

重建有耗单层媒质和背景媒质的 回归圆方法

崔铁军 梁昌洪

(西安电子科技大学, 西安 710071)

摘要 本文提出重建有耗单层媒质的回归圆方法。在高频部分, 以波数 k 为因变量的反射系数轨迹形成一个圆, 根据圆心和半径, 不需使用任何数值方法即可重建出媒质特性。此方法既适用于已知复反射系数谱, 又适用于只知道反射系数振幅情况, 从而使本方法更实用。

关键词 有耗媒质, 回归圆, 重建, 振幅重建

1. 有耗单层媒质反射系数的高频几何特性

在应用科学中, 有耗媒质的重建对探矿、测水等具有重要的实际意义。但是由于其复杂性, 不能再沿用无耗媒质逆散射的传统方法^[1,2]。对有耗媒质的简单模型, 本文提出一种实用的几何方法。

如图1, 设有耗单层媒质的介电常数、电导率、层厚度分别为 $\epsilon_0\epsilon_1, \sigma_1, d$; 背景媒质的对应参数是 $\epsilon_0\epsilon_2, \sigma_2$ 。当平面波 (TE 极化或 TM 极化) 以角度 θ 斜入射时, 根据电磁波理论, 容易获得反射系数为

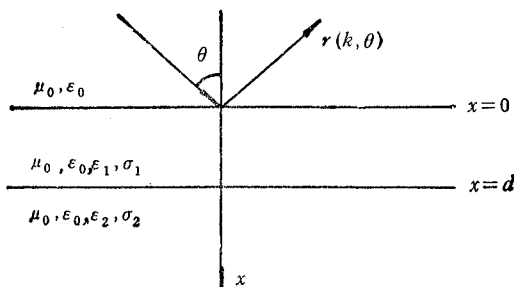


图1 电磁波斜入射有耗单层媒质

$$r(k, \theta) = \frac{\tilde{R}_{01} + \tilde{R}_{12} \exp(-j2kd \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta})}{1 + \tilde{R}_{01} \tilde{R}_{12} \exp(-j2kd \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta})} \quad (1)$$

式中, 当 TE 波入射时, $\tilde{R}_{01} = \tilde{R}_{01}^{\text{TE}}, \tilde{R}_{12} = \tilde{R}_{12}^{\text{TE}}$; 当 TM 波入射时, $\tilde{R}_{01} = \tilde{R}_{01}^{\text{TM}}, \tilde{R}_{12} = \tilde{R}_{12}^{\text{TM}}$ 。而

$$\tilde{R}_{01}^{\text{TE}} = (\cos \theta - \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta}) / (\cos \theta + \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta}) \quad (2)$$

$$\tilde{R}_{12}^{\text{TE}} = (\sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta} - \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 \theta}) / (\sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta} + \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 \theta}) \quad (3)$$

$$\tilde{R}_{01}^{\text{TM}} = (\epsilon_1 \cos \theta - \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta}) / (\epsilon_1 \cos \theta + \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta}) \quad (4)$$

$$\tilde{R}_{12}^{\text{TM}} = (\epsilon_2 \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta} - \epsilon_1 \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 \theta}) / (\epsilon_2 \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta} + \epsilon_1 \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 \theta}) \quad (5)$$

1991.10.04 收到, 1992.04.20 定稿。

崔铁军 男, 1965 年生, 博士研究生, 近年来研究方向为电磁格点理论、微波网络、数据处理、电磁散射和逆散射等领域。

梁昌洪 男, 1943 年生, 教授、博士生导师, 中国电子学会会员, IEEE 高级会员, 研究方向为计算场论、计算微波、微波网络理论、近代数据处理、电磁散射和逆散射、电磁孤立子、电磁导弹等领域。

其中 k 是电磁波的波数, $\varepsilon_m (m=1,2)$ 是媒质的等效复介电常数, 具体为

$$\tilde{\varepsilon}_m = \varepsilon_m - j\sigma_m/(\omega\varepsilon_0) = \varepsilon_m[1 - j120\pi\sigma_m/(k\varepsilon_m)] \quad (6)$$

如果令 $k\sqrt{\tilde{\varepsilon}_m - \sin^2\theta} = \beta_m - j\alpha_m = k\sqrt{\varepsilon_m - \sin^2\theta}(u_m - jv_m)$, 则有

$$u_m = [(\sqrt{1 + \tau_m^2} + 1)/2]^{1/2}, \quad v_m = [(\sqrt{1 + \tau_m^2} - 1)/2]^{1/2} \quad (7)$$

其中

$$\tau_m = 120\pi\sigma_m/[k(\varepsilon_m - \sin^2\theta)] \quad (8)$$

当 $\tau_m \ll 1$, 即

$$k \gg 120\pi\sigma_m/(\varepsilon_m - \sin^2\theta) \quad (9)$$

也即高频时, 由(6),(7)式, 有 $\tilde{\varepsilon}_m \approx \varepsilon_m$, $u_m \approx 1 + \tau_m^2/8$, $v_m \approx \tau_m/2$. 进而,

$$\tilde{R}_{01}^T \approx R_{01}^{TF}, \quad \tilde{R}_{12}^{TF} \approx R_{12}^{TF}, \quad \tilde{R}_{01}^{TM} \approx R_{01}^{TM}, \quad \tilde{R}_{12}^{TM} \approx R_{12}^{TM} \quad (10)$$

$$\alpha_1 \approx 60\pi\sigma_1/\sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta} \quad (11)$$

$$\beta_1 \approx k\sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta} \quad (12)$$

其中 $R_{01}^{TF}, R_{12}^{TF}, R_{01}^{TM}, R_{12}^{TM}$ 的表达式与(2),(3),(4),(5)式相似, 只是将其中的 $\varepsilon_m (m=1,2)$ 换成 ε_m 即可.

把(10)、(11)、(12)式代入(1)式, 即得高频下的反射系数:

$$r(k, \theta) = \frac{R_{01} + R_{12}\exp(-2\alpha_1 d)\exp(-j2\beta_1 d)}{1 + R_{01}R_{12}\exp(-2\alpha_1 d)\exp(-j2\beta_1 d)} \quad (13)$$

(1) 高频 $|r(k, \theta)|$ 的极值点分布 对(13)式取其振幅值, 并令 $\varphi = 2\beta_1 d$. 对 φ 求导, 即得 $|r(k, \theta)|$ 两个相邻的极小点(或极大点) k_n, k_{n+1} 满足

$$2dk_{n+1}\sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta} - 2dk_n\sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta} = 2\pi$$

即

$$d = \pi/[\sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta}(k_{n+1} - k_n)] \quad (14)$$

(2) 高频反射系数圆 由(13)式可见, 它为一双线性变换. 在复平面上, 其轨迹是一个圆心在实轴上 $(-a, 0)$ 而半径为 b 的圆. 圆心和半径分别为

$$a = R_{01}[R_{12}^2\exp(-4\alpha_1 d) - 1]/[1 - R_{01}^2R_{12}^2\exp(-4\alpha_1 d)] \quad (15)$$

$$b = |R_{12}[(1 - R_{01}^2)\exp(-2\alpha_1 d)/[1 - R_{01}^2R_{12}^2\exp(-4\alpha_1 d)]| \quad (16)$$

2. 用复反射系数重建媒质参数

假设测量得到的是高频复反射系数谱 $r(k_i, \theta)$, $(i=1, 2, \dots, N)$, 用 x_i, y_i 分别表示它的实部和虚部. 则由目标函数

$$\mathcal{E}_1 = \sum_{i=1}^N [(x_i + a)^2 + y_i^2 - b^2]^2 = \min,$$

易得:

$$a = \frac{1}{2} \left[N \sum_{i=1}^N x_i(x_i^2 + y_i^2) - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right) \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2) \right] / \left[\left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 - N \sum_{i=1}^N x_i^2 \right] \quad (17)$$

$$b = \left\{ \sum_{i=1}^N [(x_i + a)^2 + y_i^2] / N \right\}^{1/2} \quad (18)$$

再根据(15),(16)式, 有

$$R_{01} = [b^2 - a^2 - 1 + \sqrt{(b^2 - a^2 - 1)^2 - 4a^2}] / (2a) \quad (19)$$

$$R_{12} \exp(-2\alpha_1 d) = \pm 2b / [1 + b^2 - a^2 + \sqrt{(b^2 - a^2 - 1)^2 - 4a^2}] \quad (20)$$

考虑到(2)式和(14)式,即可由 TE 波的复反射系数重建出 ε_1, d , 具体为

$$\varepsilon_1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta [(1 - R_{01}^{\text{TE}}) / (1 + R_{01}^{\text{TE}})]^2 \quad (21)$$

$$d = \pi / [|(1 - R_{01}^{\text{TE}}) / (1 + R_{01}^{\text{TE}})|(k_{n+1} - k_n) \cos \theta] \quad (22)$$

由于 $R_{12} \exp(-2\alpha_1 d)$ 中包含两个未知数: ε_2 和 σ_1 , 故需要同时使用 TE 波和 TM 波照射. 设在 TE 波和 TM 波照射下由(20)式求得的 $R_{12} \exp(-\alpha_1 d)$ 分别为 γ^{TE} 和 γ^{TM} , 则由(3),(5)两式容易解出

$$\varepsilon_2 = \sin^2 \theta + (\gamma - 1)^2 \sin^4 \theta / [(\gamma + 1)^2 (\varepsilon_1 - \sin^2 \theta)] \quad (23)$$

式中, $\gamma = \gamma^{\text{TE}} / \gamma^{\text{TM}}$. 进而由(11)式,

$$\sigma_1 = \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \theta} \ln(R_{12}^{\text{TE}} / \gamma^{\text{TE}}) / (120 \pi d) \quad (24)$$

至此,由高频反射系数的几何特性我们反演出了参数 $\varepsilon_1, \sigma_1, d, \varepsilon_2$. 为重建 σ_2 , 考虑低频信息. 对低频反射系数 $r(k_i, \theta)$, ($i = 1, 2, \dots, M$), 容易用已重建出的参数表示出 $\varepsilon_2(k_i)$. 令 $W_i = |\varepsilon_2(k_i)|^2$, 即得重建 σ_2 的统计解:

$$\sigma_2 = \left\{ \sum_{i=1}^M [W_i^2 - (\varepsilon_2 - \sin^2 \theta)^2] / k_i^2 \right\}^{1/2} / \left[120 \pi \left(\sum_{i=1}^M 1/k_i^4 \right)^{1/2} \right] \quad (25)$$

3. 只用反射系数的振幅信息重建媒质参数

在高频区域, 如果仅测量到反射系数的振幅 $|r(k_i, \theta)|$, 则可得其最大值 $|r|_{\max}$ 和最小值 $|r|_{\min}$, 在复 r 平面内, 它们代表两个同心圆, 如图 2 所示.

前面已经证明了, 在高频区域, $r(k, \theta)$ 的轨迹是个圆. 考虑到 $\theta \leq 45^\circ$ 时 $R_{01}^{\text{TE}} < 0$, $R_{01}^{\text{TM}} > 0$, 故 TE 反射系数圆的圆心在负实轴, TM 反射系数圆的圆心在正实轴. 因此, 由 $|r|_{\max}$, $|r|_{\min}$ 确定的反射系数圆各有两个, 分别如图 2(a) 和 2(b) 所示.

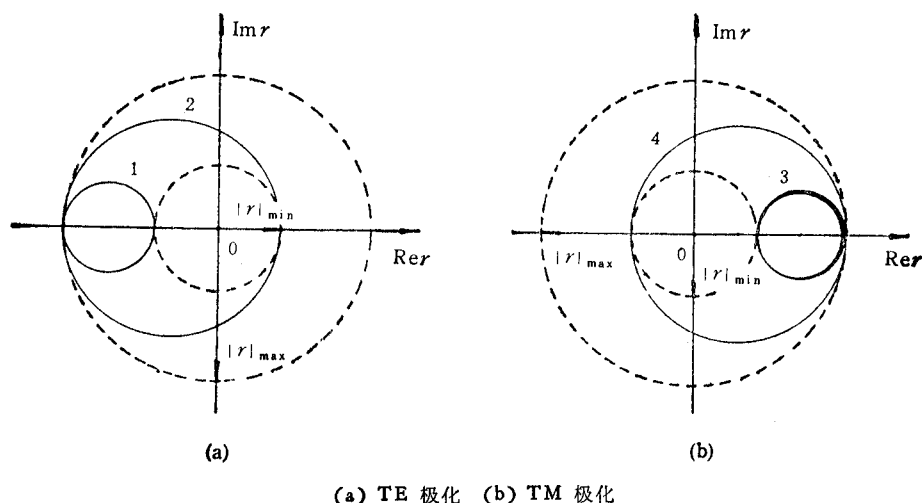


图 2 只利用振幅信息确定的两个反射系数圆

弄清这两组圆的物理意义, 对实际应用很有帮助. 通过考察 $|r(k, \theta)|$ 的最小点, 我们

发现,在 TE 情况下,圆 1 表示 $|R_{12}^{TE} \exp(-2\alpha_1 d)| \leq |R_{01}^{TE}|$, 圆 2 表示 $|R_{12}^{TE} \exp(-2\alpha_1 d)| > |R_{01}^{TE}|$;在 TM 情况下,圆 3 表示 $|R_{12}^{TM} \exp(-2\alpha_1 d)| \leq |R_{01}^{TM}|$, 圆 4 表示 $|R_{12}^{TM} \exp(-2\alpha_1 d)| > |R_{01}^{TM}|$. 由于在有耗情况下, $\exp(-2\alpha_1 d)$ 通常很小,因此,应用时一般选择圆 1 和圆 3. 此时,

$$a^{TE} = (|r|_{\max}^{TE} + |r|_{\min}^{TE})/2, \quad b^{TE} = (|r|_{\max}^{TE} - |r|_{\min}^{TE})/2 \tag{26}$$

$$a^{TM} = -(|r|_{\max}^{TM} + |r|_{\min}^{TM})/2, \quad b^{TM} = (|r|_{\max}^{TM} - |r|_{\min}^{TM})/2 \tag{27}$$

由 $|r|_{\max}, |r|_{\min}$ 求出圆心和半径后,即可按照前面同样的步骤反演出 $\epsilon_1, \sigma_1, d, \epsilon_2, \sigma_2$.

4. 重建实例

考虑某单层有耗媒质,其反射系数数据由(1)式模拟得到,如图 3 所示.

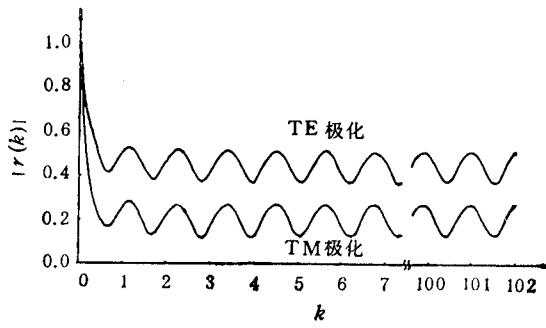


图 3 某未知媒质层的高低频反射系数 ($\theta = 45^\circ$)

根据反射系数数据,求得的几何参数和重建结果分别示于表 1 和表 2.

表 1 媒质层高频反射系数的几何参数

	k_n	k_{n+1}	$ r _{\max}$	$ r _{\min}$	a		b	
					复反射系数	振幅	复反射系数	振幅
TE	100.20	101.32	0.3784	0.5189	0.4486	0.4486	0.0702	0.0703
TM	100.20	101.32	0.1315	0.2730	-0.2027	-0.2028	0.0702	0.0703

表 2 媒质层的重建结果

媒质参数	ϵ_1	σ_1	ϵ_2	σ_2	d
复反射系数重建结果	3.9993	0.00301	9.0097	0.00400	1.4995
反射系数振幅重建结果	4.0001	0.00300	8.9976	0.00400	1.4993
精确值	4	0.003	9	0.004	1.5

5. 结论

本文提出的重建单层有耗媒质的方法,不同于其它常用技术,只须研究媒质反射系数在复平面上的几何结构即能反演出全部媒质参数. 重建结果与精确值吻合很好.

参 考 文 献

{1} Toru Uno, Saburo Adachi, *IEEE Trans. on AP*, **AP-35**(1987)12, 1456—1466.
{2} 李世智,张宇志,电子学报,18(1990)1,93—98.

REGRESSION-CIRCLE METHOD FOR RECONSTRUCTING ONE-LAYER LOSSY MEDIUM AND THE BACKGROUND MEDIUM

Cui Tiejun Liang Changhong

(Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract A new method for reconstructing lossy medium by regression circle technique is presented. In high frequency region, the locus of the reflection coefficient as a function of the wave number in the complex plane yields a circle, from which some properties of the medium can be reconstructed without recourse to any numerical techniques. The method not only can be applied to the complex reflection spectrum but also can be adapted to treat the amplitude spectrum alone, therefore it makes the method more practical.

Key words Lossy medium; Regression circle; Reconstruction; Amplitude reconstruction