

## 测量噪声相关线性系统异类传感器航迹融合

张安民 韩崇昭

(西安交通大学综合自动化所 西安 710049)

**摘要:** 研究了异类传感器航迹融合问题。在测量噪声相关的条件下, 利用线性无偏最小方差估计的基本理论, 通过对异类传感器的状态估计采用顺序滤波的方法, 得到了相关测量噪声线性系统异类传感器测量融合算法和状态矢量融合算法。计算机数字仿真结果表明, 由于考虑了测量噪声之间的相关性, 该算法比噪声不相关融合算法具有更好的跟踪性能, 航迹跟踪的精度得到了改善。

**关键词:** 测量噪声相关, 异类传感器, 线性无偏最小方差估计, 状态矢量融合, 测量融合

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)03-0471-03

## Tracking Fusion with Dissimilar Sensors for Linear Systems with Correlated Measurement Noises

Zhang An-min Han Chong-zhao

(School of Electron. and Info. Eng., Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract** Tracking fusion with dissimilar sensors, which is a challenge work in multisensor fusion, is studied. Under the condition of general correlated measurement noises, the centralized and distributed tracking fusion question is investigated based on linear unbiased minimum variance estimation theory. The basic algorithms of measurement fusion and state vector fusion are presented in linear system with dissimilar sensors by the way of sequential filtering. These algorithms involve with not only the correlated measurement noises but also the configuration difference in local sensors, so information about multi-sensors fusion is increased. Through a simulation example it is indicated that the results of proposed algorithm is better than that classic ones where the measurement noises and processing noises are assumed to be uncorrelated.

**Key words** Correlated measurement noises, Dissimilar sensors, Linear unbiased minimum variance estimation, State-vector fusion, Measurement fusion

### 1 引言

多传感器融合理论是目标运动分析广为采用的一种方法。目前, 在对多传感器融合的研究中, 大多数文献研究的多传感器系统都是同类传感器构成的, 而在工程实际中, 出现的更多的系统是由异类传感器(如雷达、声呐、红外等)构成的。Alouani<sup>[1]</sup>利用反馈的方法研究了噪声不相关的异类传感器融合问题, Saha<sup>[2]</sup>通过引入局部估计之间的互相关, 研究了噪声不相关的异类传感器分布式融合算法, 左东广等<sup>[3]</sup>在对线性连续时间系统进行离散化的过程中, 发现原本独立的过程噪声和测量噪声由于公共噪声的影响而使离散化后它们之间存在一定的相关性, 并且研究了两个传感器的同步融合问题。本文在文献[3]的基础上, 研究了测量噪声相关的线性系统异类多传感器航迹融合问题。利用线性无偏最小方差估计的基本理论, 对传感器的测量采用顺序滤波的方

法得到了相关噪声的测量融合算法和状态矢量融合方法, 计算机仿真实验结果表明该算法可以明显地提高航迹的跟踪精度。

### 2 问题的描述

假设有  $M$  个异类传感器(具有不同的测量矩阵  $H_k^{(i)}$  和测量噪声  $v_k^{(i)}$ ) 对同一目标进行观测, 对于传感器  $i$ , 有

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + \Gamma_k \omega_k \quad (1)$$

$$z_k^{(i)} = H_k^{(i)} X_k + v_k^{(i)} \quad (2)$$

式中  $X_k \in R^n$ ;  $z_k^{(i)} \in R^{m_i}$ ;  $\Phi_k$ ,  $\Gamma_k$ ,  $H_k^{(i)}$  分别为适当维数的状态转移矩阵、系统干扰矩阵和测量矩阵;  $\omega_k \in R^n$  是均值为零、方差为  $Q_k$  的高斯白噪声; 噪声的相关产生的机理文献[3]已经论述的相当清楚, 本文就不再重复, 因此, 假设  $v_k^i = (v_k^{(1)}, \dots, v_k^{(i)})^T$  是具有零均值的相关序列, 其协方差阵  $R_k^i = \text{cov}(v_k^i, v_k^i)$  已知为

$$R_k^i = \text{cov} \begin{Bmatrix} v_k^{(1)} \\ v_k^{(2)} \\ \vdots \\ v_k^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_k^{(11)} & R_k^{(12)} & \dots & R_k^{(1i)} \\ R_k^{(21)} & R_k^{(22)} & \dots & R_k^{(2i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_k^{(i1)} & R_k^{(i2)} & \dots & R_k^{(ii)} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} R_k^{i-1} & R_k^{i-1,i} \\ (R_k^{i-1,i})^T & R_k^{(ii)} \end{bmatrix}$$

系统初态  $X_0$  是具有均值  $\bar{X}_0$  和方差阵  $P_0$  的高斯随机向量, 记为  $X_0 \sim N(\bar{X}_0, P_0)$ ;  $\omega_k^{(i)}$ ,  $v_k^{(i)}$  和  $X_0$  三者互不相关。

定义传感器系统在  $k$  时刻得到的测量为  $z_k^M = \{z_k^{(1)}, z_k^{(2)}, \dots, z_k^{(M)}\}$ , 整个传感器系统从初始时刻到  $k$  时刻得到的测量为  $z^k = \{z_1^M, z_2^M, \dots, z_k^M\}$ , 因此, 问题研究的关键就是利用测量  $z^k$  来寻找全局状态  $X_k$  估计的统计特性。

### 3 异类传感器测量融合算法

首先, 假设过程噪声和测量噪声的线性无偏最小方差估计等于其先验均值, 即

$$E[\omega_k | z^k] = E[\omega_k] = 0, \quad E[v_k^{(i)} | z^{k-1}] = E[v_k^{(i)}] = 0$$

因此, 利用线性无偏最小方差原则, 则系统的一步预报为

$$\hat{X}_{k|k-1} = E[X_k | z^{k-1}] = \Phi_{k-1} E[X_{k-1} | z^{k-1}] \\ + \Gamma_{k-1} E[\omega_{k-1} | z^{k-1}] = \Phi_{k-1} \hat{X}_{k-1|k-1} \quad (3)$$

则一步预报误差方差为

$$P_{k|k-1} = \text{cov}\{\tilde{X}_{k|k-1}, \tilde{X}_{k|k-1}\} = \Phi_{k-1} P_{k-1|k-1} \Phi_{k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (4)$$

对状态更新的获取可以采用顺序滤波的方法来得到, 具体思想如下: 首先利用整个系统的预报值作为第一个传感器的预报值, 然后利用前一个传感器的状态更新作为下一个传感器的预报值来进行状态更新, 直到得到第  $M$  个传感器的状态更新作为全局状态的更新, 因此, 第一个传感器的状态更新为

$$\hat{X}_{k|k}^1 = E[X_k | z^{k-1}, z_k^{(1)}] = \hat{X}_{k|k-1} + K_k^{(1)} [z_k^{(1)} - H_k^{(1)} \hat{X}_{k|k-1}] \quad (5)$$

其中增益阵  $K_k^{(1)}$  为<sup>[4]</sup>

$$K_k^{(1)} = \text{cov}(\tilde{X}_{k|k-1}, \tilde{z}_k^{(1)}) (\text{cov}(\tilde{z}_k^{(1)}))^{-1} \\ = P_{k|k-1} (H_k^{(1)})^T (H_k^{(1)} P_{k|k-1} (H_k^{(1)})^T + R_{kk})^{-1}$$

滤波误差方差阵为

$$P_{k|k}^{(1)} = \text{cov}(\tilde{X}_{k|k}^{(1)}) = P_{k|k-1} - K_k^{(1)} (H_k^{(1)} P_{k|k-1} (H_k^{(1)})^T + R_{kk}) (K_k^{(1)})^T \quad (6)$$

当第  $i$  ( $i > 1$ ) 个传感器的测量得到后, 状态的更新为

$$\hat{X}_{k|k}^i = E[X_k | z^{k-1}, z_k^{i-1}, z_k^{(i)}] = \hat{X}_{k|k}^{i-1} + K_k^{(i)} (z_k^{(i)} - H_k^{(i)} \hat{X}_{k|k}^{i-1}) \quad (7)$$

其中,  $\hat{X}_{k|k}^{i-1}$  表示已有  $k-1$  个周期测量和  $k$  周期内  $i-1$  个测

量时  $X_k$  的估计值, 增益阵为  $K_k^{(i)} = \text{cov}(\tilde{X}_{k|k}^{i-1}, \tilde{z}_k^{(i)}) (\text{cov}(\tilde{z}_k^{(i)}))^{-1}$ , 由于

$$\tilde{X}_{k|k}^{i-1} = X_k - \hat{X}_{k|k}^{i-1} = X_k - \hat{X}_{k|k-1} - K_k^{i-1} (z_k^{i-1} - H_k^{i-1} \hat{X}_{k|k-1}) \\ = (I - K_k^{i-1} H_k^{i-1}) \tilde{X}_{k|k-1} - K_k^{i-1} v_k^{i-1}$$

其中,  $H_k^{i-1} = [H_k^{(1)}, \dots, H_k^{(i-1)}]^T$ ,  $K_k^{i-1} = [K_k^{(1)}, \dots, K_k^{(i-1)}]^T$

$$\tilde{z}_k^{(i)} = z_k^{(i)} - E[z_k^{(i)} | z^{k-1}, z_k^{i-1}] = z_k^{(i)} - H_k^{(i)} \hat{X}_{k|k}^{i-1} = H_k^{(i)} \tilde{X}_{k|k}^{i-1} + v_k^{(i)}.$$

定义  $\Omega_k^{(i)} = E[\tilde{X}_{k|k}^{i-1} (v_k^{(i)})^T] = -K_k^{i-1} E[v_k^{i-1} (v_k^{(i)})^T] = -K_k^{i-1} R_k^{i-1,i}$ , 其中整体增益阵为  $K_k^i = [(I - K_k^{(i)} H_k^{(i)}) K_k^{i-1} \quad K_k^{(i)}]$ , 所以增益阵  $K_k^{(i)}$  为

$$K_k^{(i)} = (P_{k|k}^{i-1} (H_k^{(i)})^T + \Omega_k^{(i)}) [H_k^{(i)} P_{k|k}^{i-1} (H_k^{(i)})^T \\ + H_k^{(i)} \Omega_k^{(i)} + (H_k^{(i)} \Omega_k^{(i)})^T + R_{kk}^{ii}]^{-1}$$

误差方差阵为

$$P_{k|k}^i = \text{cov}(\tilde{X}_{k|k}^i) = P_{k|k}^{i-1} - K_k^{(i)} (H_k^{(i)} P_{k|k}^{i-1} (H_k^{(i)})^T \\ + H_k^{(i)} \Omega_k^{(i)} + (H_k^{(i)} \Omega_k^{(i)})^T + R_{kk}^{ii}) (K_k^{(i)})^T \quad (8)$$

因此, 式(3)~式(8)构成了测量噪声相关线性系统异类传感器测量融合算法。

### 4 异类传感器状态矢量融合算法

状态矢量融合算法是利用传感器的局部状态估计来获得全局的状态估计, 对于状态矢量融合系统, 无论传感器原始测量数据是否相关, 局部估计总是相关的<sup>[5]</sup>, 因此, 本文通过利用局部估计的组合重新构造新的变量来去除这种相关。令

$$\rho_k^{(i)} = \hat{X}_{k|k}^{(i)} - (I - K_k^{(i)} H_k^{(i)}) \Phi_{k-1} \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)} = K_k^{(i)} z_k^{(i)} \\ = K_k^{(i)} \cdot H_k^{(i)} X_k + K_k^{(i)} v_k^{(i)},$$

定义  $\hat{H}_k^{(i)} = K_k^{(i)} H_k^{(i)}$ ,  $\mu_k^{(i)} = K_k^{(i)} v_k^{(i)}$ , 则

$$\rho_k^{(i)} = \hat{H}_k^{(i)} X_k + \mu_k^{(i)}, \quad \hat{R}_k = \text{cov}(\mu_k, \mu_k) = \{\hat{R}_k^{(ij)}\},$$

$$\hat{R}_k^{(ij)} = \text{cov}(\mu_k^{(i)}, \mu_k^{(j)}) = K_k^{(i)} R_k^{(ij)} (K_k^{(j)})^T$$

利用线性无偏最小方差估计理论, 则系统的一步提前预报为

$$\hat{X}_{k|k-1} = E[X_k | \rho^{k-1}] \\ = E[\Phi_{k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k-1} \omega_{k-1} | z^{k-1}] = \Phi_{k-1} \hat{X}_{k-1|k-1} \quad (9)$$

则一步预报误差方差阵为

$$P_{k|k-1} = \text{cov}\{\tilde{X}_{k|k-1}, \tilde{X}_{k|k-1}\} = \Phi_{k-1} P_{k-1|k-1} \Phi_{k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (10)$$

与前一节一样, 采用顺序滤波的办法进行状态的更新, 所以, 第一个传感器的状态更新为

$$\hat{X}_{k|k}^1 = E[X_k | \rho^{k-1}, \rho_k^{(1)}] = \hat{X}_{k|k-1} + \hat{K}_k^{(1)} [\rho_k^{(1)} - \hat{H}_k^{(1)} \hat{X}_{k|k-1}] \quad (11)$$

其中增益阵为

$$\hat{K}_k^{(1)} = \text{cov}(\tilde{X}_{k|k-1}, \tilde{\rho}_k^{(1)}) (\text{cov}(\tilde{\rho}_k^{(1)}))^{-1} \\ = P_{k|k-1} (\hat{H}_k^{(1)})^T (\hat{H}_k^{(1)} P_{k|k-1} (\hat{H}_k^{(1)})^T + \hat{R}_{kk}^{(1)})^{-1}$$

滤波误差的方差阵为

$$\begin{aligned} P_{k|k}^{(i)} &= \text{cov}(\tilde{X}_{k|k}^{(i)}) \\ &= P_{k|k-1} - \hat{K}_k^{(i)} (\hat{H}_k^{(i)} P_{k|k-1} (\hat{H}_k^{(i)})^T + \hat{R}_{kk}^{(i)}) (\hat{K}_k^{(i)})^T \end{aligned} \quad (12)$$

当第  $i$  个传感器的测量得到后, 状态的更新为

$$\hat{X}_{k|k}^i = E[X_k | \rho^{k-1}, \rho_k^{i-1}, \rho_k^{(i)}] = \hat{X}_{k|k}^{i-1} + \hat{K}_k^{(i)} (\rho_k^{(i)} - \hat{H}_k^{(i)} \hat{X}_{k|k}^{i-1}) \quad (13)$$

其中, 增益阵为  $\hat{K}_k^{(i)} = \text{cov}(\tilde{X}_{k|k}^{i-1}, \tilde{\rho}_k^{(i)}) (\text{cov}(\tilde{\rho}_k^{(i)}))^{-1}$ 。由于

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{k|k}^{i-1} &= X_k - \hat{X}_{k|k}^{i-1} = X_k - E(X_k | \rho^k, \rho_k^{i-1}) = (I - \hat{K}_k^{i-1} \hat{H}_k^{i-1}) \tilde{X}_{k|k-1} \\ &\quad - \hat{K}_k^{i-1} \mu_k^{i-1}, \text{ 其中 } \hat{H}_k^{i-1} = [\hat{H}_k^{(1)}, \dots, \hat{H}_k^{(i-1)}]^T, \hat{K}_k^{i-1} = [\hat{K}_k^{(1)}, \dots, \\ &\quad \hat{K}_k^{(i-1)}]^T, \tilde{\rho}_k^{(i)} = \rho_k^{(i)} - E[\rho_k^{(i)} | \rho^{k-1}, \rho_k^{i-1}] = \hat{H}_k^{(i)} \tilde{X}_{k|k}^{i-1} + \mu_k^{(i)}. \end{aligned}$$

定义  $\hat{\Omega}_k^{(i)} = E[\tilde{X}_{k|k}^{i-1} (\mu_k^{(i)})^T] = -\hat{K}_k^{i-1} \hat{R}_k^{i-1, i}$ , 所以, 增益阵为

$$\begin{aligned} \hat{K}_k^{(i)} &= (P_{k|k}^{i-1} (\hat{H}_k^{(i)})^T + \hat{\Omega}_k^{(i)}) (\hat{H}_k^{(i)} P_{k|k}^{i-1} (\hat{H}_k^{(i)})^T \\ &\quad + \hat{H}_k^{(i)} \hat{\Omega}_k^{(i)} + (\hat{H}_k^{(i)} \hat{\Omega}_k^{(i)})^T + \hat{R}_k^{(ii)})^{-1} \end{aligned}$$

其中整体增益阵为  $\hat{K}_k^i = [(I - \hat{K}_k^{(i)} \hat{H}_k^{(i)}) \hat{K}_k^{i-1} \quad \hat{K}_k^{(i)}]$ 。

误差协方差阵为

$$\begin{aligned} P_{k|k}^i &= \text{cov}(\tilde{X}_{k|k}^i) = P_{k|k}^{i-1} - \hat{K}_k^{(i)} (\hat{H}_k^{(i)} P_{k|k}^{i-1} (\hat{H}_k^{(i)})^T \\ &\quad + \hat{H}_k^{(i)} \hat{\Omega}_k^{(i)} + (\hat{H}_k^{(i)} \hat{\Omega}_k^{(i)})^T + \hat{R}_k^{(ii)}) (\hat{K}_k^{(i)})^T \end{aligned} \quad (14)$$

因此, 式(9)~式(14)构成了相关噪声线性系统异类传感器状态矢量融合算法。

## 5 仿真试验与误差特性分析

假设有雷达和红外传感器同时跟踪一个目标。设目标的状态为  $X(k) = [x, \dot{x}, y, \dot{y}]$ , 测量周期  $T = 2\text{s}$ , 状态转移矩阵, 系统干扰矩阵, 测量矩阵分别为

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_k = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix},$$

$$H_k^{(1)} = H_k^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

跟踪滤波在直角坐标系中完成, 同步采样, 且数据的传输延迟为零, 目标初始状态为  $X_0 = [10000\text{m}, 10\text{m/s}; 15000\text{m}, 15\text{m/s}]$ , 雷达和红外传感器的测距和测方位精度为<sup>[5]</sup>  $\sigma_{r1} = 200\text{m}$ ,  $\sigma_{\theta1} = 0.0375\text{rad}$ ,  $\sigma_{r2} = 400\text{m}$ ,  $\sigma_{\theta2} = 0.027\text{rad}$ 。 $v_k^{(1)}$  和  $v_k^{(2)}$  之间的相关系数为 0.01。进行了 100 次 Monte Carlo 仿真实验, 结果如图 1~图 4 所示

在图 1~图 4 中, 曲线 1 表示本文中的考虑了测量噪声相关的异类传感器测量融合算法, 曲线 2 表示本文中的考虑了测量噪声相关的异类传感器状态矢量融合算法, 曲线 3 表示文献[2]中的未考虑噪声相关的异类多传感器融合算法。由仿真结果可以看出, 测量融合算法较状态矢量融合算法具有较好的跟踪性能, 这是由于测量算法考虑了最原始的测量信息, 但同时它也增加了融合中心的计算负担, 状态矢量融合

算法虽然跟踪性能稍差, 但它的算法结构简单, 易于工程实现。同时, 测量融合算法和状态矢量融合算法均考虑了测量噪声之间的相关性, 因此, 相对于文献[2]中的算法明显的改善了航迹跟踪的精度。

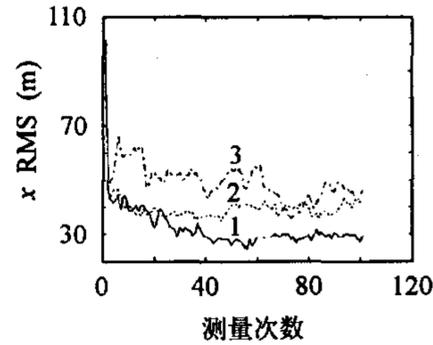


图 1 x 轴位置误差均方值

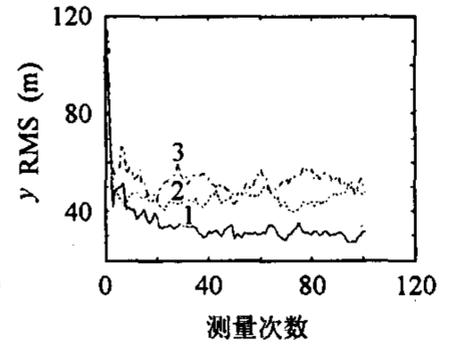


图 2 y 轴速度误差均方值

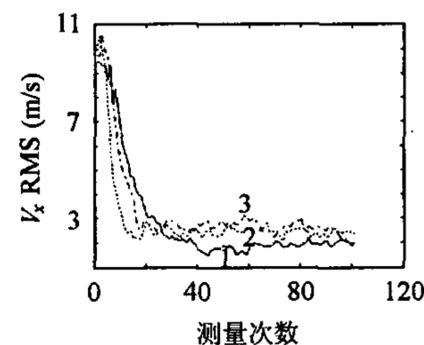


图 3 x 轴位置误差均方值

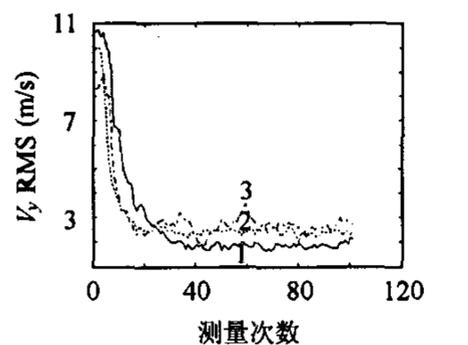


图 4 y 轴速度误差均方值

## 6 结论

本文研究了测量噪声相关的线性系统异类多传感器航迹融合问题。在测量噪声相关的条件下, 利用线性无偏最小方差估计的基本理论, 通过对异类传感器的状态采用顺序滤波的方法, 得到了测量噪声相关线性系统异类传感器测量融合算法和状态矢量融合算法, 计算机仿真结果表明, 相对于假定测量噪声不相关的异类传感器融合算法, 本文提出的算法可以明显地改善航迹的跟踪精度。

## 参考文献

- [1] Alouani A T, Rice T R. Linear data fusion. Proc. of the Annual Southeastern Symposium on System Theory, Knoxville, 1986: 246 - 249.
- [2] Saha R K. Track-to-track fusion with dissimilar sensors. *IEEE Trans. on AES* 1996, 32(3): 1021 - 1029.
- [3] 左东广, 韩崇昭, 魏瑞轩, 等. 相关噪声情况下航迹的关联及融合算法. *电子学报*, 2002, 30(8): 1117 - 1120.
- [4] 韩崇昭, 王月娟, 万百五. 随机系统理论. 西安: 西安交通大学出版社, 1987.
- [5] Y Bar Shalom. On the track-to-track correlation problem. *IEEE Trans. on AC*, 1981, 26(2): 571 - 572.
- [6] 何友, 王国宏, 彭应宁, 等. 多传感器信息融合及应用. 北京: 电子工业出版社, 2000.

张安民: 男, 1972 年生, 博士后, 研究方向为目标运动分析、多传感器航迹融合。

韩崇昭: 男, 1943 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为数据融合、故障检测与诊断。