

# Rayleigh 信道下的支持向量机多用户检测方法<sup>1</sup>

杨 恒 张贤达

(清华大学自动化系智能技术及系统国家重点实验室 北京 100084)

**摘 要** 在 BPSK 调制的 DS-CDMA 中, 基于支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) 的多用户检测方法采用支持向量机的分类方法将接受向量分成 +1 和 -1 两类, 达到检测的目的。与 MMSE 方法不同的是, 支持向量机分类器的目的是找出一个能将训练向量中信号为 +1 和信号为 -1 的两类数据分离的最佳分离超平面。从数值仿真结果可以看出, 在 Rayleigh 信道, 这种支持向量机的多用户检测方法与 MMSE 多用户检测器相比, 输出能达到较低的误码率。

**关键词** Rayleigh 信道, 支持向量机, 两分问题, 多用户检测

**中图分类号** TN914.5, TN911.23

## 1 引言

抑制多址干扰 (MAI) 是码分多址系统 (CDMA) 中的一个核心问题。多用户检测可以有效地来抑制 DS-CDMA 系统中的多用户干扰和远近效应, 有效地增大 DS-CDMA 系统的容量。由于第三代 CDMA 标准中有训练序列, 因此应该找到一种实用的有训练序列的多用户检测方法。

在 DS-CDMA 中, 需要检测的用户发送信号为 +1 或者 -1, 因此可以将接收向量分成两类: 当特定用户的信号是 (+1), 则接受的向量属于 (+1) 类; 当特定用户的信号是 (-1), 则接受的向量属于 (-1) 类。从这个意义上讲, 多用户检测可以看成是一个两分的分类问题<sup>[1]</sup>, 传统的最小均方误差 (MMSE) 多用户检测方法就是使这两类均方误差最小的分类方法。通过新的分类方法可以得到新的多用户检测器。支持向量机 (SVM) 是一种解决分类问题的十分有效的方法<sup>[2]</sup>, 基于支持向量机的多用户检测方法采用支持向量机算法, 通过训练数据得到最佳分类平面, 从而检测出用户信号。

## 2 系统模型

对于一个  $K$ -用户非同步基带信道 DS-CDMA 系统, 接收器接收到的信号是  $K$  个非同步用户发送的信号加上高斯白噪声, 可以写成<sup>[3,4]</sup>:

$$r(t) = \sum_{i=-M}^M \sum_{k=1}^K A_k(t) y_k^i s_k(t - iT - \tau_k) + \sigma n(t) \quad (1)$$

其中  $n(t)$  是单位功率谱密度的高斯白噪声,  $T$  是信号长度,  $y_k^i \in \{+1, -1\}$ ,  $s_k(t)$ ,  $A_k(t)$  和  $\tau_k < T$  分别是第  $k$  个用户的第  $i$  个信号、扩频波形、信道增益和相对时延。需要检测的是用户 1, 不失一般性假设接收器与用户 1 同步, 即  $\tau_1 = 0$ , 这样第  $i$  个时刻的接收信号通过码片匹配滤波器得到的是一个长度为扩频增益  $N$  的向量  $\mathbf{x}_i$ 。  $\mathbf{x}_i$  可以写成每个用户的接收向量之和

$$\mathbf{x}_i = \sum_{k=1}^K \mathbf{r}_k^i \quad (2)$$

设码片长度为  $T_c = T/N$ ,  $\tau_k = (n_k + i_k)T_c$ , 其中  $n_k$  为整数,  $0 \leq i_k < 1$ 。则有

$$\mathbf{r}_k^i = i_k \mathbf{r}_k^{i-1} + (1 - i_k) \mathbf{r}_k^{i,0} \quad (3)$$

<sup>1</sup> 2000-10-16 收到, 2001-05-10 定稿  
国家自然科学基金资助项目 (69772023)

其中

$$\mathbf{r}_k^{i,-1} = [A_k^{i-1} b_k^{i-1} [s_{k,N-n_k}, \dots, s_{k,N}], A_k^i b_k^i [s_{k,1}, \dots, s_{k,N-n_k-1}]] \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_k^{i,0} = [A_k^{i-1} b_k^{i-1} [s_{k,N-n_k+1}, \dots, s_{k,N}], A_k^i b_k^i [s_{k,1}, \dots, s_{k,N-n_k}]] \quad (5)$$

假设每个用户的信道是 Rayleigh 信道<sup>[5]</sup>, 并且相互独立, 由于 Doppler 效应, 因此每一个用户的接收能量  $A_k$  的功率谱为<sup>[6]</sup>

$$S(f) = \frac{1.5}{\pi f_m \sqrt{1 - [(f - f_c)/f_m]^2}} \quad (6)$$

其中  $f_c$  为载频,  $f_m$  为最大 Doppler 频移。

### 3 基于 SVM 的多用户检测器

通过线性多用户检测器  $\mathbf{w}_1$  得到的用户 1 的信号为  $\hat{b}_1 = \text{sgn}(\mathbf{w}_1^T \cdot \mathbf{x})$ , 由于  $\hat{b}_1$  取值为  $-1$  或者  $+1$ , 因此多用户检测可以看成是一个将输入向量  $\mathbf{x}$  进行线性分类的问题。可以使用 SVM 的分类方法得到多用户检测器  $\mathbf{w}_1$ 。

SVM 方法实际上是一种有监督的神经网络分类方法, 设训练向量为

$$(y_1, \mathbf{x}_1), \dots, (y_l, \mathbf{x}_l), \quad \mathbf{x}_i \in R^N, \quad y_i \in \{+1, -1\}, \quad i \in \{1, \dots, l\} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{x}_i$  为训练向量,  $y_i$  代表类别。SVM 的目的就是找出一个能将这两类数据分离的最佳分离超平面。当这两类训练数据是线性可分的时, SVM 问题可以写成<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} & \min \|\mathbf{w}\|^2/2 \\ \text{s.t. } & y_i(\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}_i + b) \geq 1, \quad i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $(\mathbf{w}, b)$  是 SVM 分类器的参数, 最优分类平面为  $(\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}) + b = 0$ 。当这两类训练数据不是线性可分的时, 需要在 SVM 目标中增加惩罚因子, 这时 SVM 问题变成:

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^l \xi_i \\ \text{s.t. } & y_i(\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}_i + b) \geq 1 - \xi_i, \quad \xi_i > 0, \quad i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (9)$$

文献 [7] 中指出, 可以将 SVM 问题 (9) 式中惩罚因子采用平方的形式, 这时 SVM 问题就变成

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{C}{2} \sum_{i=1}^l \xi_i^2 \\ \text{s.t. } & y_i(\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}_i + b) \geq 1 - \xi_i, \quad i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (10)$$

采用这种形式的好处就是, 如果定义

$$\tilde{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \sqrt{C}\xi \end{bmatrix}; \quad \tilde{b} = b; \quad \tilde{\mathbf{x}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ (y_i/\sqrt{C})\mathbf{e}_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

则线性不可分的 SVM 问题 (10) 式就变成一个线性可分的 SVM 问题 (8) 式。

容易知道在多用户检测问题中, 训练向量  $\mathbf{x}$  在  $R^N$  中分布是相对于原点对称的, 所以分类平面应该是过原点的, 即参数  $b$  应该为 0, 因此只需要求出  $\mathbf{w}$  就得到了 SVM 多用户检测器。

可以通过对偶方法来求解 SVM 问题 (8) 式, (8) 式的对偶问题为一个常见的二次规划问题:

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} \quad & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j - \sum_{i=1}^l \alpha_i \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq \alpha_i, \quad i = 1, \dots, l, \quad \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

通过解这个二次规划问题, 就可以得到 SVM 多用户检测器  $\mathbf{w}$ :

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i \mathbf{x}_i \quad (13)$$

最小均方多用户检测器  $\mathbf{m}_{\text{mmse}}$  使均方误差  $E[(y_i - \mathbf{m}_{\text{mmse}}^T \mathbf{x}_i)^2]$  达到最小。在训练向量 (7) 式下, 寻找的最小均方分离平面使得  $\sum_{i=1}^l (y_i - \mathbf{m}_{\text{mmse}}^T \mathbf{x}_i)^2$  达到最小, 令  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_l]^T$ ,  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_l]^T$ , 容易看出,  $\mathbf{m}_{\text{mmse}}$  就是方程

$$\mathbf{X} \mathbf{m} = \mathbf{y} \quad (14)$$

的最小二乘解。如果用户的信道处于深度 Rayleigh 衰落状态, 用户的信道增益会发生较大改变, 此时最小均方检测器并不能使误码率达到最小。相比较而言, 基于支持向量机寻找的是能将两类分离的最优分离平面, 也就是错分情况最小的分离平面, 因此支持向量机检测方法误码率更低。

#### 4 数值仿真结果

数值仿真结果比较了基于 SVM 的多用户检测方法和 MMSE 多用户检测器的性能。系统是一个非同步 CDMA 基带模型, 扩频增益为  $N=31$ , 用户数为 5, 其中 4 个用户是 10dB 多址干扰。所有用户的扩频码使用 Gold 序列。多址干扰相对于特定用户的时延是码片间隔  $T_c$  的倍数, 为  $\tau_2, \dots, \tau_K$ 。为了便于计算, 假设  $\tau_j = 3.1(j-1)T_c$ ,  $2 \leq j \leq K$ 。每个用户的信道是

Doppler 频率为 50Hz 的 Rayleigh 衰落信道, 用户数据率为 8kbps。

图 1 显示了训练长度为 150 时, 基于支持向量机的多用户检测方法和最小均方误差多用户检测方法输出误码率 (BER) 和信噪比 (SNR) 之间的关系。其中 SNR 为第一个用户的能量与系统的加性白噪声能量的比值。从数值仿真可以看出, 支持向量机的多用户检测方法性能优于最小均方误差的多用户检测器。

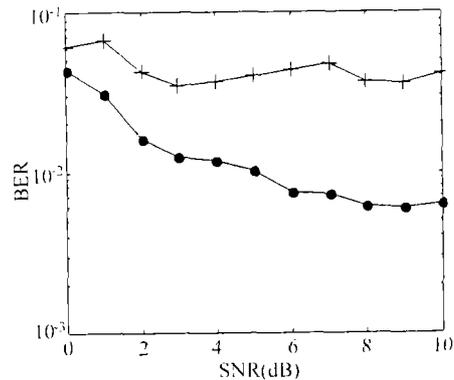


图 1 用户 1 的误码率 BER 和信噪比 SNR 之间的关系  
●—● SVM 检测器    +—+ MMSE 检测器

## 5 结 论

本文提出了一种采用支持向量机 (SVM) 的 DS-CDMA 多用户检测方法。在 DS-CDMA 中, 根据用户发送的信号不同而把接收向量分成为 +1 或者 -1 两类, 多用户检测器就是如何将接收向量进行分类的问题。传统的 MMSE 检测器通过最小化这两类的均方误差进行分类, 而基于支持向量机的检测器是通过找出能将这两类数据分离的最佳分离超平面来进行多用户检测。仿真表明, 在 Rayleigh 信道下, SVM 多用户检测器的性能优于 MMSE 多用户检测器。

## 参 考 文 献

- [1] B. Aazhang, B. Paris, G. Orsak, Neural networks for multiuser detection in CDMA communication. *IEEE Trans. on Communications*, 1992, 40(7), 1212-1222.
- [2] C. Burges, A tutorial on support vector machines for pattern recognition. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 1998, 2(2), 121-167.
- [3] U. Madhow, M. Honing, MMSE interference suppression for direct-sequence spread-spectrum CDMA, *IEEE Trans. on Communications*, 1994, 42(12), 3178-3188.
- [4] U. Madhow, MMSE interference suppression for timing acquisition and demodulation in direct-sequence CDMA systems, *IEEE Trans. on Communications*, 1998, 46(8), 1065-1075.
- [5] G. Proakis, *Digital Communication*, Third Edition, USA: McGraw-Hill, 1995, 758-833.
- [6] S. Rappaport, *Wireless Communications Principles and Practice*, USA, Prentice-Hall, 1996, 177-181.
- [7] S. Keertli, S. Shevade, C. Bhattacharyya, K. Murthy, A fast iterative nearest point algorithm for support vector machine classifier design, *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2000, 11(1), 124-136.

## A SUPPORT VECTOR MACHINE BASED DETECTION METHOD ON RAYLEIGH CHANNEL

Yang Heng      Zhang Xianda

(*State Key Lab of Intelligent Tech. and Syst., Dept. of Automation,  
Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

**Abstract** In DS-CDMA system with BPSK modulation, Support Vector Machine (SVM) based multiuser detection uses SVM classification method to classify received vectors into two classes. One is the received vectors of desired user's symbol +1 and the other is the vectors of desired user's symbol -1. So desired user's symbol can be detected by this method. Different with MMSE method, SVM classifier finds the optimal separating hyperplane that separates the class of +1 and class of -1. Simulation results show that the performance of the SVM detector is better than that of MMSE detector in Rayleigh channels.

**Key words** Rayleigh channel, Support vector machine, Two-class classification, Multiuser detection

杨 恒: 男, 1975 年生, 博士生, 研究方向为 CDMA 中的多用户检测和多载波 CDMA 系统。

张贤达: 男, 1946 年生, 教授, 博士生导师, 长江学者计划特聘教授, 研究方向为现代信号处理与智能信号处理。