

# 热离子能量转换器中物理过程的分析\*

张二力

(清华大学无线电电子学系)

金佑民

(清华大学力学系)

## 提 要

本文介绍了热离子能量转换器(简称 TEC)的点火型工作状态及其分析计算的物理模型,将电极之间分成五区:即阴、阳极鞘层,过渡区和中性等离子体区;讨论了 TEC 内的电离机构,计算伏安特性和等离子体参量分布的方法,给出了国外数值计算的结果。

文章指出: TEC 内的电离主要决定于阶梯电离;等离子体参量由一维电子和离子流输运方程、连续方程和能量输运方程来描述;电极附近的过渡区则作为边界条件来处理。

## 一、引言

自五十年代苏、美提出热离子能量转换器(以下简称 TEC)的基本原理以来已经近卅年。1973 年以前的研究主要是以宇航应用为目的。1975 年美国首先提出用 TEC 与热电厂发电机组成联合循环,可使发电效率达到 50% 左右<sup>[1]</sup>。它导致 TEC 的研究转入适应地面要求的新阶段。这种应用在耐高温腐蚀材料、TEC 的效率和电厂工程设计等方面提出了一系列要求。根据报道,在第一个问题上美国,西德均有突破;热离子联合循环电厂的最优化设计和实验正在进行;但是,从目前提出的各种方案来看,要实现巨大的经济效益和承受住其他各种提高发电效率方案的竞争,还必须进一步提高 TEC 在较低温度下工作的效率。因此美、苏在进行以上工作的同时,都对 TEC 内的物理过程和电极材料开展了大量的研究。

近年来,国内已有不少文章介绍 TEC 的原理和近况<sup>[2-5]</sup>。为了进一步开展对 TEC 的研究,本文将介绍 TEC 的主要物理过程和计算方法。

## 二、物理模型和基本方法

TEC 有三种工作状态<sup>[6]</sup>,而实际应用的只是点火型状态,本文将只讨论这种状态。这时,TEC 的典型工作参量为:阴极温度  $T_K$  为 1550—2000K, 艋压强  $P_{Cs}$  为 1—5 托,阳极温度  $T_A$  为 750—800K, 电流密度  $J$  为 2—10A/cm<sup>2</sup>, 极间距离  $d$  为 0.1—1mm, 输出电压

\* 1982 年 7 月 9 日收到, 1983 年 4 月 7 日修改定稿。

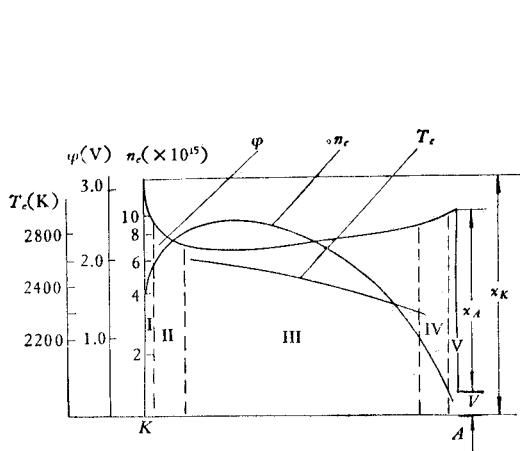


图 1 TEC 内等离子体参量的分布

$\varphi$ —电位;  $n_e$ —电子密度;  $T_e$ —电子温度;  $\chi_K, \chi_A$ —阴、阳极逸出功

$V$  为 0.3—1V.

相应的极间等离子体参量的分布见图 1.

为了便于分析, 考虑到图 1 所示等离子体参量分布的特点, 我们把极间分为五区<sup>[7]</sup>: 即电极鞘层(图 1 中的 I, V), 过渡区(II, IV) 和中性等离子体区(III). 鞘层的厚度约为德拜屏蔽半径量级  $L_D = [kT_e/(4\pi q^2 n_e)]^{1/2}$ ,  $n_e$  和  $T_e$  为自由电子的数密度和温度,  $k$  为玻尔兹曼常数,  $q$  为电子电荷. 在 TEC 中,  $L_D \approx 0.5 \mu\text{m}$ . 它远小于电子的自由程

$$l_e \approx 10-20 \mu\text{m}.$$

因而鞘层内粒子主要受电场作用, 几乎不发生碰撞. 在分析中我们一般把鞘层作为矩形位垒来处理. 为了寻求位垒  $W_E$ , 近似认为电极与其表面附近的等离子体处在热力学平衡态<sup>[8]</sup>. 这样, 电极内部电子的化学势应等于等离子体自由电子的化学势, 因而位垒

$$W_E = |\mu - \chi|.$$

$\mu$  为自由电子的化学势,  $\chi$  为逸出功.

电极逸出功  $\chi$  与其表面铯原子的覆盖情况密切相关, 因而它除决定于电极材料及其表面结构外, 还决定于电极温度  $T_E$  和铯蒸汽压  $P_{Cs}$ , 通常用  $T_E/T_R$  表征,  $T_R$  为铯蒸汽的温度. 金属钨的  $\chi$  与  $T_E/T_R$  的关系见图 2<sup>[7,8]</sup>.

当  $T_K/T_R$  较小时 (下标  $K$  表示阴极参量,  $A$  表示阳极参量);  $\mu > \chi_K$  (图 3(a)). 这时位垒  $W_K$  排斥阴极发射的电子进入过渡区, 并使鞘层内离子加速落到阴极上, 以致鞘层内离子密度小于电子密度, 使 TEC 处于非点火型状态.  $T_K/T_R$  增大后,  $\chi_K > \mu$  (图 3(b)), 鞘层内离子密度大于电子密度, TEC 处于点火型状态. 一般情况下, 阴极位垒  $W_K \sim 1\text{eV}$ , 阳极位垒  $W_A \sim kT_e \sim 0.3\text{eV}$ .

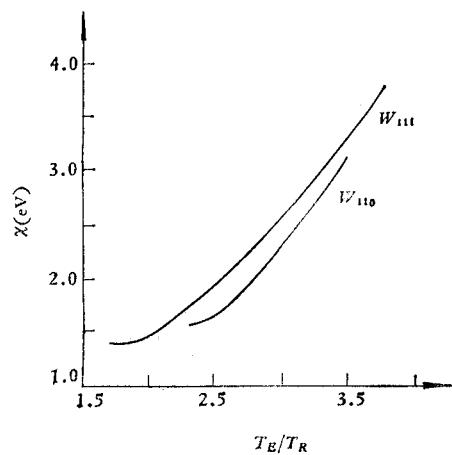


图 2 铯蒸汽下钨的逸出功

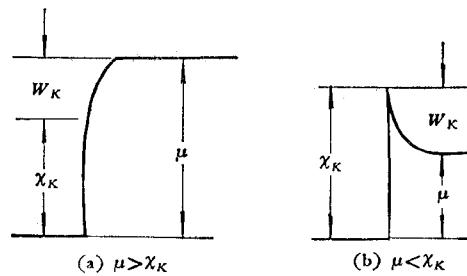


图 3 电极鞘层内电子位能的分布

过渡区的厚度为粒子自由程量级。过渡区内仍然存在着较强的电场，但空间正负带电粒子的密度近似相等。由于粒子自由程远小于极间距离  $d$ ，因而在分析时可以认为过渡区是中性等离子体区的边界层。在过渡区内，由鞘层加速的电子在距离电极为电子与原子弹性碰撞的自由程  $l_{ea}$  的距离上主要是与原子弹性碰撞。由于二者质量相差甚大，碰撞只改变电子速度的方向而能量改变很小。这种碰撞将使电子在速度方向上的分布趋于均匀——动量弛豫。在阴极过渡区内，由于位垒  $W_K$  较高，动量弛豫可以不考虑；而  $W_A$  较低，所以阳极过渡区内必须考虑动量弛豫。

中性等离子体区内电子密度与离子密度近似相等，它们的分布函数接近麦氏分布。带电粒子主要受碰撞作用，其次才是弱电场的影响。

本文侧重讨论 TEC 中电离的机理、伏安特性的计算和等离子体参量在极间的分布。计算伏安特性是以中性等离子体区为对象建立起基本方程，然后把复杂的电极过渡区作为边界问题处理。为了简化问题，我们不考虑不稳定过程，并作为一维问题来处理。

描述 TEC 内部过程的基本方程由电子流和离子流输运方程、连续方程和能量输运方程组成<sup>[9,10]</sup>。

$$J_e = -n_e \mu_e \frac{d\varphi}{dx} - D_e \frac{dn_e}{dx} - D_e n_e (1 + K_e^{(T)}) \frac{1}{T_e} \frac{dT_e}{dx}, \quad (1)$$

$$j_i = n_i \mu_i \frac{d\varphi}{dx} - D_i \frac{dn_i}{dx} - D_i n_i (1 + K_i^{(T)}) \frac{1}{T} \frac{dT}{dx}, \quad (2)$$

$$S_e = J_e \left[ \left( \frac{5}{2} + K_e^{(T)} \right) kT_e + qp \right] - \kappa_e \frac{dT_e}{dx}, \quad (3)$$

$$\frac{dJ_e}{dx} = \frac{dj_i}{dx} = \Gamma, \quad (4)$$

$$dS_e/dx = -\Gamma(E_i - qp) - \Delta S_{rad} - \Delta S_{ei} - \Delta S_{ea}, \quad (5)$$

$$-\frac{d}{dx} \left( \kappa_a \frac{dT}{dx} \right) = \Delta S_{ci} + \Delta S_{ca}, \quad (6)$$

$$N_a = P_{Cs}/kT. \quad (7)$$

由于原子质量与离子相近，碰撞时能量交换比较充分，所以二者温度均为  $T$ ； $\varphi$  为极间电位； $J_e$  和  $j_i$  为电子流和离子流密度； $N_a$  为原子密度； $S_e$  为电子携带的能流密度， $\Delta S_{rad}$  为辐射的能流损失； $\Delta S_{ei}$  和  $\Delta S_{ea}$  为电子传递给离子和原子的能量； $\Gamma$  为单位体积单位时间内产生的离子数——电离速度； $x$  轴垂直电极平面，并指向阳极；阴极面位于  $x = 0$  处； $\mu_e, \mu_i$ ； $D_e, D_i$ ； $K_e^{(T)}, K_i^{(T)}$  相应为电子和离子的迁移率，扩散率和热扩散系数； $\kappa_e$  和  $\kappa_a$  为电子和原子的导热系数。这些系数统称为动力论系数，它们之间有以下关系：

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{kT_e}{q} \mu_e, & D_i &= \frac{kT}{q} \mu_i, \\ \alpha_e &= \kappa_e / (n_e k D_e), & \beta_e &= \frac{5}{2} + K_e^{(T)}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由于电子在原子处的散射是近程力的作用，电子在离子处的散射是库仑力的作用，因而它们相应的动力论系数也不同。所以在具体计算动力论系数时需采用这两种情况的内插值<sup>[11]</sup>：

$$\left. \begin{aligned} \mu_e^{-1} &= \mu_{ea}^{-1} + \mu_{ei}^{-1}; \quad \alpha_e = (2\mu_{ea}^{-1} + 1.6\mu_{ei}^{-1})\mu_e, \\ \beta_e &= (2\mu_{ea}^{-1} + 3.2\mu_{ei}^{-1})\mu_e, \\ \mu_{ea} &= \frac{q}{3kT_e} l_{ea}\bar{v}_e, \quad \mu_{ei} = 0.582m\bar{v}_e^{3/4}q^3n_e\Lambda, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$\bar{v}_e$  为电子的平均速度,  $\Lambda$  为库仑对数。在弱场情况下,  $\mu_i = 0.481ql_i/\sqrt{2kTM}$ ,  $l_i$  为离子自由程,  $m$  和  $M$  分别为电子和离子的质量。离子的热扩散系数  $K_i^{(T)}$  很小, 可忽略不计。在采用动量弛豫时间  $\tau_p$  来近似描述输运过程时有:

$$\Delta S_{ea} \approx \frac{3m}{M} \left( \frac{n_e}{\tau_p} \right) k(T_e - T), \quad (10)$$

$$\Delta S_{ei} \approx \frac{3m}{M} k(T_e - T) / [3/4(2\pi m)^{1/2}(kT_e)^{3/2}\Lambda q^4]. \quad (11)$$

上述基本方程 (1—7) 可由等离子体动力论方程推出。动力论系数亦可相应求出, 只是十分繁杂。(6) 式的边界条件为  $T_{x=0} = T_K$ ,  $T_{x=d} = T_A$ 。一般情况下,  $\Delta S_{ea}$ ,  $\Delta S_{ei}$  可以忽略<sup>[10]</sup>。同时,  $\kappa_a$  与  $T_e$  的关系也较弱, 因而极间重粒子的温度近似呈线性分布。其余方程的边界问题将在后面讨论。

### 三、电离机理和中性等离子体区的电离速度

由图 1 的极间电位分布, 可见, 电场可能交给电子的能量不仅远小于铯原子的电离能  $E_i = 3.89\text{eV}$ , 也小于它的第一激发能级的激发能  $E_1 = 1.4\text{eV}$ 。同时, 由于电子温度较低, 电极的温度更低, 所以 TEC 内的电离机理既不同于“正光柱”, 也不是热电离和辐射电离起主要作用<sup>[6]</sup>。

人们曾经怀疑分子性离子产生的过程是否是 TEC 中电离的主要机理。计算和实验表明, 仅仅在  $n_e$  和  $T_e$  比较低时, 分子性离子的产生才会对 TEC 电离有较大的贡献<sup>[8—10]</sup>。

这样在 TEC 中起主要作用的只能是由多次非弹性碰撞构成的阶梯电离。

由于 TEC 中等离子体处于非平衡态, 因而复合的机理可以与电离的不同。当等离子体密度很低时, 光的复合可能起很大作用, 随着  $n_e$  的增大三体碰撞复合将超过光的复合。一般而言低能级激发原子去激发辐射的几率很大, 但铯等离子体对它的吸收也很强, 因而可以认为辐射被“封闭”了, 只要考虑三体复合就行了。

既然 TEC 的电离由阶梯电离决定, 那么寻求电离速度  $I$  就必须联立求解电子动力论方程和  $R$  个激发能级的平衡方程。 $R$  能级为铯原子的最高激发能级, 基态能级序号为零。在均匀和光学厚的等离子体内只需考虑电子与原子的非弹性碰撞对电离的贡献。这时电子的动力论方程和原子激发能级的平衡方程为<sup>[8,12]</sup>:

$$\mathbf{v}_e \nabla_r f(\mathbf{v}, \mathbf{r}) + q \cdot \frac{\mathbf{E}}{m} \nabla_v f(\mathbf{v}, \mathbf{r}) = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_c; \quad (12)$$

$$\alpha_k n_e^3 - n_e N_k w_{k\text{ion}} + n_e \sum_{l \neq k} (N_l w_{lk} - N_k w_{kl}) = 0, \quad k = 0, 1, 2 \dots R, \quad l \neq k; \quad (13)$$

式中  $\mathbf{v}_e$  为电子速度;  $f(\mathbf{v}, \mathbf{r})$  为电子的分布函数;  $\mathbf{E}$  为电场;  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_c$  为碰撞项;  $k, l$  为激发

能级的编号,  $N_k$ ,  $N_l$  为  $k$  和  $l$  能级的布居数;  $w_{kl}$  和  $w_{lk}$  分别为由  $k$  至  $l$  和由  $l$  至  $k$  能级的跃迁几率;  $w_{k\text{ion}}$  为  $k$  能级上原子的直接电离几率;  $\alpha_k$  为  $k$  能级原子的三体复合系数。并有:

$$n_e w_{lk} = \int_v f(\mathbf{v}_e, \mathbf{r}) v Q_{lk} d^3 v, \quad (14)$$

$$\alpha_k n_e^3 = n_e \iint v'_e v_{e2} Q_r (\varepsilon', \varepsilon_2 \rightarrow k) f(\mathbf{v}'_e) f(\mathbf{v}_{e2}) d^3 v'_e d^3 v_{e2}, \quad (15)$$

$Q_{lk}$ ,  $Q_r$  为由  $l$  到  $k$  能级的跃迁截面和由电离态到  $k$  能级的复合截面。由细致平衡原理可以求得  $w_{kl}$  和  $w_{ki}$ 。这样电离速度为

$$\Gamma = \sum_{k=0}^R [N_k n_e w_{ki} - \alpha_k n_e^3]. \quad (16)$$

虽然 TEC 内中性等离子体区处于非平衡态, 但由于自由电子间库仑作用强, 驰豫很快, 它们的分布函数可以认为是麦氏分布, 这样(16)式简化为<sup>[9-11]</sup>:

$$\Gamma = n_e \bar{v}_e \sigma_0(T_e) N_0 \left[ 1 - \frac{n_e^2 N_0(T_e)}{n_e^2(T_e) N_0} \right]. \quad (17)$$

前项为纯电离速度, 后项表征三体复合效应。其中  $\sigma_0(T_e)$  为基态铯原子的总有效电离截面, 它与  $T_e$  的关系见图 4;  $\bar{v}_e$  为自由电子的平均速率;  $N_0$  为基态原子的数密度;  $N_0(T_e)$  和  $n_e(T_e)$  为温度为  $T_e$  时处于热力学平衡态的  $N_0$  和  $n_e$  的值, 它们之间满足沙哈方程:

$$n_e^2(T)/N_k(T) = \frac{2}{g_k} \cdot \left( \frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(E_{\text{ion}} - E_k)/kT}, \quad (18)$$

图 4 不同文献中基态铯原子的有效电离截面  $\sigma_0(T_e)$

式中下标  $k$  为能级序号,  $g_k$  为统计权重,  $h$  为普朗克常数,  $N_k(T)$  为  $k$  能级处于平衡态的布居数。

虽然 TEC 中中性等离子体区自由电子近似按麦氏分布, 但  $n_e$  和  $N_k$  之间并不满足(18)式。为了描述激发能级上布居数偏离平衡的情况, 我们引入相对布居数  $\nu_k$ :

$$\nu_k = N_k / [(g_k / g_0) N_0 e^{-E_k / kT_e}]. \quad (19)$$

显然, 处于热力学平衡时,  $\nu_k = 1$ 。(19)式变为玻尔兹曼分布:

$$N_k(T) = (g_k / g_0) N_0(T) e^{-E_k / kT_e}. \quad (20)$$

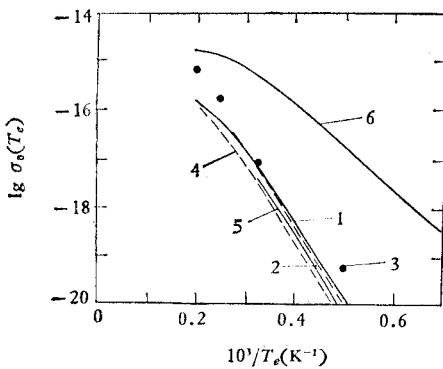
(18) 和 (20) 式并不是独立的。前者用  $n_e = N_{k+1}$  与  $N_k$  来描述平衡状态, 后者用  $N_0$  和  $N_k$  来描述平衡状态。

对于 TEC 内中性等离子体区, 由于处于非热力学平衡状态, 我们考虑两种极限情况。

当  $N_k/N_0 = N_k(T_e)/N_0(T_e)$  时,  $\nu_k = 1$ 。它表征  $k$  能级的原子与基态处于“平衡”。

当  $N_k/n_e = N_k(T_e)/n_e(T_e)$  时, 它表征  $k$  能级上原子与电离态的原子(即离子)处于“平衡”。这是  $n_i = N_{k+1} = n_e$ ,  $\nu_k$  为:

$$\nu_k = \frac{n_e^2 N_0(T_e)}{n_e^2(T_e) N_0} = \nu_e. \quad (21)$$



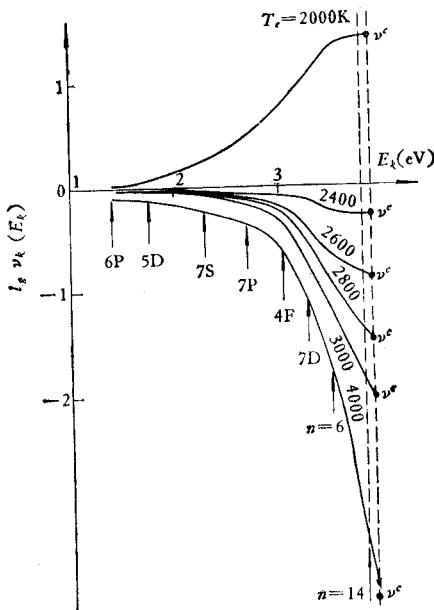


图 5  $T_e$  不同时, 铯原子能级上的相对布居数  
 $N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

它仅仅决定于  $T_e$ ,  $n_e$  和  $N_0$ , 与能级无关. 由(17)式可见,  $v^c$  还决定电离速度. 当  $v^c > 1$  时,  $\Gamma < 0$ , 复合占优势; 当  $v^c < 1$  时, 电离占优势.

图 5 给出了不同温度  $T_e$  下, 铯原子激发能级的相对布居数<sup>[9]</sup>. 可以看到, 对于较低的能级(6P-4F),  $v_k \approx 1$ . 这说明它们与基态处于“平衡”. 对于较高能级(6P以上)  $v_k \approx v^c$ , 与电离态处于“平衡”. 当  $T_e$  增高时, 等离子体区电离迅速增强,  $v^c < 1$ .

#### 四、快电子分布函数和非平衡电离

由阴极发射的电子受到鞘层位垒加速以后, 它的速度分布偏离了麦氏分布. 这时电离速度严格地讲应按(16)式求解. 这首先需要求解电子的分布函数. 但是由(12)式直接求解电子的分布函数是十分困难的, 为此我们将依据 TEC 中等离子体的特点作一些简化.

按照原子跃迁的一般规律, 相邻能级间跃迁截面  $Q_{kl}$  最大, 而且能量间隔  $E_{kl}$  越小,  $Q_{kl}$  越大. 另一方面, 能量为  $\epsilon$  的自由电子数目随着  $\epsilon$  增大近似按指数规律减小. 由于高激发能级间  $E_{kl}$  很小, 相应这种能量的自由电子数目就很大, 因而这种跃迁是十分频繁的. 而对于低能级之间的跃迁, 特别是从基态到第一激发能级的跃迁, 由于  $E_1$  最大, 因而是最弱的. 它实际上决定了铯原子电离速度的大小.

这样, 为了估计阴极附近的电离速度, 我们只要分析能量等于和大于  $E_1$  的快电子的分布函数. (而这种快电子库伦散射截面很小, 弛豫很慢, 它的分布函数往往是偏离麦氏分布的) 而那些低能量的电子则可认为是服从麦氏分布.

由于阴极鞘层位垒  $w_K$  很高以及电子自由程  $l_e$  远小于产生大量离子的距离, 因而即使

在阴极过渡区，电子的分布函数基本上是各向同性的。所以，可以将它写成<sup>[10,16]</sup>：

$$f(\mathbf{v}, \mathbf{r}) = f_0(\mathbf{v}, \mathbf{r}) + \mathbf{f}_1(\mathbf{v}, \mathbf{r}) \cdot \frac{\mathbf{v}}{v}, \quad (22)$$

其中  $\mathbf{f}_1$  的方向与  $x$  轴一致，并有  $f_0 \gg |\mathbf{f}_1|$ 。

将(22)式代入(12)式，并对等式两边各乘以速度空间立体角元  $d\omega$  和  $v d\omega$  进行积分，可得<sup>[19]</sup>：

$$\frac{v}{3} \nabla_r \cdot \mathbf{f}_1 + \frac{q}{3} \frac{\mathbf{E}}{mv^2} \cdot \frac{\partial}{\partial v} (v^2 \mathbf{f}_1) = I, \quad (23)$$

$$v \frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{qE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = -f_1/\tau_p, \quad (24)$$

其中  $I$  为碰撞项， $\tau_p$  为动量弛豫时间。

对于快电子而言，由于本身能量很大，因而电场的影响可以略去。由(23)，(24)式消去  $\mathbf{f}_1$ ，利用  $\varepsilon = \frac{1}{2} mv^2$ ，扩散系数  $D_e(\varepsilon) = \frac{1}{3} v \tau_p \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}$  和按能量的分布函数  $F(\varepsilon, x)$  可得：

$$-D_e(\varepsilon) \frac{\partial^2 F(\varepsilon, x)}{\partial x^2} = I_{ee} + I_{ea} + I_{ca}^{(n)}, \quad (25)$$

其中  $I_{ee}$  和  $I_{ea}$  分别为电子之间和电子—原子弹性碰撞对  $F$  的贡献。它们可用福克—普朗克方程描述。在采用罗森布鲁斯<sup>[11,17]</sup>近似处理时它们为：

$$I_{ee} = \frac{\varepsilon}{\tau_{e,ee}} \left[ \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} + kT_e \frac{\partial^2 F}{\partial \varepsilon^2} \right]. \quad (26)$$

对于  $I_{ee}$ ，能量弛豫时间  $\tau_{e,ee}$  为：

$$\tau_{e,ee} = m^{1/2} \varepsilon^{3/2} / (2^{3/2} \pi q^4 \Lambda n_e); \quad (27)$$

对于  $I_{ea}$ ，

$$\tau_{e,ea} = \frac{M}{2m} \tau_p.$$

$I_{ca}^{(n)}$  为电子与原子非弹性碰撞的贡献，有：

$$I_{ca}^{(n)} = -v Q_{kl} \left[ N_k F(\varepsilon) - \frac{g_k}{g_l} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon - E_{kl}} \right)^{1/2} N_l F(\varepsilon - E_{kl}) \right] \\ - v Q_{lk} \left[ N_l F(\varepsilon) - \frac{g_l}{g_k} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon + E_{kl}} \right)^{1/2} N_k F(\varepsilon + E_{kl}) \right]. \quad (28)$$

(25)–(28)式为描述快电子分布函数中各向同性部分的动力论方程。由于电子与原子碰撞对电子的能量影响很小，因而在(25)式中省略该项。

下面讨论(25)式的边界条件。由于  $\tau_e \gg \tau_p$ ，可以认为在电子自由程  $l_e$  上电子流没有很大变化，因而可以认为过渡区上扩散电子流等于阴极边界上的电子流  $J_{eK}(\varepsilon, 0)$ 。由于鞘层位垒  $W_K$  的存在，在阴极边界上的条件为：

$$\frac{\partial F(\varepsilon, x)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \varepsilon < W_K; \quad (29)$$

$$J_{eK}(\varepsilon) - J_{plK}(\varepsilon) = -D_e(\varepsilon) \frac{\partial F(\varepsilon, x)}{\partial x} \Big|_{x=0}, \quad \varepsilon > W_K; \quad (30)$$

式中  $J_{etK}(\varepsilon)$  为阴极发射电子中由能量为  $\varepsilon$  的电子形成的电子流,  $J_{plK}(\varepsilon)$  为从等离子体反向流向阴极的能量为  $\varepsilon$  的电子流。由积分可得:

$$J_{plK}(\varepsilon) = \frac{\varepsilon - W_K}{4\varepsilon} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} F(\varepsilon, 0). \quad (31)$$

当  $F(\varepsilon, 0)$  为麦氏分布时,

$$J_M(\varepsilon) = J_M \frac{\varepsilon - W_K}{(kT_e)^2} e^{-(\varepsilon - W_K)/kT_e}, \quad (32)$$

$$J_M = \frac{1}{4} n_e \bar{v}_e e^{-W_K/kT_e}. \quad (33)$$

由(29),(30)式可见, 只有能量大于  $w_K$  的快电子对边界电子流有贡献。由细致平衡原则可得:

$$J_{etK}(\varepsilon) = J_{etK} \cdot \frac{\varepsilon - W_K}{(kT_K)^2} e^{-(\varepsilon - W_K)/kT_K}. \quad (34)$$

所以边界条件(30)式可以改写为:

$$\frac{J_{etK} \cdot (\varepsilon - W_K)}{(kT_K)^2} e^{-(\varepsilon - W_K)/kT_K} - \frac{\varepsilon - W_K}{4\varepsilon} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} F(\varepsilon, 0) = \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=0} \cdot D_e(\varepsilon). \quad (35)$$

在  $x \rightarrow \infty$  处, 显然有:

$$F(\varepsilon, x)|_{x \rightarrow \infty} = F_M(\varepsilon). \quad (36)$$

$F_M(\varepsilon)$  为电子按能量的麦氏分布。注意到在略去高阶小量以后(25), (26), (28)式是线性的, 因而可以设

$$F(\varepsilon, x) = F_M(\varepsilon) + F_1(\varepsilon, x) - F_2(\varepsilon, x). \quad (37)$$

$F_1$  和  $F_2$  分别代表来自阴极的快电子和由等离子体区向阴极运动的快电子对分布函数的贡献。这样, 阴极附近快电子的分布不仅决定于电子温度, 还决定于流进的电子流。图6给出了距阴极不同距离处电子按能量的分布<sup>[9]</sup>。由图6可见, 过渡区附近快电子分布确实很不均匀, 并随着远离阴极逐渐弛豫于麦氏分布。

苏联学者 Стаканов 和 Бакшт 等人<sup>[18,19]</sup>按上述方法计算了  $F_1$  和  $F_2$ , 并用来分析谐振跃迁得到了偏离麦氏分布时阴极附近的电离速度——非平衡电离速度。计算结果表明, 随着  $T_e$  的增高, 非平衡电离的影响减弱。因而在点火状态下它的影响可以忽略。

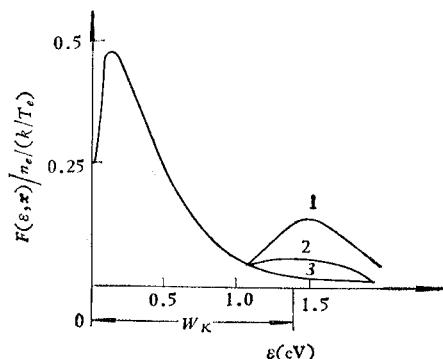


图6 距阴极不同距离处电子按能量的分布  
 $1-x=0, 2-x=0.5L_e, 3-x=L_e, kT_K=0.1\text{eV}, kT_e=0.25\text{eV}, w_K=1.4\text{eV}, n_e=2\times 10^{13}\text{cm}^{-3}, J_{etK}=0.5\text{A/cm}^2, L_e=1.65\times 10^{-2}\text{cm}$

## 五、过渡区的电子流、离子流和电子能流<sup>[9]</sup>

电极过渡区的问题十分复杂, 至今仍有许多问题没有解决, 这里我们只把过渡区作为中性等离子体区的边界来讨论, 以寻求基本方程的边界条件。

首先讨论阴极过渡区的问题。当快电子按麦氏分布时阴极界面电子流为：

$$J_{eK} = J_{etK} - J_M. \quad (38)$$

由于快电子分布偏离麦氏分布，实际电子流为：

$$J_{eK} = J_{etK}(1 - r_1) - J_M(1 - r_2), \quad (39)$$

式中  $r_1, r_2$  为动力论反射系数，它们描述了阴极边界上电子散射情况。当  $T_e$  很高， $\tau_e$  较长时， $r_1$  较大。由 (37) 式  $r_1, r_2$  分别满足：

$$J_{etK}(1 - r_1) = - \int_{W_K}^{\infty} D_e(\varepsilon) \frac{\partial F_1(\varepsilon, x)}{\partial x} \Big|_{x=0} d\varepsilon, \quad (39)$$

$$J_M(1 - r_2) = - \int_{W_K}^{\infty} D_e(\varepsilon) \frac{\partial F_2(\varepsilon, x)}{\partial x} \Big|_{x=0} d\varepsilon, \quad (40)$$

对 TEC 而言，最感兴趣的情况是：

$$p(T_e) = \left( \frac{kT_e}{W_K} \right)^{3/2} \left( \frac{\tau_e}{\tau_p} \right)^{1/2} \ll 1. \quad (41)$$

当  $T_e/T_K \gg 1$  时，计算  $r_1, r_2$  的 (39), (40) 式可以简化为：

$$r_1 \doteq \frac{1}{\sqrt{3\pi}} p(T_e), \quad r_2 \doteq -\frac{8}{\sqrt{3\pi}} p(T_e). \quad (42)$$

对于边界上离子流问题，我们近似认为  $W_K \gg kT_e$ ，并在计算离子密度分布时，不考虑阴极离子发射的影响。在这种情况下，由等离子体区到阴极的离子流  $j_{ipIK}$  为<sup>[9]</sup>：

$$j_{ipIK} = \gamma(0) n_{eK} \sqrt{\frac{2kT_e}{M}}; \quad (43)$$

在  $T_e/T_K \gg 1$  时，系数  $\gamma(0) = 0.76$ ； $n_{eK}$  为阴极附近的电子密度； $M$  为离子质量。考虑了阴极的离子流发射密度  $j_{itK}$ ，则阴极界面上离子流为：

$$j_i|_{x=0} = j_{itK} e^{-W_K/kT_K} - \gamma(0) n_{eK} \sqrt{\frac{2kT_e}{M}}. \quad (44)$$

由 (39) 和 (42) 式可得在  $x = 0$  处的电子流和电子能流为：

$$J_e|_{x=0} = J_{etK} \left[ 1 - \frac{p(T_e)}{\sqrt{3\pi}} \right] - J_M \left[ 1 - \frac{8p(T_e)}{\sqrt{3\pi}} \right], \quad (45)$$

$$\begin{aligned} S_e|_{x=0} &= J_{etK} \left[ 1 - \frac{p(T_e)}{\sqrt{3\pi}} \right] \cdot (W_K + 2kT_K) - \frac{1}{4} n_{eK} \bar{v}_e e^{-W_K/kT_e} \\ &\quad \cdot \left( 1 - \frac{8p(T_e)}{\sqrt{3\pi}} \right) (W_K + 2kT_K). \end{aligned} \quad (46)$$

现在我们来讨论阳极界面上的边界条件。由于阳极温度较低，电子发射小，所以鞘层位垒  $W_A$  低，约为  $kT_e$ 。这时能量大于  $W_A$  的电子就不再是极少数，电子速度分布的各向异性及其对边界上粒子流的影响就必须考虑。

在本文的一开始，我们已经指出在距鞘层小于  $l_{ea}$  内可以只考虑电子与原子弹性碰撞的影响。在这种碰撞过程中电子能量几乎不变，因而可以把电子的分布函数  $f(\mathbf{v}, \mathbf{r})$  写成  $n_e(\varepsilon, 0) \cdot G(\mu, x)$ ， $\mu$  为电子速度与  $x$  轴夹角的余弦。这时  $x$  轴由阳极指向阴极，阳极面处  $x = 0$ 。引入无量纲参量  $X = x/l_e$ 。这时动力论方程 (12) 式有以下形式<sup>[8, 9]</sup>：

$$\mu \frac{\partial G(\mu, X)}{\partial X} + G(\mu, X) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 G(\mu, X) d\mu. \quad (47)$$

相应的边界条件为

$$G(\mu, 0) = 0, \quad \mu_0 < \mu < 1; \quad (48)$$

$$G(\mu, 0) = G(-\mu, 0), \quad 0 < \mu < \mu_0. \quad (49)$$

(48)式为阳极无发射的情况, (49)式为  $x$  方向动能小于  $W_A$  的电子不可能到达阳极的情况。 $\mu_0^2 = W_A/\epsilon$ 。采用傅氏变换可得<sup>[20]</sup>:

$$G(\mu, 0) \approx \frac{1}{2} + \frac{1 - \mu_0}{(1 + \mu_0^2)} \mu. \quad (50)$$

其结果见图 7。由图可见  $W_A$  很大时,  $G(\mu)$  沿  $\mu$  的变化很小, 即各向异性的程度很低, 所以我们讨论阴极区时不必考虑各向异性的问题。而在阳极区  $W_A$  较小, 所以必须考虑各向异性问题。

在 (50) 式基础上我们得到能量为  $\epsilon$  的阳极界面电子流与分布函数的关系<sup>[20]</sup>:

$$-J_{ea}(\epsilon) = \gamma_1 v_e f(\epsilon, 0). \quad (51)$$

$\gamma_1$  随  $\mu_0$  变化; 当  $\mu_0 = 0$  时,  $\gamma_1 = 0.47$ 。这样, 通过积分  $J_{ea} = \int J_{ea}(\epsilon) d\epsilon$  可得到阳极边界上的电子流。由于  $W_A$

较低, 因而大部分电子能量弛豫比较快, 从等离子体区来到阳极的电子按能量分布可以认为是麦氏分布。在这种条件下, 阳极界面上的电子流  $J_{ea}$  为:

$$-J_{ea} = \frac{1}{2} n_{ea} \bar{v}_e, \quad W_A = 0; \quad (52)$$

$$-J_{ea} = \frac{1}{4} n_{ea} \bar{v}_e e^{-W_A/kT_e}, \quad W_A \gg kT_e. \quad (53)$$

当阳极有发射时, 重新分析电子的分布函数<sup>[8, 9]</sup>, 可得:

$$J_{ea} \left[ 1 - H_0 \left( \frac{W_A}{kT_e} \right) \right] = J_{eta} - \frac{1}{4} n_{ea} \bar{v}_e e^{-W_A/kT_e}, \quad (54)$$

$$S_e|_{x=d} \cdot \left[ 1 - H_1 \left( \frac{W_A}{kT_e} \right) \right] = J_{eta} \cdot 2kT_A - \frac{1}{2} n_{ea} \bar{v}_e e^{-W_A/kT_e} \cdot kT_e \\ + [1 - H_1(W_A/kT_e)] \cdot J_{eaq} \cdot \varphi_A. \quad (55)$$

用类似方法, 可得阳极界面上的离子流

$$j_i|_{x=d} = j_{ita} e^{-W_A/kT_e} - \frac{1}{4} n_{ea} \bar{v}_e, \quad (56)$$

式中  $J_{eta}$  和  $j_{ita}$  为阳极的电子发射和离子发射;  $T_A$  和  $W_A$  为阳极温度和电位;

$$H_0(\Phi) = \frac{1}{2} [(\Phi + 1)e^{-\Phi} - \pi^{1/2} \Phi^{3/2} (1 - \text{erf} \sqrt{\Phi})], \quad (57)$$

$$H_1(\Phi) = \frac{1}{2} \left[ (\Phi + 1)e^{-\Phi} - \frac{\pi^{1/2}}{4} \Phi^{3/2} (1 - \text{erf} \sqrt{\Phi}) \right], \quad (58)$$

式中  $\Phi = W_a/(kT_e)$ 。这样, 我们就得到了基本方程的近似边界条件。

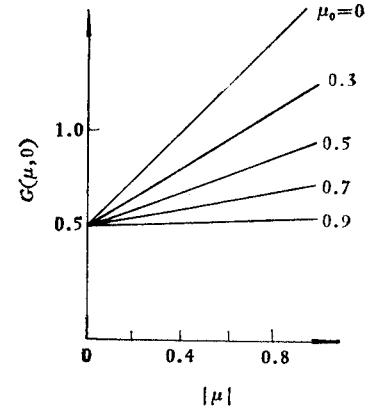


图 7 等离子体区边界处电子的角向分布

利用它和基本方程可以计算 TEC 的伏安特性和极间等离子体参量的分布。

## 六、计算和实验结果的讨论

为了验证上述理论分析的正确性，苏联列宁格勒物理所和奥布宁斯克物理与动力所(IPE)发展了探针测量的理论，并用探针和辐射的方法测量了 TEC 内的参量和伏安特性。在这里我们引用他们测量和理论计算的结果进行讨论<sup>[9,21]</sup>。

图 8 给出了理论计算和测量的等离子体参量。图 9 为相应的伏安特性。为了便于比

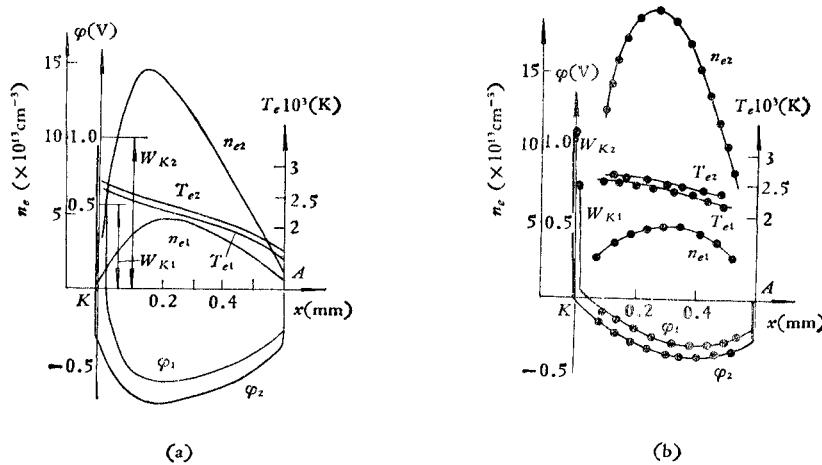


图 8 计算(a)和实验(b)的等离子体参量分布  
 $P_{Cs} = 2$  托,  $d = 0.6$  mm,  $T = 1830$  K, 计算时  $J_{etK} = 1.28$  A/cm<sup>2</sup>, 实测时阴极为多晶钼,  
下标 1,2 分别对应于  $J = 1$  A/cm<sup>2</sup> 和  $1.5$  A/cm<sup>2</sup>

较，计算伏安特性时，选用阴极发射电流密度为  $J_{etK} = 1.28$  A/cm<sup>2</sup>，以使计算的伏安特性与实测曲线在  $J = 1.5$  A/cm<sup>2</sup> 处一致。

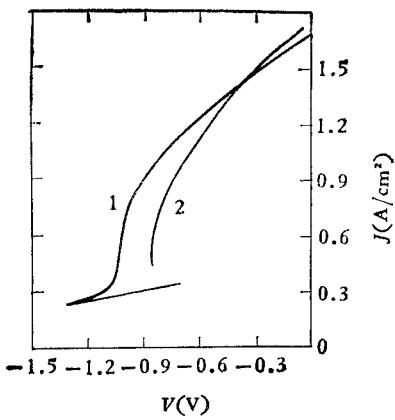


图 9 计算(1)和实验(2)的伏安特性条件与图 8 同

由图可见，理论计算值与实测值在定性，定量上都十分相近，因此上述分析基本上反映了点火型 TEC 的物理特征。计算的电子密度和电位最大值都比实测值更靠近阴极，电子温度下降也快一些。前者可能是由于鞘层结构的近似模型引起的，后者可能是由实验误差造成的。目前美、苏均以此作为理论分析的基础建立了计算、设计 TEC 的程序。

图 8, 9 反映了 TEC 内低压电弧的一般特征。 $n_e(x)$  在阴极附近有最大值，并随着电流增大缓慢地向阴极移动； $\varphi(x)$  在极间为马鞍形，等离子体区内电位变化不大而在电极附近有强电场的位垒； $T_e(x)$  在极间变化不大，等离子体区内约为 2300–2800 K。

上述结果也表明，TEC 内电子的迁移主要是场和扩散的贡献。阴极附近场的作用超

过扩散，而阳极附近扩散占优势。由于电子密度强烈的变化，导致极间不同区域电子散射机理也不同：在阴极区当电流足够大时离子密度很大，因而电子—离子散射占优势；在阳极区则电子—原子散射占优势。

## 七、结 束 语

通过以上讨论，我们看到点火型 TEC 内的电离机理是快电子与铯原子非弹性碰撞决定的阶梯电离。快电子主要是由能量弛豫产生。TEC 内的参量可由输运方程等组成的基本方程描述。作为中性等离子体区的边界—电极过渡区，它的物理过程非常复杂，只能作近似处理。数值计算的结果表明，这种分析方法是合适的。

本文在写作过程中曾得到陈克强等同志的帮助，特致谢意。

## 参 考 文 献

- [1] F. N. Huffman et al., 10th IECEC, (1975), p.496.
- [2] 陈克强，张二力，新能源，1982年，第3期，第46页。
- [3] 张永康，电子科学技术，1981年，第4期，第7页。
- [4] 管祚尧等，太阳能，1982年，第1期，第28页。
- [5] Van R. Kane 著，张二力译，世界发明，1980年，第2期，第40页。
- [6] 高桥重男，天野文雄，应用物理(日)，**43**(1974), 656.
- [7] A. N. Hatsoopoulos, Thermionic Energy Conversion, M. I. T. Press, 1973. I.
- [8] И. П. Стаханов, Физические основы термоэмиссионного преобразование энергии, Атомиздат., М., 1973.
- [9] Ф. Г. Бакшт, Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма, Изд. «Наука», М., 1973.
- [10] Ф. Г. Бакшт и др., ЖТФ, **46** (1976), 905.
- [11] Ф. Г. Бакшт и др., ЖТФ, **38** (1968), 1075, 1731.
- [12] Э. Б. Сонин, ЖТФ, **37** (1967), 1840.
- [13] В. А. Абрамов, ТВТ, **3** (1965), 23.
- [14] А. В. Гуревич и др., ЖЭТФ, **46** (1964), 1286.
- [15] D. W. Norcross et al., J. QSRT, **8** (1968), 655.
- [16] Б. И. Давыдов, ЖЭТФ, **7** (1937), 1069.
- [17] T. J. M. Boyd 著，戴世强译，等离子体动力学，科学出版社，1977。
- [18] И. П. Стаханов, ЖТФ, **37** (1967), 1277, 1286, 2067.
- [19] Ф. Г. Бакшт, ЖТФ, **40** (1970), 843.
- [20] И. П. Стаханов, ЖТФ, **39** (1969), 306, 1607.
- [21] Ф. Г. Бакшт, ЖТФ, **43** (1973), 30.

## ANALYSIS OF THE PHYSICAL PROCESSES IN A THERMIONIC ENERGY CONVERTER

Zhang Erli

(*Department of Radio Electronics, Qinghua University*)

Jin Youmin

(*Department of Engineering Mechanics, Qinghua University*)

An investigation of the working state of the ignition type thermionic energy converter (TEC) is carried out and a physical model is established for analysis and calculation. The region between the positive and the negative electrodes is divided into five sub-regions: Positive and negative sheathes, positive and negative transition sub-regions and a neutral plasma sub-region. An analytical study of the ionization mechanism in the TEC, a calculation of voltage-current characteristic and the distribution of plasma parameters between electrodes are described from a physical point of view.

It is shown that ionization in the TEC is mainly determined by the step-type ionization. Plasma parameters are characterized by means of the one-dimensional electron flow and ion flow transport equation, the continuity equation and the energy transfer equation, while the complicated transition regions near the electrodes are considered as boundary conditions as an approximation.

The theoretical analysis and numerical calculations indicate that this analytical method is applicable.