第 19 卷 第 3 期 电子科学学刊 Vol.19 No.3
1997 年 5 月 JOURNAL OF ELECTRONICS May 1997

三值 T 门组合网络化简的一种方法——真值表分割法 [1]

姜文彬

(淮北煤炭师范学院物理系 淮北 235000)

摘 要 本文给出三值 T 门组合网络化简的一种方法——真值表分割法. 该方法可以使三值 T 门组合网络化简到最小化或者接近最小化, 而且操作时间较短, 易于编程, 上机操作.

关键词 多值逻辑, T 门逻辑, 逻辑设计, 最小化

中图号 TN791

1 三值函数的 T 运算展开式

T 门是一种多功能通用逻辑器件 (模块). T 门实现的 T 运算 (T 函数) 构成一个代数完备系统. 因此, 利用 T 门可以实现任何多值组合函数. 三值 T 门实现的 T 运算定义为

$$T(f_0,f_1,f_2;x)=f_i,\quad 当x=i, \tag{1}$$

式中 $x,f_i\in\{0,1,2\}$, 其中 x 为 T 门的控制 (地址) 变量; $f_i,0\le i\le 2$, 为 T 门的剩余函数 (数据输入). 三值组合函数的 T 运算展开式基于函数的分解, 这可以通过对函数的真值表进行分割 (分裂)[1] 完成. 表 1 给出了三值三变量函数 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的真值表的一般形式, 表中 $a_i\in\{0,1,2\},0\le i\le 26$. 对于变量集合, 取划分 $\Pi=\{B_1;B_2\}$, 按照 B_2 中的变量所构成的子空间对真值表进行分割, 即可求得由 B_2 中的变量所定义的子函数. 例如, 若取 $B_1=\{x_1,x_2\}$, $B_2=\{x_3\}$, 以 x_3 所构成的一维子空间对真值表进行分割, 则求得由 x_3 所定义的一维子函数 [2], 如表 2 中各个小矩形框所示. 又如, 若取 $B_1=\{x_1\}$, $B_2=\{x_3,x_2\}$, 以 x_3 和 x_2 所构成的二维子空间对真值表进行分割, 则求得由 x_3 和 x_2 所定义的二维子函数, 如表 2 中各个大矩形框所示. 由表 2 得函数 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的 T 运算展开式为

表 1

x_2	0	0	0	1	1	1	2	2	2
x_3	0	1	2	0	1	2	0	1	2
x_1									
0	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
1	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}
2	a_{18}	a_{19}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}

$$\begin{aligned}f=T\{&T[T(a_0,a_1,a_2;x_3),T(a_3,a_4,a_5;x_3),T(a_6,a_7,a_8;x_3);x_2],\\&T[T(a_9,a_{10},a_{11};x_3),T(a_{12},a_{13},a_{14};x_3),T(a_{15},a_{16},a_{17};x_3);x_2],\\&T[T(a_{18},a_{19},a_{20};x_3),T(a_{21},a_{22},a_{23};x_3),T(a_{24},a_{25},a_{26};x_3);x_2];x_1\}.\end{aligned} \tag{2}$$

[1] 1995-07-24 收到, 1996-03-20 定稿

由 (2) 式可以作出函数 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的三叉判定图 (T 图)，如图 1 所示. 在三叉判定图中，一个结点对应一个 T 门，其中结点变量为 T 门的控制变量；出枝变量 (出口变量) 为 T 门的数据输入；入枝变量 (入口变量) 为 T 门的输出. 由函数的三叉判定图，即可较方便地作出函数的 T 门网络.

表 2

x_1 \ x_2 x_3	0 0 0	1 1 1	2 2 2
	0 1 2	0 1 2	0 1 2
0	$a_0\ a_1\ a_2$	$a_3\ a_4\ a_5$	$a_6\ a_7\ a_8$
1	$a_9\ a_{10}\ a_{11}$	$a_{12}\ a_{13}\ a_{14}$	$a_{15}\ a_{16}\ a_{17}$
2	$a_{18}\ a_{19}\ a_{20}$	$a_{21}\ a_{22}\ a_{23}$	$a_{24}\ a_{25}\ a_{26}$

表 3

x_i	0 1 2	x_i	0 1 2	x_i	0 1 2	x_i	0 1 2
	0 0 0		1 1 1		2 2 2		0 1 2
$x_i<0>$		$x_i<1>$		$x_i<2>$		$x_i<x_i>$	

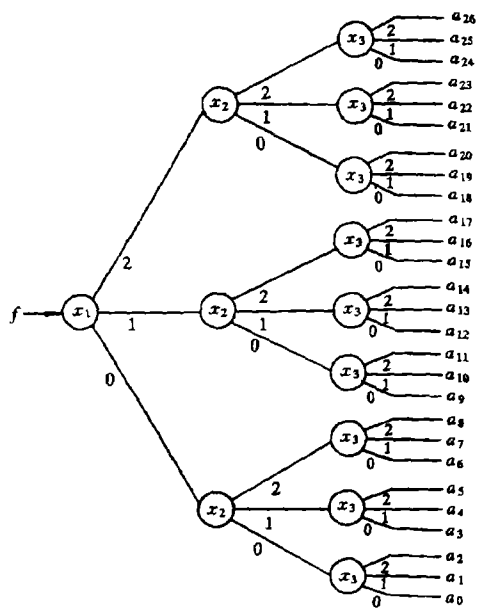


图 1 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的三叉判定图

2 三值 T 门组合网络的化简

当用 T 门组成待实现函数的 T 门网络时，各级网络控制变量的配置将影响网络结构的繁简程度. 如果在 T 门网络中所用的 T 门的数目最少，则称此网络为最小结构 T 门网络，相应的各级网络控制变量的配置称为最佳配置. 本文所讨论的 T 门网络化简 (最小化) 方法是在满足级数最少的条件下，要求所用 T 门的数目最少. 这就要求按照上述方法将函数分解，每次所产生的非平凡子函数类型 (nontrivial subfunction patterns, 简称 NTSP) 的数目达最小值.

对于三值 n 变量组合函数 $f(X)$，其中 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_{n-1},x_n\}$. 对于变量集合 X，取划分 $\Pi_i=\{B_1;B_2\}$，其中 $B_2=\{x_i\}$, $B_1=\{$ 除 x_i 外的所有变量 $\}$. 按照此划分，利用真值表分割法将原函数分解，求得由 x_i 所定义的一维子函数 $g_{ip},0\le p\le 3^{n-1}-1$. 这些一维子函数的类型最多有 27 种. 其中一维平凡子函数的类型 (简称 1DTSP) 最多有 4 种，以符号 "$x_i<\cdot>$" 表示，如表 3 所示. 同样，若取 $B_2=\{x_i,x_j\}$, $B_1=\{$ 除 x_i 和 x_j 外的所有变量 $\}$，按照划分 $\Pi_{ij}=\{B_1,B_2\}$，将原函数分解，则得到 3^{n-2} 个由 x_i 和 x_j 所定义的二维子函数，其中二维平凡子函数的类型 (2DTSP) 最多有 5 种，如表 4 所示. 可以看出，在函数分解中，若产生一个一维平凡子函数，则可在 T 门网络的末级 (输入级) 网络省去一个 T 门. 同样，若产生一个二维平凡子函数，则可在 T 门网络的次末级 (从输入级数第 2 级) 网络省去一个 T 门. 显然，高维平凡子函数越多，对 T 门网络化简越有利. 通过分析表 4，可得二维平凡子函数与其所包含的

一维平凡子函数的关系为

表 4

x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2
0	0 0 0	0	1 1 1	0	2 2 2	0	0 1 2	0	0 0 0
1	0 0 0	1	1 1 1	1	2 2 2	1	0 1 2	1	1 1 1
2	0 0 0	2	1 1 1	2	2 2 2	2	0 1 2	2	2 2 2
$x_ix_j<0>$		$x_ix_j<1>$		$x_ix_j<2>$		$x_ix_j<x_i>$		$x_ix_j<x_j>$	

$$
\left.\begin{aligned}
&x_ix_j<0>\Rightarrow x_i<0,0,0> \quad 且x_j<0,0,0>,\\
&x_ix_j<1>\Rightarrow x_i<1,1,1> \quad 且x_j<1,1,1>,\\
&x_ix_j<2>\Rightarrow x_i<2,2,2> \quad 且x_j<2,2,2>,\\
&x_ix_j<x_i>\Rightarrow x_i<x_i,x_i,x_i> \quad 且x_j<0,1,2>,\\
&x_ix_j<x_j>\Rightarrow x_i<0,1,2> \quad 且x_j<x_j,x_j,x_j>,
\end{aligned}\right\} \tag{3}
$$

式中符号 “$\cdot<\cdot,\cdot,\cdot>$” 表示 x_i(或 x_j) 所定义的 3 个一维平凡子函数，符号 “$\cdot\Rightarrow\cdot$” 表示后者是前者的必要条件．以上关系 (3) 式提供了由 x_i 定义的一维平凡子函数和 x_j 定义的一维平凡子函数来寻找由 x_i 和 x_j 所定义的二维平凡子函数候选者 (2DTSC) 的方法．

还有一类特殊的二维非平凡子函数，表 5 给出了其代表性的类型．这些类型可以由 x_i 定义的一维非平凡子函数 (1DNTS) 和 x_j 定义的一维平凡子函数 (1DTS) 形成．称这种类型的二维非平凡子函数为二维伪平凡子函数 (2DPTS)．当选定 x_i 为网络的末级网络的控制变量、x_j 为次末级网络的控制变量时，若有一个二维伪平凡子函数出现，也可在次末级网络中省去一个 T 门．通过分析表 5，可得

表 5

x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2
0	2 1 0	0	0 0 1	0	0 0 2	0	1 1 0
1	2 1 0	1	0 0 1	1	0 0 2	1	1 1 0
2	2 1 0	2	0 0 1	2	0 0 2	2	1 1 0
$x_ix_j<x_i<210>>$		$x_ix_j<x_i<001>>$		$x_ix_j<x_i<002>>$		$x_ix_j<x_i<110>>$	

表 5 (续)

x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2	x_i / x_j	0 1 2
0	1 1 2	0	2 2 0	0	2 2 1
1	1 1 2	1	2 2 0	1	2 2 1
2	1 1 2	2	2 2 0	2	2 2 1
$x_ix_j<x_i<112>>$		$x_ix_j<x_i<220>>$		$x_ix_j<x_i<221>>$	

$$\left.\begin{array}{ll}
x_ix_j < x_i < 210 >> \Rightarrow x_i < 210,210,210 > & 且x_j < 2,1,0 >, \\
x_ix_j < x_i < 001 >> \Rightarrow x_i < 001,001,001 > & 且x_j < 0,0,1 >, \\
x_ix_j < x_i < 002 >> \Rightarrow x_i < 002,002,002 > & 且x_j < 0,0,2 >, \\
x_ix_j < x_i < 110 >> \Rightarrow x_i < 110,110,110 > & 且x_j < 1,1,0 >, \\
x_ix_j < x_i < 112 >> \Rightarrow x_i < 112,112,112 > & 且x_j < 1,1,2 >, \\
x_ix_j < x_i < 220 >> \Rightarrow x_i < 220,220,220 > & 且x_j < 2,2,0 >, \\
x_ix_j < x_i < 221 >> \Rightarrow x_i < 221,221,221 > & 且x_j < 2,2,1 > .
\end{array}\right\} \quad (4)$$

(4) 式提供了由 x_i 定义的一维非平凡子函数和 x_j 定义的一维平凡子函数来寻找由 x_i 和 x_j 所定义的二维伪平凡子函数候选者 (2DPTSC) 的方法.

下面举例说明这种化简方法的要点.

例 试求表 6 所示的三值四变量函数 f 用 T 门实现的最小结构网络.

表 6

		x_3	0	0	0	1	1	1	2	2	2
		x_4	0	1	2	0	1	2	0	1	2
x_1	x_2										
0	0		0	0	0	0	1	1	0	2	1
0	1		1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	2		2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	0		1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2		0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0		2	0	0	2	0	0	2	0	0
2	1		0	2	0	0	2	0	0	2	0
2	2		0	0	2	0	0	2	0	0	2

首先,选择末级网络的控制变量.对于变量集合,取划分 $\Pi_1 = \{x_2, x_3, x_4; x_1\}$, $\Pi_2 = \{x_1, x_3, x_4; x_2\}$, $\Pi_3 = \{x_1, x_2, x_4; x_3\}$ 和 $\Pi_4 = \{x_1, x_2, x_3; x_4\}$. 按照上述划分, 利用真值表分割法, 将原函数分解后所产生的平凡子函数的类型和每种类型所含子函数的数目 (以括号中的数字表示), 非平凡子函数的类型和每种类型所含子函数的数目, 以及非平凡子函数类型的数目 (NTSPN), 如表 7 所示. 由表 7 选出将原函数分解产生非平凡子函数类型的数目达最小值的划分为 Π_3, 于是求得末级网络的控制变量为 x_3 .

表 7

Partition	Subset B_2	1DTSP(N)	1DNTSP(N)	NTSPN
Π_1	x_1	x_1(4)	010(6), 110(4), 002(1), 200(7), 100(1), 112(1), 202(3)	7
Π_2	x_2	x_2(3)	002(5), 102(3), 202(1), 110(6), 010(3), 200(3), 020(3)	7
Π_3	x_3	0(10), 1(3), 2(6), x_3(1)	011(1), 100(3), 110(3),	3
Π_4	x_4	0(7), 1(6), 2(3)	011(1), 021(1), 200(3), 020(3), 002(3)	5

其次，选择次末级网络的控制变量．由于已选定末级网络的控制变量为 x_3，次末级网络的控制变量可在剩下的变量中选择其一．于是得划分 $\Pi_{31},\Pi_{32},\Pi_{34}$．对于这些划分，由表 7 和 (3) 式、(4) 式，分别估计二维平凡子函数候选者的数目 (2DTSCN) 和二维伪平凡子函数候选者的数目 (2DPTSCN)，如表 8 所示．在表 8 中，2DTSCP(N) 和 2DPTSCP(N) 分别表示二维平凡子函数候选者的类型（数目）和二维伪平凡子函数候选者的类型（数目）．次末级网络控制变量的选取，通常是选取使候选者总数 CN=2DTSCN+2DPTSCN 达极大值的划分．此极大值相对于其他的 CN 之值较大时，一般情况下，选出的次末级网络控制变量为最佳或者接近最佳．若遇到各划分 $\Pi_{ij}(1\le j\le n), j\ne i)$ 的 CN 之值相等，或呈现的极大值不显著时，则应将原函数按照各种划分进行分解，并选择使二维非平凡子函数类型数目达最小值的划分，以求得次末级网络的控制变量．按照上述原则，由表 8 可以看出应选划分 Π_{34}，由此求得次末级网络的控制变量为 x_4．

表 8

Partition	Subset B_2	2DTSCP(N)	2DTSCN	2DPTSCP(N)	2DPTSCN
Π_{31}	x_3,x_1	$x_1(1)$	1	–	0
Π_{32}	x_3,x_2	$x_2(1)$	1	–	0
Π_{34}	x_3,x_4	0(2), 1(1), 2(1)	4	100(1), 110(1)	2

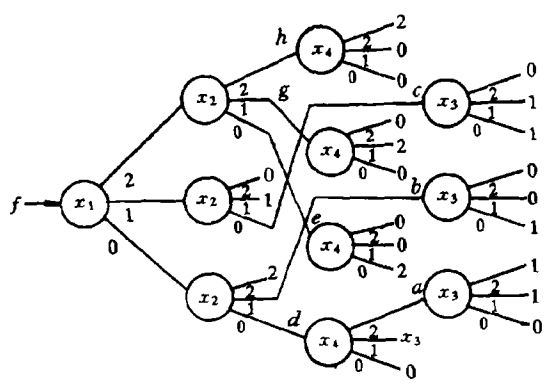


图 2　函数 f 的三叉判定图

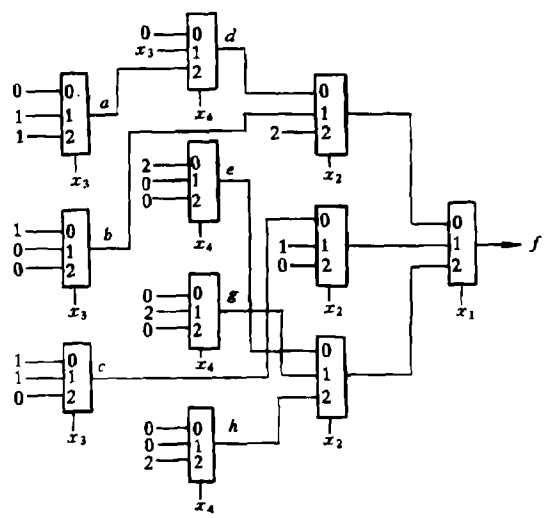
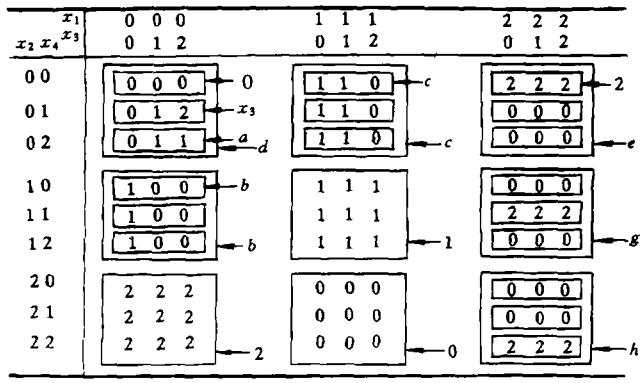


图 3　函数 f 的最小结构 T 门网络

将原函数按照划分 Π_{34} 进行分解，如表 9 所示．由表 9 可见，各级网络控制变量的最佳配置从输出级到输入级可取 $x_1-x_2-x_4-x_3$．于是由表 9，作出函数的三叉判定图，如图 2 所示．与之相应的最小结构 T 门网络，如图 3 所示．

容易看出，上述方法可以推广到含有较多变量的三值 T 门组合网络的化简．并且可以按照此法，编制程序，上机操作．

表 9



参 考 文 献

[1] Fang K Y, Wojcik A S. Modular decomposition of combinational multiple-valued circuits. IEEE Trans. on Comput., 1988, C-37(10): 1293–1301.

[2] Jiang Wenbin. A method for minimization design of two-level logic networks using multiplexer universal logic modules. J. of Comput. Sci. & Technol., 1994, 9(1): 92–96.

A METHOD OF SIMPLIFYING THREE-VALUED T-GATE COMBINATIONAL NETWORKS — THE TRUTH TABLE SPLITTING METHOD

Jiang Wenbin

(*Department of Physics, Huaibei Coal Teachers College, Huaibei* 235000)

Abstract A method of simplifying three-valued T-gate combinational networks, known as a method of splitting the truth table, is given in this paper. By using the method, the three-valued T-gate combinational networks can be simplified to minimization or near minimization, the used operating time is less, and the programme can easily be programmed and operated on a computer.

Key words Multiple-valued logic, T-gate logic, Logic design, Minimization

姜文彬： 男， 1939 年生，副教授，从事数字逻辑、多值逻辑和神经网络等方面的教学和研究工作.