

# 合成孔径雷达多视图像中 4 个 Stokes 参数的统计特性<sup>1</sup>

金亚秋 张南雄

(复旦大学波散射与遥感中心 上海 200433)

**摘 要** 该文应用散射振幅函数的 Wishart 联合分布, 推导了合成孔径雷达 (SAR) 多视图像中 4 个 Stokes 参数的概率密度函数 (PDF)。用视图数和 4 个 Stokes 参数的均值解析表达的 PDF 与现有的 R. Touzi 和 A. Lopes (1996) 的结果作了比较。同时, 用机载 SAR 在几个典型区域上的多波段 (P, L, C) 成像数据验证了 4 个 Stokes 参数的理论统计分布, 讨论了有效视图数、方差和分布斜度。实验数据与理论分布有相当好的吻合, 还讨论了 PDF 在地表分类中的应用。

**关键词** 合成孔径雷达, 多视图, Stokes 参数, 概率密度函数  
**中图分类号** TN951

## 1 引 言

空对地观测极化雷达成像技术可以进行全极化的散射测量, 得到 4 个复散射振幅函数  $f_{pq}$ ,  $p, q = v, h^{[1]}$ 。合成孔径雷达 (SAR) 极化测量技术高空间分辨率和高信息量, 正日益得到广泛的应用。由于散射目标随机的空间分布和取向分布, 及其散射回波的相位干涉, 使 SAR 观测数据有起伏分布。这一起伏分布的统计特征对于 SAR 图像的去噪处理、数据验证、背景中目标识别和地表类型分类等具有重要意义<sup>[2-4]</sup>。近年来, 针对不同的统计量和散射目标特征, 曾提出过各种统计模型。如 Lee 等研究了散射振幅函数的强度  $f_{pq}f_{pq}^*$ , 幅度比以及相位的统计特性<sup>[5]</sup>。Frery 等提出了非常不均匀地表 (如城市) 的统计模型<sup>[6]</sup>。但是, 这些工作均不是极化散射强度 Stokes 参数的统计分布。

Stokes 矢量或 4 个 Stokes 参数已应用于随机介质部分极化散射的研究中<sup>[7,8]</sup>。4 个散射 Stokes 参数可以从 SAR 成像数据中得到。Barakat 最早研究了部分极化光 Stokes 参数的统计分布, 后来应用于 SAR 单视图像的 Stokes 参数统计<sup>[9]</sup>。Touzi & Lopes<sup>[10]</sup>进一步拓展了 Barakat 的工作, 考虑了极化度的相位, 并推导 SAR 多视图像的 Stokes 参数的统计分布。

当雷达波束照射区域包含大量均匀随机散射粒子时, 多视图像元素的协方差矩阵的分布一般认为是复 Wishart 分布<sup>[5]</sup>。Stokes 参数可以表示成为协方差矩阵元素的线性组合。本文用协方差矩阵的联合分布推导了 Stokes 参数的统计分布, 与现有的 Touzi 和 Lopes 的结果<sup>[10]</sup>作了比较: 第 1 个 Stokes 参数 ( $I$ ) 的统计分布与 Touzi 等有相似的表达式, 而第 2 个 Stokes 参数 ( $Q$ ) 的统计分布比 Touzi 等得到的公式简单。利用一些合理的近似, 我们推导了第 3、第 4 个 Stokes 参数 ( $U, V$ ) 统计分布的解析表达式。而 Touzi 等的推导结果是积分形式, 只能通过数值计算方法才能得到  $U$  和  $V$  的统计特征, 他们也没有 SAR 数据的验证。本文推导的 4 个 Stokes 参数的统计分布均具有简单明了的解析表达式, 是视图数和 4 个 Stokes 参数均值的函数。

进一步地, 本文选用 1993 年 8 月 12 日在加拿大 Albert 王子国家公园附近的机载 SAR 图像, 在 3 个波段 (P, L, C) 上验证 4 个 Stokes 参数的统计分布。选用的地址包括水域、稀疏树林、茂密森林和混杂地表, SAR 数据与我们的理论结果有很好的一致。为使各单视数据有可能相关的条件下, 实验数据和理论分布有更好的拟合, 本文提出了有效视图数, 并讨论了 Stokes 参数的统计分布在图像降噪和地表分类中的作用。

<sup>1</sup> 2001-05-08 收到, 2001-12-26 定稿

国家重点基础研究项目 2001CB309401-05 和国家自然科学基金 49831060, 60171009 资助项目

## 2 多视图协方差矩阵和复 Wishart 分布

由 SAR 测量的复散射振幅函数, 可构造  $4 \times 4$  维的 Mueller 实矩阵. 美国 JPL 实验室机载合成孔径雷达 (AirSAR) 把像素点的测量数据转化为相应的 Mueller 矩阵, 并根据其对称性压缩存储为 10 个字节的数据<sup>[11]</sup>. 为降低斑点噪声, 图像通常在水平方位上做平均, 形成 SAR 的多视图图像. 多视图图像的统计分布更加集中, 但其准确的分布特征更为复杂.

$n$  视图协方差矩阵通常定义为

$$\bar{\mathbf{Z}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{u}(k) \mathbf{u}(k)^T \quad (1)$$

其中  $\mathbf{u}(k) = [\langle f_1(k) \rangle, \langle f_2(k) \rangle, \langle f_3(k) \rangle]$ , 上标  $T$  表示共轭转置,  $k$  表示第  $k$  个单视图.  $f_1, f_2$  和  $f_3$  可以取  $f_{hh}, f_{vv}$  或  $f_{hv}$ . 尖括号  $\langle \rangle$  表示系综平均.  $\mathbf{u}(k)$  的维数可以取 1, 2 或 3. 令  $\bar{\mathbf{A}} = n\bar{\mathbf{Z}}$ , 则  $\bar{\mathbf{A}}$  具有复 Wishart 分布<sup>[5]</sup>:

$$P_{\mathbf{A}}(\bar{\mathbf{A}}) = \frac{|\bar{\mathbf{A}}|^{n-q} \exp[-\text{Tr}(\bar{\mathbf{C}}^{-1}\bar{\mathbf{A}})]}{K(n, q) |\bar{\mathbf{C}}|^n} \quad (2)$$

其中  $K(n, q) = \pi^{q(q-1)/2} \Gamma(n) \Gamma(n-1) \cdots \Gamma(n-q+1)$ ,  $q$  是  $\mathbf{u}(k)$  的维数, 复协方差矩阵的平均为  $\bar{\mathbf{C}} = E[\mathbf{u}\mathbf{u}^{-T}]$ ,  $E[v]$  是随机变量  $v$  的期望值,  $|\bar{\mathbf{C}}|$  是  $\bar{\mathbf{C}}$  的行列式值.

## 3 第 1、第 2 Stokes 参数的概率密度函数

在线极化波入射 (水平极化  $h$  或垂直极化  $v$ ) 时, 多视图散射 Stokes 参数写成

$$I = \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n [\langle f_{pp}(k) f_{pp}^*(k) \rangle + \langle f_{pq}(k) f_{pq}^*(k) \rangle] \quad (3a)$$

$$Q = \frac{\pm 1}{2n} \sum_{k=1}^n [\langle f_{pp}(k) f_{pp}^*(k) \rangle - \langle f_{pq}(k) f_{pq}^*(k) \rangle] \quad (3b)$$

$$U = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \langle \Re[f_{pp}(k) f_{pq}^*(k)] \rangle \quad (3c)$$

$$V = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \langle \Im[f_{pp}(k) f_{pq}^*(k)] \rangle \quad (3d)$$

其中  $\Re()$  和  $\Im()$  分别表示实部与虚部. 对于水平极化入射波, (3b) 式中符号  $\pm$  取  $+$ , 对于垂直极化入射波则取  $-$ .

既然 (3a)~(3d) 式的 Stokes 参数均是两个散射振幅函数的函数, 令  $q = 2$  及

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} C_{11} & \sqrt{C_{11}C_{22}}|\rho_c|e^{i\theta} \\ \sqrt{C_{11}C_{22}}|\rho_c|e^{-i\theta} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中  $A_{11} = \sum_{k=1}^n \langle f_{pp}(k) f_{pp}^*(k) \rangle$ ,  $A_{22} = \sum_{k=1}^n \langle f_{pq}(k) f_{pq}^*(k) \rangle$ ,  $A_{21}^* = A_{12} = \sum_{k=1}^n \langle f_{pp}(k) f_{pq}^*(k) \rangle$ ,  $C_{11} = E[A_{11}]$ ,  $C_{22} = E[A_{22}]$ , 复相关系数为  $\rho_c = E[A_{12}]/\sqrt{C_{11}C_{22}}$ .

用 4 个 Stokes 参数的均值表示, 则有

$$C_{11} = E[I] \pm E[Q], C_{22} = E[I] \mp E[Q], |\rho_c| = \frac{\sqrt{E^2[U] + E^2[V]}}{\sqrt{E^2[I] - E^2[Q]}} \quad (5)$$

令  $R_1 = A_{11}/n$  和  $R_2 = A_{22}/n$ , 则  $R_1, R_2$  的联合分布为<sup>[5]</sup>

$$P(R_1, R_2) = \frac{n^{n+1}(R_1 R_2)^{(n-1)/2} \exp\left[-\frac{n(R_1 C_{22} + R_2 C_{11})}{C_{11} C_{22}(1-|\rho_c|^2)}\right]}{(C_{11} C_{22})^{(n+1)/2} \Gamma(n)(1-|\rho_c|^2)|\rho_c|^{n-1}} I_{n-1}\left(2n\sqrt{\frac{R_1 R_2}{C_{11} C_{22}}} \frac{|\rho_c|}{1-|\rho_c|^2}\right) \quad (6)$$

其中  $I_{n-1}(x)$  是第一类修正的  $n-1$  阶 Bessel 函数。由 (3a), (3b) 式可看出,  $I = (R_1 + R_2)/2$  和  $Q = \pm(R_1 - R_2)/2$ 。所以,  $I$  和  $Q$  的联合分布为

$$P(I, Q) = \frac{2n^{n+1}(I^2 - Q^2)^{(n-1)/2}}{(C_{11} C_{22})^{(n+1)/2} \Gamma(n)(1-|\rho_c|^2)|\rho_c|^{n-1}} \times \exp\left[-\frac{n(C_{11} + C_{22})I \mp n(C_{11} - C_{22})Q}{C_{11} C_{22}(1-|\rho_c|^2)}\right] I_{n-1}\left(2n\sqrt{\frac{I^2 - Q^2}{C_{11} C_{22}}} \frac{|\rho_c|}{1-|\rho_c|^2}\right) \quad (7)$$

第 1 个 Stokes 参数  $I$  是散射总功率。利用附录中的 (A1) 式, 将 (7) 式对  $Q$  积分, 则得到  $I$  的 PDF 为

$$P_I(I) = \int_{-I}^I P(I, Q) dQ = \int_{-1}^1 IP(I, xI) dx \\ = \frac{\sqrt{\pi}(2n)^{(n+1/2)} I^{(n-1/2)} \exp\left[-\frac{n(C_{11} + C_{22})I}{C_{11} C_{22}(1-|\rho_c|^2)}\right] I_{(n-1/2)}\left[\frac{n\sqrt{(C_{11} - C_{22})^2 + 4C_{11} C_{22} |\rho_c|^2}}{C_{11} C_{22}(1-|\rho_c|^2)} I\right]}{\Gamma(n)\sqrt{C_{11} C_{22}(1-|\rho_c|^2)}[(C_{11} - C_{22})^2 + 4C_{11} C_{22} |\rho_c|^2]^{(n/2-1/4)}} \quad (8)$$

注意, 上式中对  $Q$  的积分限是  $(-I, I)$ ; 由变量变换  $x = Q/I$ , 得到  $x$  的积分, 其上下限为  $(-1, 1)$ 。将 (7) 式代入 (8) 式, 我们最终得到第 1 个 Stokes 参数  $I$  的 PDF:

$$P_I(I) = \frac{2\sqrt{\pi}n^{(n+1/2)} I^{(n-1/2)} \exp\left[-\frac{2nI}{E[I](1-p^2)}\right] I_{(n-1/2)}\left[\frac{2npI}{E[I](1-p^2)}\right]}{\Gamma(n)(E[I])^{(n+1/2)}(1-p^2)^{1/2} p^{(n-1/2)}} \quad (9)$$

其中极化度定义为

$$p = \sqrt{E^2[Q] + E^2[U] + E^2[V]}/E[I] \quad (10)$$

极化入射波经随机介质散射后, 接收到的散射波为部分去极化。极化度表示去极化的程度, 随机程度高, 则去极化强, 极化度小。

以均值  $E[I]$  归一化, 归一化第 1 个 Stokes 参数  $S_0 = I/E[I]$  的 PDF 为

$$P_{S_0}(S_0) = \frac{2\sqrt{\pi}n^{(n+1/2)} S_0^{(n-1/2)} \exp\left[-\frac{2nS_0}{1-p^2}\right] S_{(n-1/2)}\left[\frac{2np}{1-p^2} S_0\right]}{\Gamma(n)(1-p^2)^{1/2} p^{(n-1/2)}} \quad (11)$$

本文推导的 (11) 式与 Touzi 和 Lopes<sup>[10]</sup> 的 (47) 式相同。

用附录中的 (A2) 式, 将 (7) 式对  $I$  积分, 我们得到:

$$P_Q(Q) = \int_{|Q|}^{\infty} P(I, Q) dI = \int_1^{\infty} |Q| P(x|Q), Q dx$$

$$= \frac{(2n)^{(n+1/2)} |Q|^{(n-1/2)} \exp \left[ \pm \frac{n(C_{11}-C_{22})Q}{C_{11}C_{22}(1-|\rho_c|^2)} \right] K_{(n-1/2)} \left[ \frac{n\sqrt{(C_{11}+C_{22})^2-4C_{11}C_{22}|\rho_c|^2}}{C_{11}C_{22}(1-|\rho_c|^2)} |Q| \right]}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)\sqrt{C_{11}C_{22}(1-|\rho_c|^2)}[(C_{11}+C_{22})^2-4C_{11}C_{22}|\rho_c|^2]^{(n/2-1/4)}} \quad (12)$$

其中  $K_{(n-1/2)}(x)$  是第 2 类修正的  $(n-1/2)$  阶 Bessel 函数。将 5(a), 5(b) 式代入 (12) 式, 我们最终得到第 2 个 Stokes 参数  $Q$  的 PDF:

$$P_Q(Q) = \frac{2n^{(n+1/2)} |Q|^{(n-1/2)} \exp \left[ \frac{2nqQ}{E[I](1-p^2)} \right] K_{(n-1/2)} \left[ \frac{2n\sqrt{1-u^2-v^2}|Q|}{E[I](1-p^2)} \right]}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)(E[I])^{(n+1/2)}(1-p^2)^{1/2}(1-u^2-v^2)^{(n/2-1/4)}} \quad (13)$$

其中  $q = E[Q]/E[I]$ ,  $u = E[U]/E[I]$ ,  $v = E[V]/E[I]$ 。

归一化的第 2 个 Stokes 参数  $S_1 = Q/E[I]$  的 PDF 为

$$P_{S_1}(S_1) = \frac{2n^{(n+1/2)} |S_1|^{(n-1/2)} \exp \left[ \frac{2nqS_1}{1-p^2} \right] K_{(n-1/2)} \left[ \frac{2n\sqrt{1-u^2-v^2}|S_1|}{1-p^2} \right]}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)(1-p^2)^{1/2}(1-u^2-v^2)^{(n/2-1/4)}} \quad (14)$$

(14) 式比 Touzi 和 Lopes<sup>[10]</sup> 的 (55) 式级数和要简单得多。

### 4 第 3、第 4 Stokes 参数的概率密度函数

将 (8) 式中  $A_{12}$  写成  $A_{12R} + iA_{12I}$ , 由 (2) 式有:

$$P_A(A_{11}, A_{22}, A_{12R}, A_{12I}) = \frac{2[A_{11}A_{22} - (A_{12R}^2 + A_{12I}^2)]^{n-2}}{\pi\Gamma(n)\Gamma(n-1)(1-|\rho_c|^2)^n C_{11}^n C_{22}^n}$$

$$\times \exp \left[ -\frac{A_{11}C_{22} + A_{22}C_{11} - 2|\rho_c|\sqrt{C_{11}C_{22}}(A_{12R} \cos \theta + A_{12I} \sin \theta)}{C_{11}C_{22}(1-|\rho_c|^2)} \right] \quad (15)$$

其中  $\theta$  是 (4) 式中复相关系数  $\rho_c$  的相位。

用附录中的 (A3) 式, 将 (15) 式对  $A_{11}$  积分, 则当  $n > 1$  时, 我们有:

$$P(A_{22}, A_{12R}, A_{12I}) = \int_{(A_{12R}^2 + A_{12I}^2)/A_{22}}^{\infty} P_A(A_{11}, A_{22}, A_{12R}, A_{12I}) dA_{11}$$

$$= \frac{2A_{22}^{n-2} \exp \left[ -\frac{C_{11}A_{22} + C_{22}(A_{12R}^2 + A_{12I}^2)/A_{22} - 2|\rho_c|\sqrt{C_{11}C_{22}}(A_{12R} \cos \theta + A_{12I} \sin \theta)}{C_{11}C_{22}(1-|\rho_c|^2)} \right]}{\pi\Gamma(n)(1-|\rho_c|^2)C_{11}C_{22}^n} \quad (16)$$

用附录中的 (A4) 式, 将 (16) 式对  $A_{22}$  积分, 我们得到:

$$P(A_{12R}, A_{12I}) = \frac{4 \exp[2|\rho_c|(A_{12R} \cos \theta + A_{12I} \sin \theta)/\sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)]}{\pi\Gamma(n)(1-|\rho_c|^2)C_{11}^{(n+1)/2}C_{22}^{(n+1)/2}}$$

$$\times (A_{12R}^2 + A_{12I}^2)^{(n-1)/2} K_{n-1} \left[ 2\sqrt{(A_{12R}^2 + A_{12I}^2)/C_{11}C_{22}(1-|\rho_c|^2)} \right] \quad (17)$$

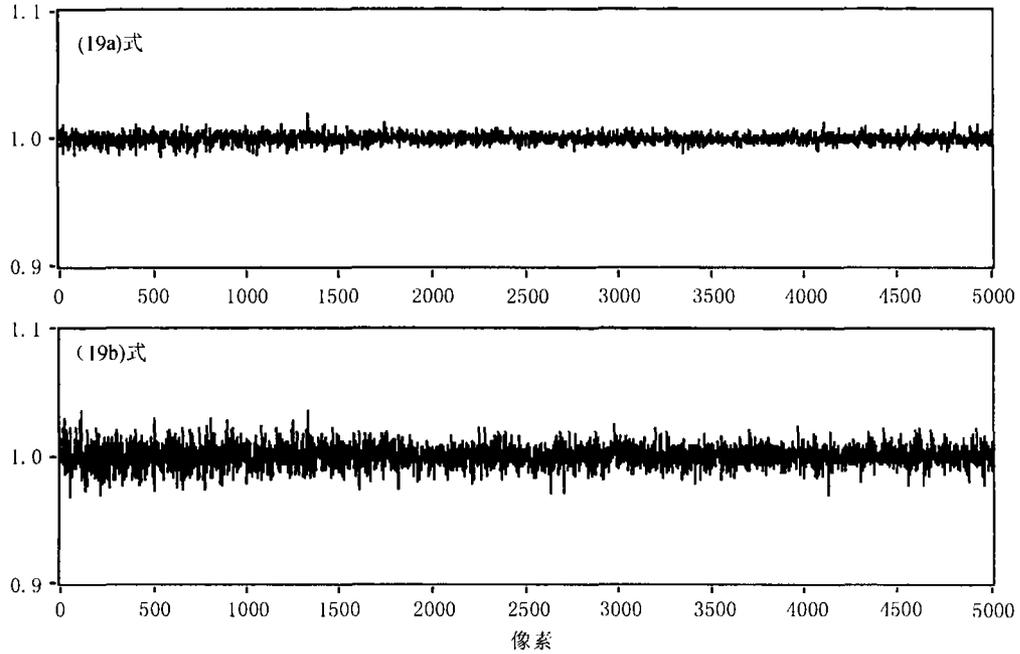


图 1 SAR 数据验证 19(a), 19(b) 式近似

由于线极化入射时, (4) 式中的  $|\rho_c|$  通常很小, 有:

$$A_{12R}, A_{12I} \ll \sqrt{C_{11}C_{22}}, \frac{2|\rho_c|A_{12I} \sin \theta}{\sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)} \approx 0 \text{ 和 } \frac{2|\rho_c|A_{12R} \cos \theta}{\sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)} \approx 0 \quad (18)$$

这可由图 1 的 SAR 数据来验证。因此, 可有以下两个近似方程:

$$\exp[2|\rho_c|A_{12I} \sin \theta / \sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)] \approx 1 \quad (19a)$$

$$\exp[2|\rho_c|A_{12R} \cos \theta / \sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)] \approx 1 \quad (19b)$$

其中 SAR 数据将在图 2 中加以解释。

为推导  $A_{12R}$  的 PDF, 将 (18) 式用于 (17) 式。用附录中的 (A5) 式将 (17) 式对  $A_{12I}$  积分, 得到

$$P_{A_{12R}}(A_{12R}) = \frac{2|A_{12R}|^{(n-1/2)} \exp\left(\frac{2|\rho_c| \cos \theta A_{12R}}{\sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)}\right) K_{(n-1/2)}\left(\frac{2|A_{12R}|}{\sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)(1-|\rho_c|^2)^{1/2} C_{11}^{(2n+1)/4} C_{22}^{(2n+1)/4}} \quad (20)$$

因为  $A_{12R} = \sum_1^n < \Re(f_{pp}(k)f_{pq}^*(k)) >$ , 所以第 3 个 Stokes 参数  $U = A_{12R}/n$ , 其 PDF 为

$$P_U(U) = \frac{2n^{(n+1/2)}|U|^{(n-1/2)} \exp\left(\frac{2n|\rho_c| \cos \theta}{\sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)}U\right) K_{(n-1/2)}\left(\frac{2n|U|}{\sqrt{C_{11}C_{22}}(1-|\rho_c|^2)}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)(1-|\rho_c|^2)^{1/2} C_{11}^{(2n+1)/4} C_{22}^{(2n+1)/4}} \quad (21)$$

将 (3a), (3b) 式代入 (21) 式, 我们最终得到:

$$P_U(U) = \frac{2n^{(n+1/2)}|U|^{(n-1/2)} \exp\left(\frac{2n\sqrt{u^2+v^2} \cos \theta}{E[I](1-p^2)}U\right) K_{(n-1/2)}\left(\frac{2n\sqrt{1-q^2}|U|}{E[I](1-p^2)}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)(E[I])^{(n+1/2)}(1-p^2)^{1/2}(1-q^2)^{(n/2-1/4)}} \quad (22)$$

归一化的第 3 个 Stokes 参数  $S_2 = U/E[I]$  的 PDF 为

$$P_{S_2}(S_2) = \frac{2n^{(n+1/2)}|S_2|^{(n-1/2)} \exp\left(\frac{2n \cos \theta \sqrt{u^2+v^2}}{1-p^2} S_2\right) K_{(n-1/2)}\left(\frac{2n\sqrt{1-q^2}|S_2|}{1-p^2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)(1-p^2)^{1/2}(1-q^2)^{(n/2-1/4)}} \quad (23)$$

类似地, 将 (20) 式用于 (17) 式, 并对  $A_{12R}$  积分, 则得到第 4 个 Stokes 参数  $V$  的 PDF:

$$P_V(V) = \frac{2n^{(n+1/2)}|V|^{(n-1/2)} \exp\left(\frac{2n\sqrt{u^2+v^2} \sin \theta}{E[I](1-p^2)} V\right) K_{(n-1/2)}\left(\frac{2n\sqrt{1-q^2}|V|}{E[I](1-p^2)}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)(E[I])^{(n+1/2)}(1-p^2)^{1/2}(1-q^2)^{(n/2-1/4)}} \quad (24)$$

归一化的第 4 个 Stokes 参数  $S_3 = V/E[I]$  的 PDF 为

$$P_{S_3}(S_3) = \frac{2n^{(n+1/2)}|S_3|^{(n-1/2)} \exp\left(\frac{2n\sqrt{u^2+v^2} \sin \theta}{1-p^2} S_3\right) K_{(n-1/2)}\left(\frac{2n\sqrt{1-q^2}|S_3|}{1-p^2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma(n)(1-p^2)^{1/2}(1-q^2)^{(n/2-1/4)}} \quad (25)$$

而 Touzi 和 Lopes 的第 3、第 4 Stokes 参数的结果<sup>[10]</sup>(64), (65) 式是必须数值计算的积分形式。

这样, 我们的 4 个 Stokes 参数多视 PDF 与文献 [5] 的散射函数组合分布不同, 其解析形式也优于文献 [10] 的结果。

数值结果表明, 随着视图数  $n$  的增加, Stokes 参数的 PDF 将越集中和对称。分布方差描述统计分布集中于均值的程度, 斜度反映统计分布对于均值的对称与否。多视图处理降低了分布的方差和斜度。若随机散射元趋于规则排列, 则极化度  $p$  增高, 第 1 和第 2 Stokes 参数的方差和斜度变大, 而第 3 和第 4 个 Stokes 参数的方差和斜度则变小。这是因为 SAR 的回波是波束照射区内所有散射元回波的相干叠加<sup>[13]</sup>。规则排列的散射体具有较高的极化度, 但其散射波的相干叠加可能有更大的起伏。因此, 分布方差和斜度也是观测区域随机程度的一种表现。

## 5 机载 AirSAR 数据与理论 PDF 的比较

我们选用 1993 年 8 月 12 日在加拿大 Albert 王子国家公园附近区域 (其中心大约在 53.9°N, 103.33°W) 的 AirSAR 图像。入射角为 29.18°, 视图数  $n = 16$ 。像素点长 × 宽为 6.66m × 8.22m。图 2 是该 AirSAR 图像的一部分 (1024 × 1024 像素点), 在彩色图中红、绿、蓝三种颜色分别代表 P, L, C 3 个波段的回波总功率。图中方框区域 A, B, C, D, 代表不同的地表类型。区域 A 是水域, 区域 B 是稀疏树林, 区域 C 是茂密森林, 区域 D 是混杂地表, 其中包含有路面、稀疏和茂密植被等。

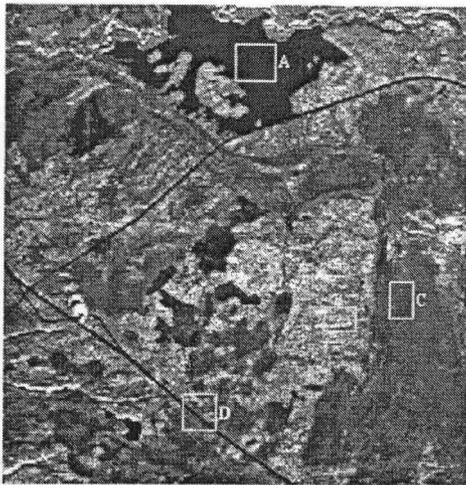


图 2 AirSAR 图像

从图 2 中可看出, 在区域 B 处 P 波段的散射比 C 波段强。树木的散射主要来自三方面: 树冠的直接后向散射、经树干反射到地面再由地面反射形成的后向散射, 以及地面的直接后向散射。经研究<sup>[14]</sup>, 树干的散射在 P 波段比 C 波段强。稀疏树林的后向散射主要来自树干, 由此区域 B 很可能是稀疏树林。而茂密森林的散射则主要来自树冠, C 波段树冠的散射比 P 波段强。由此区域 C 很可能是茂密的森林区。

图 3(a)–3(d) 是区域 C 的 4 个归一化 Stokes 参数  $S_0, S_1, S_2, S_3$  的 PDF 数据和理论结果。图中的离散点来自 AirSAR 图像, 细线是视图数  $n = 16$  时的理论分布, 两者是基本吻合的。由于假定回波是均匀随机区域的 Wishart 分布的局限性以及各单视图数据的可能的相关性, 用较低的有效视图数取代原来的实际视图数似乎更好。在这里若取有效视图数  $n = 10$ , 如图中的粗实线, SAR 实际数据与理论模拟有更好的吻合。

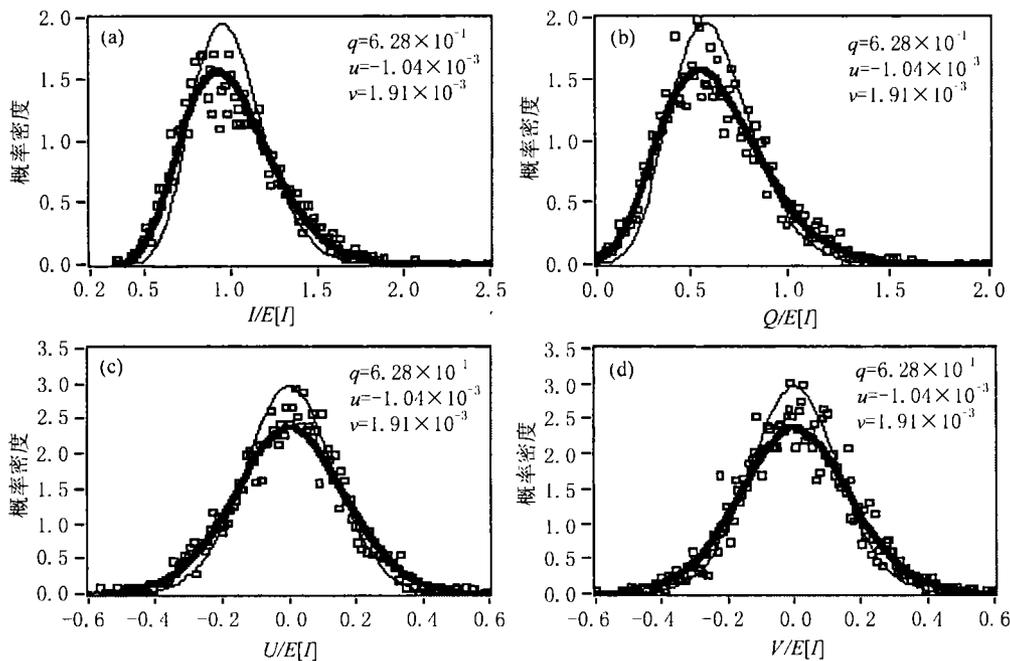


图 3 区域 C 在 C 波段的实验和理论 PDF

图 4(a)–4(d) 给出 4 个 Stokes 参数  $I, Q, U, V$  在三个不同地区: 水域 A、稀疏树林 B 和茂密森林 C 的 C 波段统计分布。可以看出, 我们的理论分布在不同地表类型都能很好地拟合。

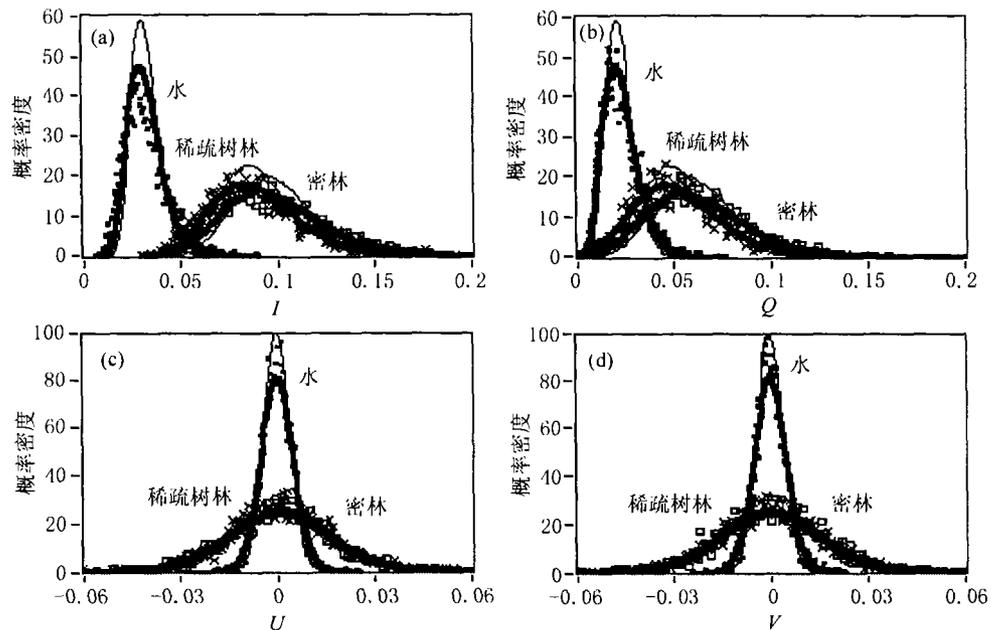


图 4 不同区域 A, B, C 在 C 波段的实验和理论概率密度

尤其是用粗实线的有效视图数时效果更好。对于不同的地表类型, 其最优的有效视图数可能是不同的, 这一点可用来区分地表类型。但有效视图数的选取没有一定的规则, 仍有待研究。

图 5(a)-5(d) 和图 6(a)-6(d) 是区域 B 和区域 C 在波段 P, L, C 的 4 个 Stokes 参数  $I, Q, U, V$  的 PDF。可看出, 我们的理论分布对于不同波段都能很好地拟合。比较图 5 与图 6 是有意义的。在稀疏树林的区域 B, 较低频率 P 波段树木的散射要高于较高频率 C 波段, 这样图 5(a), 5(b) 中统计结果给出从左到右的次序为 C, L, P, 图 5(c), 5(d) 给出从上到下的次序为 C, L, P。而在茂密森林区域 C, 散射几乎全来自树冠, C 波段的散射远高于较低频率的 P 波段, 因此上述的次序均倒置为 P, L, C。

而对于有道路、稀疏树木和茂密森林共存的非均匀混杂区域 D, 用均匀地表的 PDF 就不能很好地加以描述和数据匹配, 特别是第 1, 第 2 个 Stokes 参数。这也就是说, 当第 1, 第 2 个 Stokes 参数明显不同于理论的 PDF 时, 该区域一定是非均匀的混杂有各类目标和地表状况的区域。

## 5 结 论

该文从协方差矩阵的 Wishart 分布, 推导得出 4 个 Stokes 参数的 PDF 的解析式。4 个 PDF 均是视图数和 Stokes 参数均值的解析函数, 与现有的 Touzi 和 Lopes 文献 [10] 的结果作了比较。本文用机载 SAR 图像在几种典型地表 (水域、稀疏树林、茂密森林和混杂地表) 的多波段 (P, L, C) 数据, 验证了我们的 4 个 Stokes 参数的 PDF, 取得了很好的一致。也讨论了分布的方差和斜度。由于均匀随机的 Wishart 分布的假定和各单视图数据的可能的相关性, 用有效视图数的理论分布和实验数据似乎有更好的吻合。4 个 Stokes 参数的 PDF 可以应用于降低斑点噪声、地表分类和背景中目标识别等。

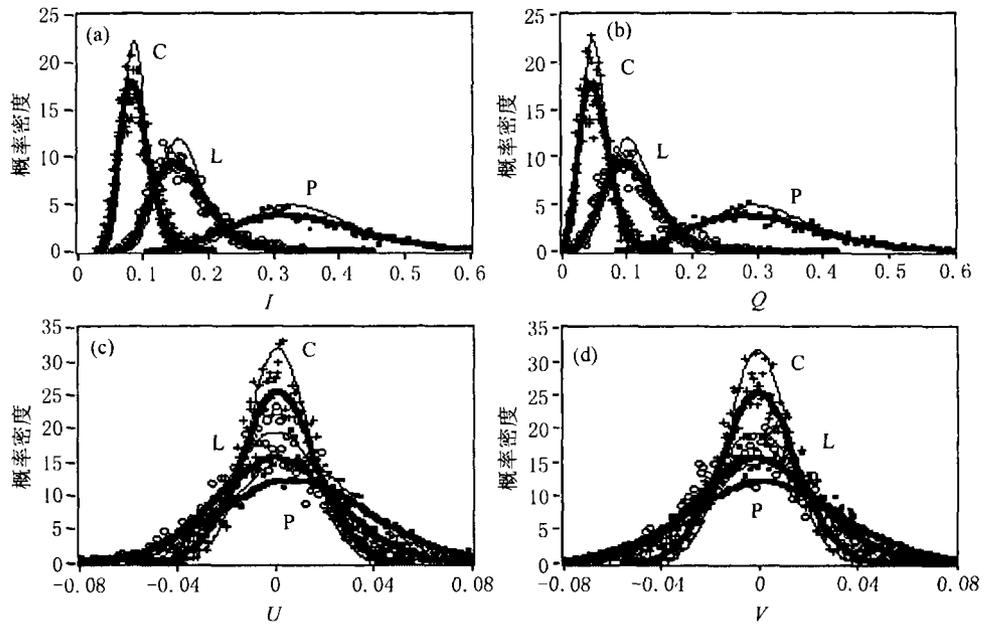


图5 区域B在P, L, C波段的实验和理论PDF

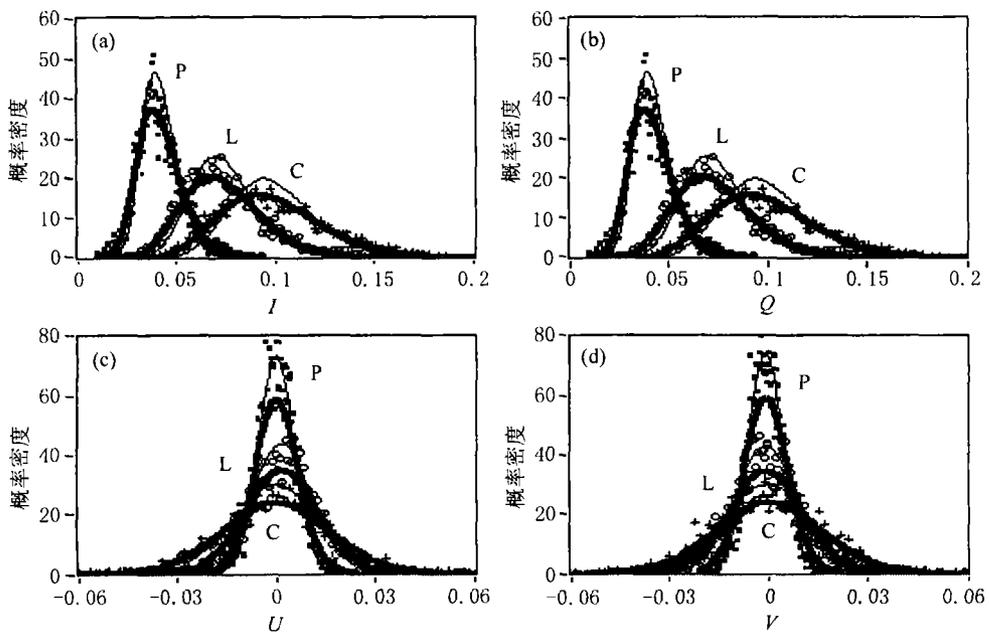


图6 区域C在C波段的实验和理论PDF

## 附 录

$$\int_{-1}^1 (1-x^2)^{v/2} \exp(-\alpha x) I_v(\beta\sqrt{1-x^2}) dx = \sqrt{2\pi} \beta^v (\alpha^2 + \beta^2)^{-(2v+1)/4} I_{v+(1/2)}(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) \quad (\text{A1})$$

文献 [12](721 页, 方程 6.645-2) :

$$\int_1^\infty (x^2 - 1)^{v/2} \exp(-\alpha x) J_v(\beta\sqrt{x^2 - 1}) dx = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \beta^v (\alpha^2 + \beta^2)^{-(2v+1)/4} K_{v+(1/2)}(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) \quad (\text{A2})$$

文献 [12] (318 页, 方程 3.382-2) :

$$\int_u^\infty (x-u)^v e^{-\mu x} dx = \mu^{-v-1} e^{-u\mu} \Gamma(v+1) \quad (\text{A3})$$

文献 [12] (340 页, 方程 3.471-9) :

$$\int_0^\infty x^{v-1} e^{-(\beta/x) - \gamma x} dx = 2 \left(\frac{\beta}{\gamma}\right)^{v/2} K_v(2\sqrt{\beta\gamma}) \quad (\text{A4})$$

文献 [12] (705 页, 方程 6.596-3) :

$$\int_0^\infty K_v(\alpha\sqrt{x^2 + z^2}) \frac{x^{2\mu+1}}{\sqrt{(x^2 + z^2)^v}} dx = \frac{2^\mu \Gamma(\mu+1)}{\alpha^{\mu+1} z^{v-\mu-1}} K_{v-\mu-1}(\alpha z) \quad (\text{A5})$$

## 参 考 文 献

- [1] H. A. Zebker, J. J. Van Zyl, Image radar polarimetry: a review, Proc. IEEE, 1991, 79(11), 1583-1605.
- [2] D. R. Sheen, L. P. Jonhston, Statistical and spatial properties of forest clutter measured with polarimetric synthetic aperture radar (SAR), IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1992, GRS-30(3), 578-588.
- [3] J. S. Lee, M. R. Grunes, G. De Grandi, Polarimetric SAR speckle filtering and its implication for classification, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1999, GRS-37(5), 2363-2373.
- [4] J. S. Lee, M. R. Grunes, T. L. Ainsworth, *et al.*, Unsupervised classification using polarimetric decomposition and the complex Wishart classifier, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1999, GRS-37(5), 2249-2257.
- [5] J. S. Lee, K. W. Hoppel, S. A. Mango, *et al.*, Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1994, GRS-32(5), 1017-1027.
- [6] A. C. Frery, H. J. Müller, A model for extremely heterogeneous cluster, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1997, GRS-35(3), 648-659.
- [7] S. Chandrasekhar, Radiative Transfer, New York, Dover Pub., 1960, 1-50.
- [8] Y. Q. Jin, Electromagnetic Scattering Modelling for Quantitative Remote Sensing, Singapore, World Scientific, 1993, 1-11.
- [9] R. Barakat, Statistics of the Stokes parameters, J. Opt. Soc. Am. A., 1987, 4(7), 1256-1263.

- [10] R. Touzi, A. Lopes, Statistics of the Stokes parameters and of the complex coherence parameters in one-look and multilook speckle fields, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1996, GRS-34(2), 519–531.
- [11] P. C. Dubois, L. Norikane, Data volume reduction for image radar polarimetry, IGASS'87 Proc., (International Geoscience and Remote Sensing Symposium), Ann Arborn, MI USA, 1987, 691–696.
- [12] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, Table of Integrals, Series, and Products, New York, Academic Press, 1980, 721, 318, 340, 705.
- [13] F. T. Ulaby, M. C. Dobson, Handbook of Radar Scattering Statistics for Terrain, Norwood, MA, Artech House, 1989.
- [14] A. Freeman, S. L. Durden, A three-component scattering model for polarimetric SAR data, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1996, GRS-36(3), 963–973.

## STATISTICS OF FOUR STOKES PARAMETERS IN MULTILOOK POLARIMETRIC SAR IMAGERY

Jin Yaqiu     Zhang Nanxiong

*(Center for Wave Scattering and Remote Sensing, Fudan Univ., Shanghai 200433, China)*

**Abstract** Using the Wishart joint distribution of the scattering amplitude functions, the probability density functions (PDF's) of four Stokes parameters for multilook polarimetric SAR data are derived. The PDF's are formulated analytically with dependence upon the look number and mean values of the Stokes parameters, and are compared with the results by R. Touzi and A. Lopes (1996). The statistic histograms of four Stokes parameters are validated by the AirSAR imagery at multi-P, L, C bands observed over some typical sites such as water, sparse trees and forest. An effective look-number might be especially assigned to have excellent matching with the AirSAR data. Potential application of the statistics of four Stokes parameters to classification of the terrain types is studied.

**Key words** SAR, Multilook polarimetric imagery, Stokes parameters, Probability density functions(PDF)

金亚秋: 男, 1947 年生, 美国麻省理工学院博士, 教授、博士生导师, 主要从事电磁波散射理论、空间遥感信息理论与计算电磁学.

张南雄: 男, 1974 年生, 硕士, 现为上海的中国 NIT 公司工程师, 主要研究方向为复杂系统电磁信号分析.