采用 Lanczos 算法快速估计噪声子空间

黄 磊 吴顺君 张林让

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

摘 要 提出一种采用 Lanczos 算法估计噪声子空间的新方法。该方法采用传统的空间平滑技术解相干，然后由多级维纳滤波器的预滤波器的性质可知，多级维纳滤波器的冗余分解级的预滤波器可以构成一个噪声子空间。由此可以采用 Lanczos 算法快速估计到噪声子空间。由于不需要对协方差矩阵作特征值分解，而且所要求的冗余分解的级数较少，其运算量比基于特征值分解方法要小得多。此外，采用 Lanczos 算法计算降维矩阵和冗余矩阵只构成多级维纳滤波器的前向递推，从而使得算法的复杂度大大降低。最后，计算机仿真验证了该方法的有效性。

关键词 Lanczos 算法，降维，多级维纳滤波器，空间谱

中图分类号：TN953.5 **文献标识码**: A **文章编号**：1009-5896(2006)01-0021-05

Fast Noise Subspace Estimation via the Lanczos Algorithm

Huang Lei Wu Shun-jun Zhang Lin-rang

(*National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an* 710071, *China*)

Abstract A novel method is proposed for estimating the noise subspace in the case where the signals are coherent. The characters of MultiStage Wiener Filter (MSWF) show that the pre-filters of redundant stages of the MSWF can create an orthonormal basis for the noise subspace, then with the classical spatial smoothing technique and the Lanczos algorithm, the noise subspace can be quickly obtained even under the condition that coherent signals exist. The new method outperforms the eigendecomposition based method in terms of computational complexity. Finally, simulation results are presented to illustrate the performance of the proposed method for the noise subspace via the classical MUSIC estimator.

Key words Lanczos algorithm, Rank reduction, Multi-stage Wiener filter, Spatial spectrum

1 引言

快速噪声子空间估计在阵列信号处理中是很有意义的，因为许多超分辨算法，如 MUSIC 类算法，要求估计噪声子空间。然而，常规的噪声子空间估计方法需要对观测数据的协方差矩阵作特征值分解。协方差矩阵的特征值分解的运算量为 $O(M^3)$，其中 M 是阵列的阵元个数。如果阵元数较多，常规的噪声子空间估计方法的运算量是相当大的。从而使得该方法很难满足实时处理的要求。

为了降低噪声子空间估计的运算量就必须避开协方差矩阵的特征值分解，也就是不用对协方差矩阵作特征值分解就可以实现噪声子空间的快速估计。本文由多级维纳滤波器[1,2]的预滤波器(即匹配滤波器)的正交特性以及相邻各级的迭代关系得到快速估计噪声子空间的方法，即多级维纳滤波器的冗余分解级的匹配滤波器张成一个噪声子空间。由于多级维纳滤波器的匹配滤波器可以采用Lanczos算法[3]计算，所以可以先对协方差矩阵进行空间平滑[4]去除信号的相关性，然后采用Lanczos算法快速地估计到噪声子空间。在仿真实验中采用基于噪声子空间的MUSIC算法[5,6]估计信号的波达方向(DOA)，由此分析本文方法的有效性和估计性能。与基于协方差矩阵的特征值分解的常规方法相比，基于Lanczos算法的噪声子空间估计方法的运算量较小，而且对相干信源的DOA估计可以到达较高的精度和分辨率。

2 信号模型

假设有 K 个独立窄带信源 $u_i(k), i=1,2,\cdots,K$ 随机分布在阵列的远场，第 i 个信源到达阵列有 p_i 条多径，则到达阵列的波前数为 $P=\sum_{i=1}^{K}p_i$。阵列是阵元数为 M 的等距线阵，

2004-07-07 收到, 2004-11-05 改回
国家自然科学基金(60102005)资助课题

则阵列在 n 时刻接收的 M 维观测数据矢量为

$$\boldsymbol{x}_0(k)=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{s}(k)+\boldsymbol{n}(k) \tag{1}$$

我们定义如下的矩阵(矢量)

$$\boldsymbol{A}(\theta)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{A}_2 & \cdots & \boldsymbol{A}_K\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{A}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}(\theta_{i,1}) & \boldsymbol{a}(\theta_{i,2}) & \cdots & \boldsymbol{a}(\theta_{i,p_i})\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{s}(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{s}_1(k) & \boldsymbol{s}_2(k) & \cdots & \boldsymbol{s}_K(k)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{s}_i(k)=\begin{bmatrix}c_{i,1} & c_{i,2} & \cdots & c_{i,p_i}\end{bmatrix}u_i(k)$$

由于阵列是等距线阵，所以导向矢量具有如下的形式:

$$\boldsymbol{a}(\theta_{l,i})=\frac{1}{\sqrt{M}}\begin{bmatrix}1 & e^{j\varphi(\theta_{l,i})} & \cdots & e^{j(M-1)\varphi(\theta_{l,i})}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

其中 $\varphi(\theta_{l,i})=\dfrac{2\pi d}{\lambda}\sin(\theta_{l,i})$， $\theta_{l,i}\in(-\pi/2,\pi/2)$， 且 $\theta_{l,i}\neq\theta_{s,t}$ $(l\neq s,i\neq t)$， d 表示阵元间距， λ 是载波波长， T 表示转置运算。

若将式(1)表示成独立信源的形式，则有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_0(k)&=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{C}\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{n}(k)\\&=\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{n}(k)\end{aligned} \tag{3}$$

其中

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{c}_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \boldsymbol{c}_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \boldsymbol{c}_K\end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{c}_i=\begin{bmatrix}c_{i,1} & c_{i,2} & \cdots & c_{i,p_i}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{u}(k)=\begin{bmatrix}u_1(k) & u_2(k) & \cdots & u_K(k)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

分别是衰减矩阵，衰减矢量和信源基带波形矢量，$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{C}$ 是含有方向信息新的方向矩阵， $\boldsymbol{n}(k)\in\mathbb{C}^{M\times 1}$ 是噪声复矢量，$k=0,1,\cdots,N-1$ 是采样时刻，N 是快拍数，K 是独立信源数。本文的所有讨论均假设阵元数大于信源数，即 $M>P$ ，而且噪声是均值为零的空时均白的复圆高斯随机过程，即

$$E\left[\boldsymbol{n}(k)\boldsymbol{n}^{\mathrm{H}}(l)\right]=\sigma_{\boldsymbol{n}}^2\delta_{k,l} \tag{7}$$

$$E\left[\boldsymbol{n}(k)\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}(l)\right]=0 \tag{8}$$

其中 $k,l=0,1,\cdots,N-1$ 。所以 $\boldsymbol{x}_0(k)$ 也是空间白的复圆高斯随机过程，而且假设其协方差矩阵是 Hermite 矩阵。波达方向估计的问题就是从观测数据 $\{\boldsymbol{x}_0(k),k=0,1,\cdots,N-1\}$ 中估计出方向参数 $\{\theta_{i,l},l=1,2,\cdots,P_i,i=1,2,\cdots,K\}$ 。

3 噪声子空间的快速估计

由多级维纳滤波器[1,2]理论知，如果降维矩阵 $\boldsymbol{T}_D=\begin{bmatrix}\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\cdots,\boldsymbol{t}_D\end{bmatrix}$ 的列矢量 $\boldsymbol{t}_i,i=1,2,\cdots,D$ 是相互正交的，则级数(维数)为D的多级维纳滤波器相当于Wiener-Hopf方程:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{w}_{WF}=\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_0d_0} \tag{9}$$

在 D 维 Krylov 子空间 $\boldsymbol{\kappa}^{(D)}\left(\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0},\ \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_0d_0}\right)=\mathrm{span}\left(\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_0d_0} & \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_0d_0} & \cdots & \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}^{(D-1)}\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_0d_0}\end{bmatrix}\right)$ 的解[7,8]， 其中 $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}=E\left[\boldsymbol{x}_0(k)\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}(k)\right]$ ， $\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_0d_0}=E\left[\boldsymbol{x}_0(k)d_0^*(k)\right]$ 。因此 $\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\cdots,\boldsymbol{t}_D$ 构成 $\boldsymbol{\kappa}^{(D)}\left(\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0},\ \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_0d_0}\right)$ 子空间的一组基。由于多级维纳滤波器的降维矩阵的列矢量是 $\boldsymbol{\kappa}^{(D)}\left(\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0},\ \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_0d_0}\right)$ 子空间的标准正交基，即

$$\boldsymbol{t}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{t}_j=\begin{cases}1, & i=j\\ 0, & i\neq j\end{cases},\quad i,j=1,2,\cdots,D \tag{10}$$

而且协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}$ 是Hermite矩阵，所以 $\boldsymbol{t}_i,i=1,2,\cdots,D$ 可以采用Lanczos算法求得[8,9]。于是，我们有如下的递推公式[8]:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{t}_i&=\frac{\boldsymbol{P}_{i-1}\boldsymbol{P}_{i-2}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{t}_{i-1}}{\left\|\boldsymbol{P}_{i-1}\boldsymbol{P}_{i-2}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{t}_{i-1}\right\|_2}\\&=\frac{\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{t}_{i-1}-\boldsymbol{t}_{i-2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{t}_{i-1}\boldsymbol{t}_{i-2}-\boldsymbol{t}_{i-1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{t}_{i-1}\boldsymbol{t}_{i-1}}{\left\|\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{t}_{i-1}-\boldsymbol{t}_{i-2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{t}_{i-1}\boldsymbol{t}_{i-2}-\boldsymbol{t}_{i-1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{t}_{i-1}\boldsymbol{t}_{i-1}\right\|_2}\end{aligned} \tag{11}$$

其中使用了 $\boldsymbol{t}_j$ 的正交投影 $\boldsymbol{P}_j=\boldsymbol{1}-\boldsymbol{t}_j\boldsymbol{t}_j^{\mathrm{H}}$， $j\in\{i-1,i-2\}$ 。

Lanczos算法是Lanczos在 1950 年提出的[3]，主要用在大动态系统的降阶近似，最近Joham等人提出了基于Lanczos算法的MSWF[9]。这里采用Lanczos算法实现噪声子空间的快速估计。假设多级维纳滤波器的均方误差稳定在某一个较小值时级数为 $D(D<P)$ ，即秩 D 的多级维纳滤波器接近于满秩维纳滤波器的性能，此时其降维矩阵的 D 个列矢量(即预滤波器)落在信号子空间内并张成一个维数是 D 的压缩信号子空间；如果压缩信号子空间的维数等于信源数，即 $D=P$ ，则压缩信号子空间完全等效于真正的信号子空间。压缩信号子空间的证明参考文献[10]。如果继续进行 $L-P(P<L\le M)$ 级冗余分解，则可以得到一个秩为 $L-P$ 的冗余矩阵，由于其列矢量是相互正交的，并且与信号子空间正交，所以其最后的 $L-P$ 个列矢量可以构成噪声子空间的一组标准正交基。

然而，对于信号多径传播的情况，一个信源会产生若干个强相关或相干信号，冗余矩阵的 $L-P$ 个列矢量不再张成噪声子空间。这是容易理解的，因为观测数据 $\boldsymbol{x}_0(k)$ 的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0}=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\theta)+\sigma_{\boldsymbol{n}}^2\boldsymbol{I} \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{R}_s=E\left[\boldsymbol{s}(k)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(k)\right]$ 是信号协方差矩阵。显然，此时信

号协方差矩阵是秩亏缺的，使得部分信号矢量落在噪声子空间中，以致噪声子空间估计错误而没有在信号的方向形成零点。为了实现解相干可以采用简单的空间平滑方法。对于多个相干信号的情况，定义如下的选择矩阵[4]:

$$F_k = \left[\mathbf{0}_{m\times(k-1)} \quad \boldsymbol{I}_{m\times m} \quad \mathbf{0}_{m\times(M-k-m+1)} \right] \tag{13}$$

其中假设子阵的阵元数为 m，则参加平滑的子阵数为 $M-m+1$，所以平滑后的协方差矩阵为

$$\bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0} = \frac{1}{M-m+1}\sum_{k=1}^{M-m+1} \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0} \boldsymbol{F}_k^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

由于平滑后的协方差矩阵 $\bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0} \in \mathbb{C}^{m\times m}$ 仍然是 Hermite 矩阵，所以可以用 $\bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0} \in \mathbb{C}^{m\times m}$ 代替协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}_0} \in \mathbb{C}^{M\times M}$，并令 $r_{i,j} = \bar{\boldsymbol{t}}_i^{\mathrm{H}} \bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0} \bar{\boldsymbol{t}}_j$，则式(11)可以表示为

$$\bar{\boldsymbol{t}}_i = \frac{\bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-1} - r_{i-2,i-1}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-2} - r_{i-1,i-1}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-1}}{\left\| \bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-1} - r_{i-2,i-1}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-2} - r_{i-1,i-1}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-1} \right\|_2} \tag{15}$$

式(15)构成空间平滑的 Lanczos 快速算法的基础。对于具有 L 级的多级维纳滤波器，其 L 个预滤波器 $\bar{\boldsymbol{t}}_1, \bar{\boldsymbol{t}}_2, \cdots, \bar{\boldsymbol{t}}_L$ 是相互正交的归一化矢量，其中前 P 个预滤波器矢量 $\bar{\boldsymbol{t}}_1, \bar{\boldsymbol{t}}_2, \cdots, \bar{\boldsymbol{t}}_P$ 和后 $L-P$ 个预滤波器矢量 $\bar{\boldsymbol{t}}_{P+1}, \bar{\boldsymbol{t}}_{P+2}, \cdots, \bar{\boldsymbol{t}}_L$ 分别构成信号子空间和噪声子空间的标准正交基。所以可以采用 Lanczos 快速算法实现噪声子空间的估计。由多级维纳滤波器的后 $L-P$ 级冗余分解得到的噪声子空间为

$$\boldsymbol{\Psi}_N^{L-P} = \mathrm{span}\left\{ \bar{\boldsymbol{t}}_{P+1}, \bar{\boldsymbol{t}}_{P+2}, \cdots, \bar{\boldsymbol{t}}_L \right\} \tag{16}$$

$\boldsymbol{\Psi}_N^{L-P}$ 表示维数是 $L-P$ 的噪声子空间。显然，L 是待定的常数。利用 MSWF 的匹配滤波器的正交特性可以确定 L。这是因为 Lanczos 算法对累积误差敏感，即当递推的次数较大时由 Lanczos 算法计算的 MSWF 的匹配滤波器不再相互正交。此时，我们应该终止算法的递推。利用这一特点我们可以有效地估计到噪声子空间。

由于协方差矩阵平滑后是 $m\times m$ 阶方阵，所以为了计算第 1 级的匹配滤波器，要对观测信号进行截断，即截断后的观测信号为

$$\bar{\boldsymbol{x}}_0(k) = \boldsymbol{x}_{0,1:m}(k) \tag{17}$$

其中 $\boldsymbol{x}_{1:t}(k)$ 表示取 $\boldsymbol{x}(k)$ 的第 1 个到第 t 个元素所组成的矢量。

把式(14)和式(17)代入式(15)即可以完成空间平滑的 Lanczos 算法的设计。采用空间平滑的 Lanczos 算法可以快速地估计到降维矩阵 $\bar{\boldsymbol{T}}_P = \left[\bar{\boldsymbol{t}}_1 \quad \bar{\boldsymbol{t}}_2 \quad \cdots \quad \bar{\boldsymbol{t}}_P \right]$ 和冗余矩阵 $\bar{\boldsymbol{N}}_{K-P} = \left[\bar{\boldsymbol{t}}_{P+1} \quad \bar{\boldsymbol{t}}_{P+2} \quad \cdots \quad \bar{\boldsymbol{t}}_L \right]$。由冗余矩阵 $\bar{\boldsymbol{N}}_{L-P}$ 的列矢量可以得到一个维数是 $L-P$ 的噪声子空间。空间平滑的 Lanczos 算法(SS-Lanczos)如下所示:

步骤 1　$t_0 = 0, \quad \bar{\boldsymbol{t}}_1 = \boldsymbol{r}_{\bar{x}_0,d_0} \Big/ \left\| \boldsymbol{r}_{\bar{x}_0,d_0} \right\|_2$;

$r_{0,1} = 0, \quad r_{1,1} = \bar{\boldsymbol{t}}_1^{\mathrm{H}} \bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0} \bar{\boldsymbol{t}}_1$;

$L = 1$;

步骤 2　for　$i = 2$　to　$M+1$　do

$\boldsymbol{v} = \bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-1} - r_{i-2,i-1}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-2} - r_{i-1,i-1}\bar{\boldsymbol{t}}_{i-1}$;

$r_{i-1,i} = \left\| \boldsymbol{v} \right\|_2$;

$\bar{\boldsymbol{t}}_i = \boldsymbol{v} / r_{i-1,i}$;

$r_{i,i} = \bar{\boldsymbol{t}}_i^{\mathrm{H}} \bar{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{x}_0} \bar{\boldsymbol{t}}_i$;

if $\left| \bar{\boldsymbol{t}}_i^{\mathrm{H}} \bar{\boldsymbol{t}}_1 \right| \neq 0$　then　$L = i-1$　break;

end　for

步骤 3　$\bar{\boldsymbol{T}}_P = \left[\bar{\boldsymbol{t}}_1 \quad \bar{\boldsymbol{t}}_2 \cdots \bar{\boldsymbol{t}}_P \right], \bar{\boldsymbol{N}}_{L-P} = \left[\bar{\boldsymbol{t}}_{P+1} \quad \bar{\boldsymbol{t}}_{P+2} \cdots \bar{\boldsymbol{t}}_L \right]$

在上述算法中，我们使用了矢量 $\bar{\boldsymbol{t}}_i$ 的正交性作为算法终止的判断条件，这是因为算法对累积误差敏感，在递推次数较多的情况下会导致矢量 $\bar{\boldsymbol{t}}_i$ 的正交性变弱。图 1 给出 $\bar{\boldsymbol{t}}_i$ 正交性随级数(递推次数)变化的情况，其中信源数为 7。

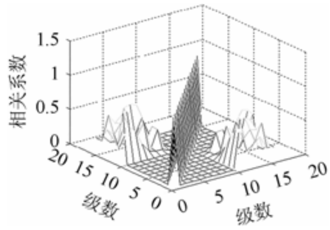

图 1　MSWF 的匹配滤波器的正交特性

采用 SS-Lanczos 算法估计噪声子空间具有如下的优点：

(1)不需要对协方差矩阵作特征值分解，运算量小，约为 $O\left(M^2L\right)$，而采用协方差矩阵的特征值分解方法的运算量为 $O\left(M^3\right)$。当阵元数远远大于信源数的情况下，我们有 $L \ll M$；

(2) ROCK MUSIC算法[11]需要MSWF的前向和后向递推，而本文的方法只需要MSWF的前向递推，从而降低了算法的复杂程度；

(3) 可以实现相干信源的超分辨估计。

由于 MUSIC 算法是一维搜索，运算量较小，而且在满足一定的条件下属于一致估计，所以采用 SS-Lanczos 算法估计到噪声子空间后就可以通过 MUSIC 算法实现相干信源的 DOA 估计。在下面的性能仿真中，我们采用 MUSIC 算法估计信号的 DOA 来验证本文噪声子空间估计方法的有效性。

4　计算机仿真

为了验证基于 SS-Lanczos 的 MUSIC 算法(SSL-MUSIC)能够实现相干信源 DOA 的超分辨估计和方便与基于特征值分解的空间平滑 MUSIC 算法(SS-MUSIC)作比较，进行了如下的计算机仿真。

表 1　信号参数

信号编号	DOA(º)	衰落因子	信号类型
1	0º	1	QPSK
2	5º	－0.8＋j0.6	——
3	30º	－0.3－j0.7	——
4	–17º	1	BPSK
5	–40º	0.5＋j0.7	——
6	45º	1	QPSK
7	60º	0.4＋j0.9	——
背景噪声	——	——	白色复高斯随机过程

所采用的阵列是各向同性的等距线阵，阵元数为 16，阵元间隔是 $\lambda/2$ ，λ 为载波波长。假设在阵列天线的远场存在 3 个等功率的独立信源，到达阵列天线时，第 1 个信源有 3 条路径，第 2、第 3 个信源各有两条路径。表 1 给出仿真所使用的信号参数，其中衰落因子为 1 表示该信号是信源的直达波。图 2 和图 3 分别是基于 SSL-MUSIC 算法和 SS-MUSIC 算法的空间谱。其中信噪比均为 20dB，快拍数取为 256 次，Lanczos 算法递推次数为 10。图 2 和图 3 表明，基于本文方法的空间谱具有与基于特征值分解技术的空间谱几乎相同的分辨率，从而说明本文方法的有效性。为了评价本文方法的估计性能，我们作了 1000 次的独立实验计算信号 1 的波达方向的均方根误差(RMSE)。图 4 和图 5 分别是 RMSE 随信噪比和快拍数变化的情况。由图 4 和图 5 不难发现，在信噪比较大和快拍数较多的情况下采用 SSL-MUSIC 算法和 SS-MUSIC 算法几乎可以达到同样的估计精度。在信噪比较低和快拍数较小的情况下，SSL-MUSIC 算法的估计精度较低。这是由于本文方法估计的噪声子空间不完备的缘故。

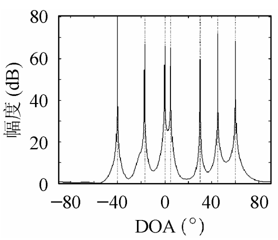

图 2　基于 SSL-MUSIC 算法的空间谱 (SNR=20dB,快拍数为 256)

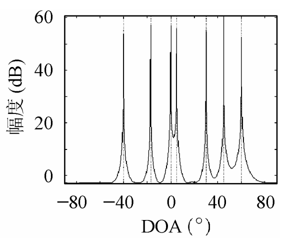

图 3　基于 SS-MUSIC 算法的空间谱 (SNR=20dB，快拍数为 256)

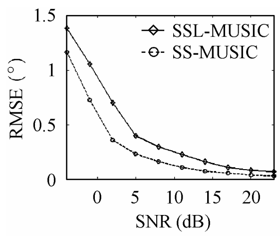

图 4　均方根误差随信噪比变化的情况 (快拍数为 256)

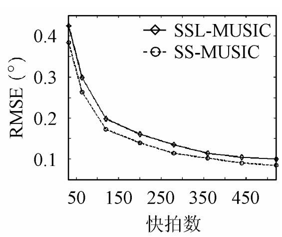

图 5　均方根误差随快拍数变化的情况 (信噪比为 10dB)

5　结束语

本文提出了一种基于 Lanczos 算法的快速噪声子空间估计方法。由于噪声子空间的估计不需要观测数据的协方差矩阵的特征值分解和 MSWF 的后向递推，所以算法的运算量和复杂度得到有效地降低，而且对相干信源有效。仿真实验表明，在信噪比较高和快拍数较多的情况下 SSL-MUSIC 算法可以达到 SS-MUSIC 算法的估计精度和分辨率，但其运算量在阵元数较多的情况下比 SS-MUSIC 算法要小得多。

参 考 文 献

[1] Goldstein J S, Reed I S. A new method of Wiener filtering and its application to interference mitigation for communications. in Proc. MILCOM 1997, Nov. 1997, vol. 3: 1087－1091.

[2] Goldstein J S, Reed I S, Scharf L L. A multistage representation of the Wiener filter based on orthogonal projections. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1998, 44(7): 2943－2959.

[3] Lanczos C. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators. *J. Res. Nat.*

Bureau Stan., 1950, 45: 255 − 282.

[4] Shan T J, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for directions of arrival estimation of coherent signals. *IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1985, 33(4): 806 − 811.

[5] Schmidt R O. A signal subspace approach to multiple emitter location spectral estimation. [Ph. D. thesis]. Stanford University, Stanford, CA, Nov. 1981.

[6] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1989, 37(5): 720 − 741.

[7] Honig M L, Xiao W. Performance of reduced-rank linear interference suppression. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2001, 47(5): 1928 − 1946.

[8] Honig M L, Zoltowski M D. Interpretation of the multi-stage nested Wiener filter in the Krylov subspace framework. Tech. Rep. TUM-LNS-TR-00-6, Munich University of Technology, Nov. 2000.

[9] Dietl G, Zoltowski M D, Joham M. Recursive reduced-rank adaptive equalization for wireless communications. in Proc. SPIE 2001, 2001, vol. 4395: 16 − 27.

[10] Huang L, Wu S, Zhang L. Direction-of-arrival estimation via the multi-stage Wiener filter. In Proc. International Conference on Radar System, France, Oct. 2004.

[11] Witzgall H E, Goldstein J S. Detection performance of the reduced-rank linear predictor ROCKET. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1731 − 1738.

黄　磊： 男，1975 年生, 博士生, 研究兴趣为降维自适应信号处理、阵列信号处理及其在雷达、通信中的应用.

吴顺君： 男，1942年生, 教授, 博士生导师，雷达信号处理重点实验室主任. 长期从事雷达系统和雷达信号处理方面的教学和科研工作. 共发表论文60余篇，出版专著4部.

张林让： 男，1966年生, 教授，博士生导师，研究兴趣为自适应信号处理、阵列波达方向估计、方向图综合. 曾获电子部科技进步一等奖和陕西省教委科技进步二等奖. 发表论文30多篇.