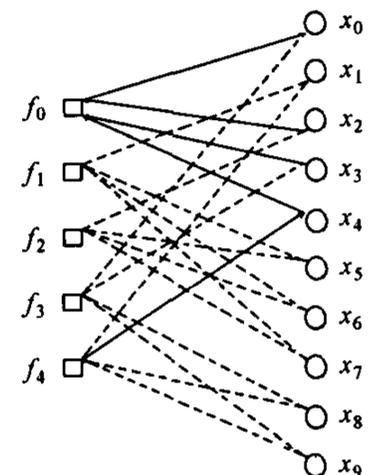


图 2 Tanner 图

在本文仿真中采用了由 Mackay 提出的一种迭代译码算法^[2]。以下是算法中所用到的一些符号的意义: R_j = 校验矩阵中第 j 行 (即第 j 个校验方程) 中包含的比特所形成的集合; $R_j \setminus i$ = 在 R_j 中去除第 i 个比特形成的集合; C_i = 校验矩阵中第 i 列 (即码字中第 i 个比特) 所参与的校验矩阵形成的集合; $C_i \setminus j$ = 在 C_i 中去除第 j 个校验方程形成的集合; $r_{ji}(b)$ 表示在码字中第 i 个比特 $c_i = b$ 和码字中其他比特服从分布 $\{q_{ij}\}_{j \neq i}$ 的情况下, 第 j 个校验方程满足的条件概率; $q_{ij}(b)$ 表示除第 j 个校验节点外其他校验节点提供外信息的情况下第 i 个信息节点 $c_i = b$ 的概率; P_i = 只通过信道特征得到的码字中第 i 个比特是 1 的概率。这种算法通过式 (1) ~ 式 (4) 在 $\{q_{ij}\}$ 与 $\{r_{ji}\}$ 之间迭代进行。 $\{q_{ij}\}$ 通过 P_i 初始化以完成迭代。

$$r_{ji}(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i \in R_j} (1 - 2q_{ij}(1)) \quad (1)$$

$$r_{ji}(1) = 1 - r_{ji}(0) \quad (2)$$

$$q_{ij}(0) = K_j (1 - P_i) \prod_{j \in C_N} r_{ji}(0) \quad (3)$$

$$q_{ij}(1) = K_j P_i \prod_{j \in C_N} r_{ji}(1) \quad (4)$$

3 BICM 基本结构及由 LDPC 码构成的 BICM 方案

BICM 作为一种实用化的编码调制方案首先由 Zehavi 提出^[3]。与多级编码 (MLC) 不同, BICM 只有一级的编码器和一个理想交织器, 所用分量码可以是卷积码或分组码。在传统 BICM 方案中(图 3), 经过编码器后码字 c 通过理想交织器 π 得到 $\pi(c)$, 然后将 $\pi(c)$ 根据调制方式进行分组, 每组映射为信号星座集合 χ ($|\chi|=2^M$) 中的一个点。采用 LDPC 码作为分量码不仅可以提高性能还可以省略交织器, 由于 LDPC 码的低密度性和随机性, 一个调制符号中的各个比特可认为是经过理想交织的。经过 LDPC 编码器后, 每个码字按调制方式将相邻的若干比特分为一组映射到 MPSK 的星座图上。本文采用了 8PSK ($M=3$) 调制, 映射方式采用 Gray 映射。8PSK 星座图如图 4 所示。

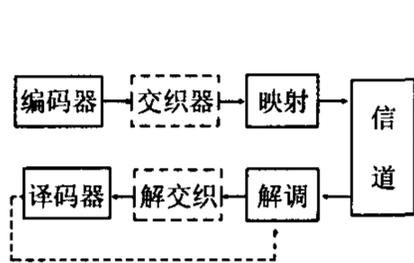


图3 BICM 原理图

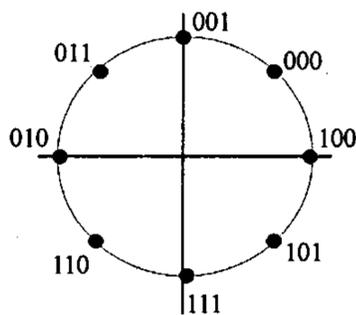


图4 Gray 映射(8PSK)

在接收端进行解调时假设发送每个星座点的概率是一样的, 所以解调结果并不理想, 为进一步改善解调效果, 译码器的输出又被送回解调器。经过译码的序列概率信息被用来进行再一次解调, 然后解调结果再送入译码器进行下一次的译码^[4,5]。这会在一定程度上提高系统性能, 但无疑会使译码延迟大大增加, 特别是采用 LDPC 码时, 一次置信传播的译码就需要多次循环, 再增加译码器与解调器之间的循环显然是不现实的。为此, 本文提出了一种折衷的方案, 在下一节中将详细介绍, 下面首先介绍一下仿真中所用到的信道模型。

静态衰落信道模型是无线移动通信仿真中被广泛使用的信道模型。在静态衰落信道中, 接收符号可以表示为

$$y_k = a_k x_k + z_k$$

其中 x_k 是信道传输符号, a_k 是幅度衰落, z_k 是复高斯噪声。衰落幅度 a_k 是一个随机变量, 当 $a_k=1$ 时, 信道即为 AWGN 信道。 a_k 的一个被广泛使用的分布是 Nakagami 分布:

$$p(a_k) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{2\sigma^2} \right)^m a_k^{2m-1} e^{-ma_k^2/(2\sigma^2)} \quad (5)$$

通过调整式(5)中的 m 的取值, 可以仿真很多种信道环境。如果 $m=1$, 式(5)变为

$$p(a_k) = 2a_k e^{-a_k^2}, \quad a_k > 0 \quad (6)$$

模型即为无直射路径的 Rayleigh 衰落信道, 也是本文所采用的信道模型。在仿真中, Rayleigh 衰落变量按如下公式产生:

$$a_k = \sqrt{-\ln(1-r)} \quad (7)$$

其中 r 是 $(0,1)$ 区间均匀分布伪随机数。复高斯噪声在每个向量上的均值为零, 方差为 $N_0/2$ 。

4 解调及预判决

LDPC 的迭代译码需要比特的后验概率, 如式(8)所示。当采用 8PSK 调制时这个概率很难计算。首先我们计算接收符号关于发送符号和幅度衰落的条件概率, 如式(9)所示:

$$P(b_j=0|y) \quad \text{和} \quad P(b_j=1|y) \quad (8)$$

$$p(y_k|x_k, a_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{N_0/2}} e^{-|y_k - a_k x_k|^2 / N_0} \quad (9)$$

我们假设存在理想的信道估计, 从而信道状态信息 a_k 对接收端是完全已知的。在计算完符号概率后如果不考虑预判决, 假设发送每个星座点的概率是相等的, 即 $P(x_i)=1/M$, $i=1, \dots, M$, 由贝叶斯准则可以得到

$$P(s=x_i|y) = P(y|s=x_i) / [MP(y)] \quad (10)$$

此时符号中某一比特的概率信息:

$$p(b_i=1) = \sum_{x_i: x_i=1} P(y|x) P(x) \quad (11)$$

若信道为 Rayleigh 衰落信道时, 将式(9)和式(10)代入式(11), 有

$$P(b_j=c|y) = \frac{1}{MP(y) \sqrt{2\pi} \sqrt{N_0/2}} \sum_{x_i \in \{x: b_j=c\}} e^{-|y - a_k x_i|^2 / N_0} \quad (12)$$

$P(x)$ 是对应比特是 1 的各个符号的先验概率, 这个概率在接收端一般是无法事先得知的, 传统方案通常先使用 $1/M$, 这样计算出每个符号中各个比特的概率信息送入 LDPC 译码器, 译码完成后, 译码所得到的概率信息再送回解调器, 调整 $P(x)$, 进行下一次的解调。为提高实用性, 我们不想进行这种大的循环, 那么在第一次解调时我们就调整发送符号的概率, 而不是简单地假设每个发送符号的概率是相等的。用来调整符号概率的依据不是来自于译码器, 而是所添加的预判决模块做出的判决信息(如图 5 所示)。当然来自译码器的概率信息比预判决信息更准确, 因为译码过程纠正了一部分错误, 但为了系统更实用, 本文所提出的方案还是有意义的。因为预判决模块所需运算量非常小, 相对于解调和译码的运算量来说可以忽略不计, 从而本文所提方案和无迭代方案的复杂度几乎一样。

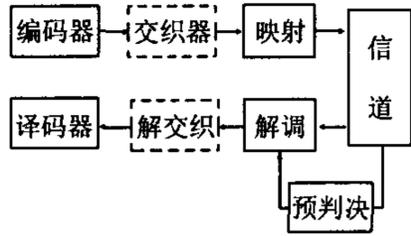


图5 系统框图

下面来解释一下如何利用预判决信息来调整解调结果。假设某一符号的预判决结果是星座点 000，那么这一发送符号有很大可能性就是星座点 000，特别是在信噪比较高时，我们就将通过式(9)计算得到的关于000的符号概率增大一定的倍数，然后所有的符号概率再被式(12)用来计算符号中比特的概率。如式(13)所示，其中 am 为放大系数， x_d 为硬判决结果， k 系数是为保证所有先验概率之和为 1。放大的系数究竟取多大效果最好还是一个需要探讨的问题，在本文的仿真中使用了 2 和 1.5 两个放大系数，在 AWGN 和 Rayleigh 衰落信道中得到了不同的结果。

$$P(b_j = c | y) = \frac{k}{MP(y)\sqrt{2\pi}\sqrt{N_0}/2} \cdot \left[\sum_{x_i \in \{x_i: b_j = c, x_i \neq x_d\}} e^{-[y - a_k x_i]^2 / N_0} + ame^{-[y - a_k x_d]^2 / N_0} \right] \quad (13)$$

5 仿真结果

仿真中所用码参数: 码长 $N=816$, 校验阵行数 $M=408$, 列重 $j=5$, 行重 $k=10$, 码率为 0.5。校验矩阵是在任何两列中 1 的位置重叠不超过 1 的约束下随机产生的, 以保证监督矩阵中不存在小于 4 的循环。

表 1 和表 2 所示为仿真中平均每个码字所需的译码循环次数。循环次数在一定程度上可以反映译码延时, 但延时也与译码器的运算速度有关。在仿真中设定最大循环次数为 30, 从两个表都可以看出在信噪比较低时达到了 30 次, 如果增大这个最大允许值, 在低信噪比时的性能会有一些提升, 但实际上提高这个值是没有实际价值的。在较高信噪比

表 1 码字平均译码迭代次数 (AWGN 信道)

SNR (dB)	8PSK (无迭代方案)	8PSK (系数为 1.5)	8PSK (系数为 2)
0	30	30	30
1	30	30	30
2	30	30	30
3	29.8950	30	29.9500
4	18.9505	19.5890	21.0525
5	5.9705	6.3850	6.5302
5.6	4.2070	4.2488	4.3530

表 2 码字平均译码迭代次数 (Rayleigh 衰落信道)

SNR (dB)	8PSK (无迭代方案)	8PSK (系数为 1.5)	8PSK (系数为 2)
0	30	30	30
1	30	30	30
2	30	30	30
3	30	30	30
4	30	30	30
5	30	30	30
6	27.0200	28.2200	27.4360
7	12.4220	12.6080	14.4230
8	5.6600	5.8070	6.0020
9	3.6670	3.6991	3.7566

时译码循环次数远低于 30。所以最大允许值不必设定的太大, 即使对低信噪比下性能有所影响, 但对于高信噪比下的性能影响几乎可以忽略, 而且最大译码延时减小。无论在 AWGN 信道中还是在 Rayleigh 衰落信道中, 我们所提出的方案与无迭代方案在迭代次数上几乎没有区别, 这说明使用预判决信息不会增大译码延迟。使用系数 2 和 1.5 也没有太大区别。

图 6 所示为 AWGN 信道中功率有效性的仿真结果。3 条曲线分别表示了无迭代方案、放大系数为 2、放大系数为 1.5 的性能。可以看到在小于 5.3dB 时无迭代的方案性能要比本文所提出的方案要好, 这比较容易理解, 因为信噪比较低时预判决结果更加不准确, 使用这种不准确的信息反而可能造成性能损失。但当信噪比大于 5.3dB 时, 显然使用预判决信息提高了性能。使用系数 2 比 1.5 性能更好。

图 7 所示为 Rayleigh 衰落信道中功率有效性的仿真结果。我们可以看到与 AWGN 信道中相同的现象, 但无迭代方案与所提方案性能曲线的交点更靠左一些。使用系数 1.5 比使用系数 2 性能要好, 这一点与 AWGN 信道中正好相反, 而且两者差距也比 AWGN 信道中明显。这说明由于幅度衰落的影响, 在 Rayleigh 衰落信道中的预判决结果比 AWGN 信道中更不可靠, 不宜使用太大的放大系数。

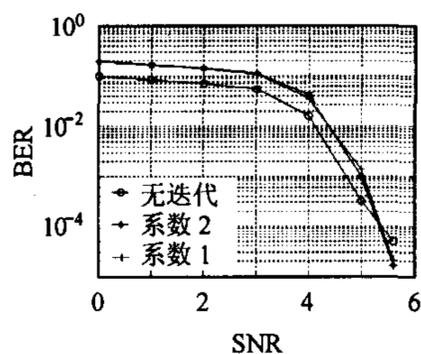


图 6 BER 性能(AWGN)

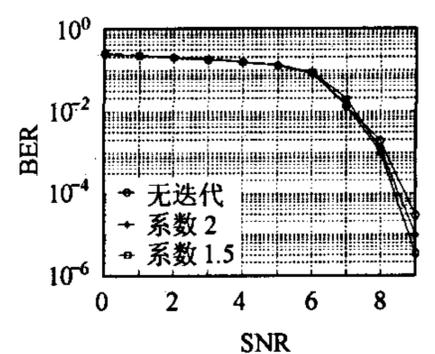


图 7 BER 性能(Rayleigh)

6 结论

通过我们的仿真结果和分析,可以得出以下结论:

(1) 采用LDPC码和8PSK调制的BICM方案,当没有解调器与译码器之间的迭代时,在AWGN和Rayleigh衰落信道中可以取得良好的性能,而且具有较低的译码复杂度。

(2) 使用本文所提出的预判决方案,无论在AWGN信道还是Rayleigh衰落信道中都可以获得比无迭代方案更好的性能,而且复杂度几乎没有变化。这说明原有比特度量产生方法并不是最佳的,使用预判决信息的方案也给出了一个改善的思路。

(3) 在AWGN信道中,放大系数可以适当取得大一些,而在Rayleigh衰落信道中不能取得过大,1.5是一个较好的选择。

(4) 无论在AWGN信道还是Rayleigh衰落信道中,LDPC码都是BICM分量码的一个较好的选择。

参考文献

[1] Gallager R G. Low-Density Parity-Check Codes, Cambridge, MA: MIT Press, 1963.

[2] MacKay D J C. Good error-correcting codes based on very sparse matrices. *IEEE Trans. on IT*, 1999, 45(3): 399 – 431.

[3] Zehavi E. 8-PSK trellis codes for a Rayleigh fading channel. *IEEE Trans. on Communications*, 1992, 40(5): 873 – 883.

[4] Li Xiaodong, Ritcey J A. Bit-interleaved coded modulation with iterative decoding. *IEEE Communications Letters*, 1997, 1(6): 169 – 171.

[5] Li Xiaodong, Ritcey J A. Bit-interleaved coded modulation with iteratively decoding using soft feedback. *Electronics Letters*, 1998, 34(10): 942 – 943.

张海刚: 男, 1977年生, 硕士生, 研究方向: LDPC码、BICM、空时码。

李长春: 男, 1962年生, 博士生, 研究方向: 移动通信理论与技术、信道纠错编码与多级编码技术。

马丕明: 女, 1970年生, 讲师, 博士生, 研究方向: 数字移动通信编码理论与技术、通信信号处理、低密度校验码的编译码等。

袁东风: 男, 1958年生, 教授, 博士生导师, IEEE高级会员, 研究领域: 纠错编码、OFDM、自组织网络、MIMO、信道建模。