

一种基于二阶统计量的近场源三维参数估计方法

王 波 王树勋

(吉林大学通信工程学院 长春 130025)

摘 要 该文研究近场源的距离、角度和频率的三维参数估计问题。提出了一种仅需利用二阶统计量和相应的配对程序就能直接估计出参数的新方法。该方法无需谱峰搜索,同时避免应用四阶累积量,减轻了算法的计算量。仿真实验证明了该算法的有效性。

关键词 近场源定位, 二阶统计量, 频率估计, 方向角估计, 距离估计

中图分类号: TN911.72 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2006)01-0045-05

A Three-Dimensional Parameter Estimation Method of Near Field Sources Based on Second Statistics

Wang Bo Wang Shu-xun

(College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China)

Abstract In this paper, the problem of the frequency, bearing and range estimate in near field is considered. Only using second statistics and corresponding pairing program, the proposed algorithm can estimate parameters. The method does not need spectral peak searching, and can avoid using fourth-order cumulant, reduce calculating burden. The effectiveness of the method is demonstrated through some simulation examples.

Key words Near field Source localization, Second statistics, Frequency estimate, Bearing estimate, Range estimate

1 引言

阵列信号处理中的空间信源的定位问题是具有广泛应用领域的重要问题。例如: 雷达、声纳、无线电、天文学、海洋学、地球物理学和地震学中的相关课题就是用被动式传感器阵列确定辐射(或反射)源的位置问题。按照信源距离阵列远近来分, 定位问题分远场源定位(波达方向估计)和近场源定位。波达方向估计问题就是确定处在阵列孔径的远场区域的信号源参数的估计问题。此时信源的波前曲率可忽略不计, 即假设信源为平面波, 从而波前由单一定位参数——方位角(二维定位)来表征。当信源距离阵列较近时, 波前的固有曲率不能忽略不计, 平面波的假设不再成立, 入射波前是两个独立定位参数——距离和方向角的空域函数^[1]。此时, 基于远场的定位方法不再适用, 产生了近场定位问题。

在用传感器阵列进行语音增强、雷达、声纳、电子监测和地震探测^[2]中, 近场情况是很常见的。例如声纳系统中, 阵列的传感器很多, 孔径很大, 信源常常处在近场区域。与远场的波达方向估计相比, 近场源定位的参数估计问题相对复杂。近年来, 近场源定位引起了信号处理领域的关注, 部分学者开始了近场源定位问题的研究。Swindlehurst等^[1]利用

空域维格纳分布的方法估计近场源的参数, 但估计性能较差。文献[3]提出了近场定位中的二维MUSIC方法, 但需要谱峰搜索, 同时计算量要求很高。文献[2]则通过路径搜索(path-following)方法将二维MUSIC方法转化为多个并行的一维搜索问题, 减少了计算量。Lee 等^[4]对路径搜索法进行了修正, 通过已知的代数路径替代路径搜索, 进一步的减少了算法对计算量的要求。文献[5]则利用特定的阵元序号构造了特殊的四阶累积量矩阵, 提出了类ESPRIT算法, 该方法无需谱峰搜索。Abed-Meraim等^[6]则仅利用阵列输出的二阶统计量得到一种高分辨率的算法。该方法通过基于二阶统计量的预处理将近场问题转化为虚拟的远场问题, 然后利用线性预测法估计出信源的距离和方向角。文献[7]进一步地利用二阶统计量, 提出了三维近场源参数估计算法, 此算法估计出近场信源的距离、方位角和仰角等3个参数。文献[8]中提出的远场近似法(FFA), 虽然同时适用于远场和近场, 但它仅能估计近场源的方向角, 不能估计近场源的距离。Cekli等^[9]提出的最大似然法, 该算法具有较高的估计精度, 但计算量大。

上述近场定位方法都是在信号载波频率已知的假设条件下提出的。最近, 文献[10]针对信号载波频率未知的情况,

提出了载波频率、距离和方位角的联合估计算法。该方法利用特殊的四阶累积量矩阵,直接估计出参数。本文则提出了一种仅需利用二阶统计量就能对载波频率、距离和方位角的联合估计算法。本方法通过简单的配对程序,计算出近场源的参数。

本文在第2节构造近场窄带信源的数学模型。第3节对提出的算法进行了详细的分析。第4节的仿真实验证明了算法的有效性。

2 近场信号模型

图1为近场源的空间几何模型。考虑 M 个近场窄带且不相干的信源入射到一个由 $L=2P+1$ 个全向传感器组成的ULA阵列上,传感器之间的间距为 d 。假设阵列的中心为相位参考点,第 m 个信源的方向角和距离参数可表示为 (θ_m, r_m) 。当射频信号解调到中频后,第 m 个信号可表示为 $s_m(t)e^{j2\pi f_m t}$ (f_m 为第 m 个信号的载波频率),则第 l 个传感器接收到的信号可表示为

$$x_l(t) = \sum_{m=1}^M b_m s_m(t) e^{j2\pi f_m t} e^{j\tau_{lm}} + n_l(t), \quad -P \leq l \leq P \quad (1)$$

其中 b_m 为传感器接收到的第 m 个信源的幅度,本文中假设 $b_m=1$ 。 $n_l(t)$ 为第 l 个传感器的加性高斯白噪声, τ_{lm} 为第 m 个信源在参考阵元(相位参考点)和第 l 个阵元之间的相位差^[6]:

$$\tau_{lm} = \frac{2\pi r_m}{\lambda_m} \left(\sqrt{1 + \frac{l^2 d^2}{r_m^2}} - \frac{2ld \sin \theta_m}{r_m} - 1 \right) \quad (2)$$

其中 λ_m 为相应信源的波长。利用Fresnel近似,上式可写为

$$\begin{aligned} \tau_{lm} &\approx \frac{-2\pi d}{\lambda_m} \sin \theta_m l + \frac{\pi d^2}{\lambda_m r_m} \cos^2(\theta_m) l^2 \\ &= w_m l + \phi_m l^2 \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$w_m = \frac{-2\pi d}{\lambda_m} \sin \theta_m, \quad \phi_m = \frac{\pi d^2}{\lambda_m r_m} \cos^2(\theta_m)$$

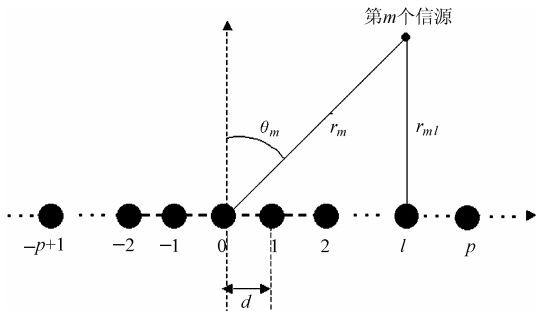


图1 近场源的空间模型

将式(3)代入式(1),可得

$$x_l(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t) e^{j2\pi f_m t} e^{jw_m l + j\phi_m l^2} + n_l(t), \quad -P \leq l \leq P \quad (4)$$

式(4)矩阵形式为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [x_{-P}(t), x_{-P+1}(t), \dots, x_P(t)]^T \\ \mathbf{A} &= [\mathbf{a}(\theta_1, r_1), \mathbf{a}(\theta_2, r_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M, r_M)] \\ \mathbf{S} &= [s_1(t)e^{j2\pi f_1 t}, s_2(t)e^{j2\pi f_2 t}, \dots, s_M(t)e^{j2\pi f_M t}]^T \\ \mathbf{N} &= [n_{-P}(t), n_{-P+1}(t), \dots, n_P(t)]^T \end{aligned}$$

$\mathbf{A}$ 是 $L \times M$ 矩阵,其第 m 个列向量是 $\mathbf{a}(\theta_m, r_m) = [e^{j(-P)\phi_m + jP^2\phi_m}, \dots, 1, \dots, e^{jP\phi_m + jP^2\phi_m}]^T$ 。

本文做出如下假设:

假设1 信源 $s_m(t)$ 为零均值,相互独立的窄带随机过程,信源的频率和方向角互不相同,即在 $i \neq j$ 时, $f_i \neq f_j, \theta_i \neq \theta_j$ 。因信源为窄带随机过程,有 $s(t+1) = s(t)$ 。

假设2 传感器上的加性噪声 $n_l(t)$ 为零均值的高斯白噪声,并与信源独立,其方差为 σ^2 。

假设3 两相邻传感器之间的间距 $d \leq \lambda_k/4$,其中 λ_k 为 M 个信源中波长最短的信源的波长大小。

3 基于二阶统计量的三维参数估计方法

首先定义空域中的二阶统计量,然后利用子空间的旋转不变方法及相应的参数配对程序估计出载波频率、方向角和距离参数。

3.1 空域二阶统计量定义和提出的算法

首先定义空域二阶统计量^[6,7]如下:

$$\begin{aligned} r_{a,b}(l) &\stackrel{\text{def}}{=} E(x_{al+b}(t)x_l^*(t)) \\ &= E\left(\sum_{m=1}^M s_m(t) e^{j2\pi f_m t} e^{j\tau_{(al+b)m}} \sum_{q=1}^M s_q^*(t) e^{-j2\pi f_q t} e^{-j\tau_{lq}}\right) \\ &\quad + \sigma^2 \delta((a-1)l+b) \\ &= \sum_{m=1}^M r_{s_m} e^{j[(a-1)l+b]w_m + j[(a^2-1)l^2 + 2abl + b^2]\phi_m} \\ &\quad + \sigma^2 \delta((a-1)l+b) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 r_{s_m} 为第 m 个信源的相关函数。 $al+b$ 和 l 为传感器的序号,且 $a=1, b=1$,上式变为

$$r_{1,1}(l) = \sum_{m=1}^M r_{s_m} e^{j(w_m + \phi_m)l} e^{j2\pi f_m l} \quad (7)$$

同时,利用信源为窄带平稳过程的假设,即 $s(t+1) = s(t)$,可得一个新的二阶统计量 $r'_{1,1}(l)$:

$$\begin{aligned}
r'_{1,1}(l) &= E(x_{l+1}(t+1)x_l^*(t)) \\
&= E\left(\sum_{m=1}^M s_m(t+1)e^{j2\pi f_m(t+1)}e^{jw_m(l+1)+j\phi_m(l+1)^2}\right. \\
&\quad \left.\times \sum_{q=1}^M s_q^*(t)e^{-j2\pi f_q t}e^{-jw_q l-j\phi_q l^2}\right) \\
&= \sum_{m=1}^M E(s_m(t+1) \times s_m^*(t))e^{j2\pi f_m}e^{j(w_m+\phi_m)}e^{2j\phi_m} \\
&= \sum_{m=1}^M r_{s_m}e^{j2\pi f_m}e^{j(w_m+\phi_m)}e^{2j\phi_m} \quad (8)
\end{aligned}$$

通过上述定义的二阶统计量, 定义 4 个 $p \times p$ 矩阵 R_1, R_2, R_3 和 R_4 。其第 (k, l) 元素为

$$R_1(k, l) = r'_{1,1}(l-k-1) \quad (9)$$

$$R_2(k, l) = r_{1,1}(k-l) \quad (10)$$

$$R_3(k, l) = (r'_{1,1}(l-k-1))^* \quad (11)$$

$$R_4(k, l) = (R_2(k, l))^* \quad (12)$$

容易得到

$$R \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ B\Omega^2 \\ B\Psi \\ B\Phi^{*2} \end{bmatrix} A^*(\phi) \quad (13)$$

其中 $B = A(\phi)G\Omega^*\Phi$, $\Omega = \text{diag}[e^{jw_1}, \dots, e^{jw_M}]$, $\Psi = \text{diag}[e^{j2\pi f_1}, \dots, e^{j2\pi f_M}]$, $G = \text{diag}[r_{s_1}, \dots, r_{s_M}]$, $\Phi = \text{diag}[e^{j\phi_1}, \dots, e^{j\phi_M}]$ 。

并且 $A(\phi)$ 是 $P \times M$ 的方向矩阵: $A(\phi) = [a(\phi_1), \dots, a(\phi_M)]$,

$$a(\phi_i) = [1, e^{j2\phi_i}, \dots, e^{j2(p-1)\phi_i}]^T。$$

由于假设 $f_i \neq f_j$, $\theta_i \neq \theta_j$ ($i \neq j$), 故容易得知 $A(\phi)$ 为满列秩。对矩阵 R 作奇异值分解

$$R = USV^H \quad (14)$$

定义 E_S 为最大的 M 个奇异值对应的奇异向量(左奇异矩阵 U)组成的信号子空间, E_S 为 $4p \times M$ 维矩阵。可得 E_S 和 R 的值域相等^[5,7]:

$$\text{range}(E_S) = \text{range}(R) = \text{range} \begin{bmatrix} B \\ B\Omega^2 \\ B\Psi \\ B\Phi^{*2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

因此, 存在一个矩阵 T 满足

$$E_S = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ B\Omega^2 \\ B\Psi \\ B\Phi^{*2} \end{bmatrix} T \quad (16)$$

E_0, E_1, E_2 和为特征向量矩阵 E_S 的 $P \times M$ 维分块矩阵。由式(16)进一步得到

$$\begin{aligned}
E_1 &= E_0\Omega_T = E_0T^{-1}\Omega^2T, & E_2 &= E_0\Psi_T = E_0T^{-1}\Psi T, \\
E_3 &= E_0\Phi_T = E_0T^{-1}\Phi^{*2}T
\end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\Psi_T = T^{-1}\Psi T, \quad \Omega_T = T^{-1}\Omega^2T, \quad \Phi_T = T^{-1}\Phi^{*2}T \quad (18)$$

显然对 Ψ_T, Ω_T, Φ_T 作特征分解就可得到 $\Psi, \Omega^2, \Phi^{*2}$, 并从它们的对角元素中提取载波频率、方向角和距离参数。根据文献[5], 也可得到总体最小二乘的参数估计。显然上式要正确得到频率、方向角和距离的参数估计, 须知它们之间的配对关系, 而且只有知道各参数之间的配对关系才能求解距离参数。

3.2 配对方法

假设对 Ψ_T, Ω_T, Φ_T 作特征分解得到特征向量矩阵分别为 T_Ψ, T_Ω, T_Φ 。由式(18), Ψ_T, Ω_T, Φ_T 的特征向量张成的子空间相等, 可以认为同一信源中各参数对应的特征向量矩阵 T_Ψ, T_Ω, T_Φ 中的特征向量近似相等, 相异参数对应的特征向量近似正交。在 $T_\Psi^H \times T_\Omega$ 中, 每一行中值近似为 1 的元素(假设为 (k, l) 元素)包含频率参数 f_i 和方向角参数 θ_i 的配对关系, 亦即 T_Ψ 的第 k 个特征向量(相应的特征值)对应 T_Ω 的第 l 个特征向量(相应的特征值)。同理, 可得 T_Ψ 和 T_Φ 的对应关系, 亦即得知频率参数和距离参数的对应关系, 从而得到信源的载波频率、方向角和距离的配对关系。本方法与文献[5]的参数配对方法类似。假设 C_i, E_i, H_i 分别为 $\Psi, \Omega^2, \Phi^{*2}$ 的第 i 个对角元素, 由下列计算公式得到信源的参数:

$$f_i = \frac{\text{angle}(C_i)}{2\pi}, \quad \theta_i = \sin^{-1}\left(\frac{-\text{angle}(E_i)\lambda_i}{4\pi d}\right), \quad r_i = \frac{2\pi d^2 \cos^2 \theta_i}{\lambda_i \text{angle}(H_i)}$$

4 仿真实验

在下面的仿真实验中, 考虑一个由 15 个传感器组成的 ULA 阵列, 传感器间距为 $d = \min(\lambda_k/4), k=1, 2, \dots, M$ 。传感器上存在的加性噪声为高斯白噪声。两个近场等功率窄带调幅信号 s_1, s_2 的参数分别为: 中心频率 $f_1 = 2\text{MHz}$, $f_2 = 5\text{MHz}$, 带宽均为 25kHz ; 方向角 $\theta_1 = 38^\circ$, $\theta_2 = 20^\circ$; 距离 $r_1 = 1.3\lambda_1$, $r_2 = 0.65\lambda_2$ 。假设做 N_r 次 Monte-Carlo 次实验, 定义的均方根误差为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N_r} \sum_{r=1}^{N_r} (\hat{p} - p)^2}$$

其中 $\hat{p}$ 为参数 p 的估计值。

仿真实验 1 实验中的信噪比为 3dB , 采样点数由 256 个点变化到 1024 点, 每种采样点数处作 100 次 Monte-Carlo

次实验。实验结果如图2、3和4所示。

由图2, 图3和图4可以看出, 信源 s_1 , s_2 在采样点较少的情况下, 提出的算法仍然能正确分辨频率、方向角和距离参数。同时在距离参数的估计性能上, 信源 s_2 要明显优于信源 s_1 (注: 图4中均方根误差的单位 λ 分别对应两个信源的各自波长)。

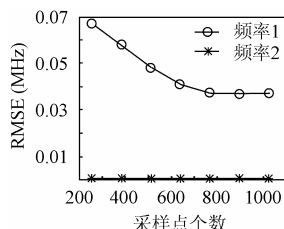


图2 采样点变化时频率的均方根误差

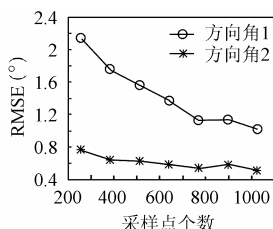


图3 采样点变化时方向角的均方根误差

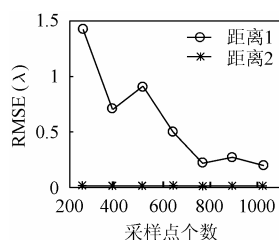


图4 采样点变化时距离的均方根误差

仿真实验2 实验中的信噪比由-10dB变化到25dB, 采样点数为1024点, 每种信噪比做100次Monte-Carlo次实验。实验结果如图5, 图6和图7所示。

由图5~图7可以看出, 信源 s_1 , s_2 在信噪比较低的情况下, 提出的算法仍然能正确分辨频率、方向角和距离参数。同仿真实验1一样, 在距离参数的估计性能上, 信源 s_2 要明显优于信源 s_1 (注: 图7中均方根误差的单位 λ 分别对应两个信源的各自波长)。

从上述实验中观察到, 在对距离参数的估计上, 距离传感器较近的信源 s_2 要强于距离传感器较远的信源 s_1 。而在方向角的估计性能上, 两个信源的性能相近, 这与文献[11]对类ESPRIT的性能分析结果相一致。在对载波频率的估计性能上, 距离传感器较近的信源 s_2 要强于距离传感器较远的信源 s_1 。

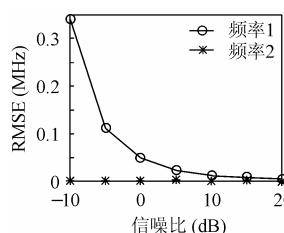


图5 信噪比变化时频率的均方根误差

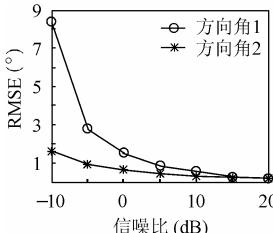


图6 信噪比变化时方向角的均方根误差

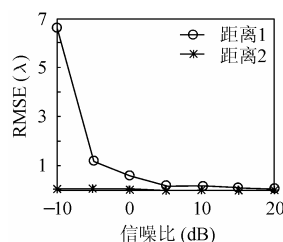


图7 信噪比变化时距离的均方根误差

5 结束语

本文提出了一种新的三维参数联合估计方法, 能同时估计出近场源的载波频率、方向角和距离参数, 而且无需谱峰搜索。与现有的基于四阶累积量三维参数联合估计相比, 提出的算法仅需通过二阶统计量作特殊的算法处理就能估计出信源的参数, 避免了应用高阶统计量给算法带来的复杂性。仿真结果表明本算法在低信噪比或较少的采样点数的情况下, 仍然具有良好的估计精度。

参考文献

- [1] Swindlehurst A L, Kailath T. Passive direction-of-arrival and range estimation for near-field sources. *IEEE Spectrum Estimation and Modeling. Workshop*, Minneapolis, MN USA, 1988: 123 – 128.
- [2] Storer D, Nehorai A. Passive localization of near-field sources by path following. *IEEE Trans. on SP*, 1994, 42(3): 677 – 680.
- [3] Huang Y D, Barkat M. Near-field multiple source localization by passive sensor array. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1991, 39(7): 968 – 975.
- [4] Lee J H, Lee C M, Lee K K. A modified path-following algorithm using a known algebraic path. *IEEE Trans. on SP*, 1999, 47 (5): 1407 – 1409.
- [5] Challa R N, Shamsunder S. High-order subspace-based algorithms for passive localization of near-field sources. 29th Asilomar Conference, Pacific Grove, CA, USA, November, 1995: 777 – 781.
- [6] Abed-Meraim K, Hua Y, Belouchrani A. Second-order near-field source localization: algorithm and performance analysis. *Proceedings of Asilomar Conference*, Pacific Grove, CA, USA, 1996: 723 – 727.
- [7] Abred-Meraim K, Hua Y. 3-D near field source localization using second order statistics. *Conference Record of the Thirty-First Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers*, Pacific

- Grove, CA, USA, 1997: 1307 – 1311.
- [8] Lee Ju-Hong, Tung C-H. Estimating the bearing of near-field cyclostationary signals. *IEEE Trans on SP*, 2002, 50(1): 110 – 118.
- [9] Cekli E, Cirpan H A. Unconditional maximum likelihood approach for localization of near-Field sources: algorithm and performance analysis. *AEU of Electronisc and Communications*, 2003, 57(1): 9 – 15.
- [10] 陈建峰, 张贤达. 一种新的近场源三维参数联合估计算法. *电路与系统学报*, 2003, 8(5): 1 – 4
- [11] Yuen N, Friedlander B. Performance analysis of higher order ESPRIT for localization of near-field sources. *IEEE Trans on SP*, 1998, 46(3): 709 – 719.
- 王 波: 男, 1975 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、时频分析等.
- 王树勋: 男, 1946 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为高阶统计量在数字信号处理中的应用及微计算机应用、信号处理的基本理论和方法及其在电子、通信、雷达系统和控制中应用. 目前重点研究高阶统计量在谐波信号参量估计中应用; 近场方向估计理论及其在无线定位、移动通信系统中移动用户定位和自动引导车辆定位等领域中应用; 多速率 CDMA 室内编码与资源分配等问题. 已出版著作 3 部, 发表论文 100 余篇.