

# 采用串行干扰消除技术的多速率单小区 CDMA 系统性能分析

张艳荣 郝莉 范平志  
(西南交通大学移动通信研究所 成都 610031)

**摘要** 串行干扰消除(SIC)技术可以有效抑制多址干扰(MAI),显著提高 DS-CDMA 系统容量。该文针对单小区 DS-CDMA 移动通信系统的上行链路,推导出在加性高斯白噪声信道条件下,采用匹配滤波器的传统单用户接收机双速率系统、线性 SIC 双速率系统以及理想 SIC 双速率系统的容量极限,并给出了数值结果。研究表明,在任何条件下,相对于传统的单用户接收机系统,采用线性 SIC 技术能显著提高系统容量。另外,随着系统中用户数目的增多,理想 SIC 和线性 SIC 的接收功率之间的差异越来越大,因此,对实际的多速率 SIC 系统进行功率分配时,不能简单地用理想 SIC 模型来替代实际的线性 SIC 系统,以免系统性能严重恶化。

**关键词** DS-CDMA, 多用户检测, 串行干扰消除, 系统容量, 接收功率

中图分类号: TN929.5, TN914.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)05-0857-04

## Performance of Multi-rate Single Cell CDMA Systems with Linear Successive Interference Cancellation

Zhang Yan-rong Hao Li Fan Ping-zhi

(Institute of Mobile Communications, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract** Successive Interference Cancellation (SIC) can effectively mitigate Multiple Access Interference (MAI) and improve the capacity of Direct-Sequence Code-Division Multiple Access (DS-CDMA) systems. In this paper, for the uplink of a single cell DS-CDMA system, the capacity limits of a conventional single-user detection receiver, a system with linear SIC receiver, and a system with perfect SIC are derived for an Additive White Gaussian Noise (AWGN) channel. The results show that the linear SIC system can provide a much larger capacity compared with the conventional system in all cases. Moreover, with increasing of the number of the users in the system, the difference between the whole power of the perfect SIC and that of the linear SIC increases. So, if the perfect SIC is used to guide the power allocation, the resulting performance will be significantly worse than predicted.

**Key words** DS-CDMA, Multi-User Detection (MUD), Successive Interference Cancellation (SIC), System capacity, Received power

### 1 引言

与采用匹配滤波器的传统单用户接收机相比,多用户检测(MUD)接收机可以有效抑制多址干扰(MAI),显著提高 CDMA 系统容量<sup>[1]</sup>。由于最优 MUD 算法的计算复杂度太高以至于现有的硬件技术无法实现,因此次优 MUD 接收机成为目前的研究重点,而串行干扰消除(SIC)<sup>[2-4]</sup>算法则是鲁棒性和实用性都很强的次优 MUD 算法之一。典型的 SIC 算法如下:将接收信号按其强度从大到小进行排队,然后用户被依次解扩。一旦某个信号被检出,接收机将对该信号重构,再把它从接收信号中消除,从而减小对剩余信号的干扰,提高系统容量。

文献[3,5,6]都对采用 SIC 接收机的 CDMA 系统的性能和容量进行了研究,文献[3]分析了单小区窄带 CDMA 系统的上行链路在加性高斯白噪声(AWGN)环境下线性 SIC 接收机的性能。文献[5]对基于路径损耗的多小区 CDMA 系统的容量进行了分析。文献[3]和文献[5]都是针对窄带 CDMA 系

统的,即它们都假设所有用户具有相同的 BER 要求,且用户的数据传输速率相同。文献[6]则通过仿真的方法比较了 SIC, PIC 和解相关探测器 MUD 在 WCDMA 系统中的表现,但没有理论分析,本文在文献[3]的基础上,从理论上研究了多速率单小区 WCDMA 系统的上行链路在 AWGN 环境下采用线性 SIC 接收机的性能,给出了系统容量的闭合表达式。把信道假设为 AWGN 信道是合理的,因为对于 CDMA 系统上行链路而言,各个用户到达接收机的时刻和相位是随机的,于是对信号解扩后的多址干扰表现为单一的热噪声。

全文组织如下:第 2 节给出了系统模型并给予详细的理论分析,第 3 节是数值结果,最后是结束语。

### 2 系统模型及性能分析

本文讨论的是单小区 DS-CDMA 系统的上行链路,假设系统中包含两类业务,两类业务的 BER 要求不同,但对于相同的业务类型,用户 BER 相同。设系统中正在通信的高、低速率用户分别为  $K_H$  和  $K_L$  个,则基站接收信号为

$$r(t) = \sum_{k=1}^{K_H+K_L} \sqrt{P_k} b_k(t - \tau_k) a_k(t - \tau_k) e^{j\phi_k(t)} + n(t) \quad (1)$$

其中 $P_k$ 为用户 $k$ 的接收功率,  $b_k(t)$ 和 $a_k(t)$ 分别为第 $k$ 个用户的数据波形和扩频波形,  $\tau_k$ 和 $\phi_k$ 分别为其他信号相对于参考信号的时延和相位,  $n(t)$ 则是接收到的热噪声, 它是双边功率谱密度为 $N_0$ 的复白高斯随机过程。

### 2.1 采用线性SIC接收机

若采用线性SIC方案, 用户被依次解扩。在完成前 $k-1$ 个用户的解扩后, 被用于第 $k$ 个用户解扩的信号可以表示为

$$r^{(k)}(t) = r(t) - \sum_{i=1}^{k-1} \hat{s}_i(t - \tau_i) \quad (2)$$

其中 $\hat{s}_i(t)$ 为 $s_i(t) = \sqrt{P_i} b_i(t) a_i(t) e^{j\phi_k}$ 的估计值。若采用线性接收机,  $\hat{s}_i(t)$ 可以表示为 $\hat{s}_i(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} z_{k,m} p_{T_k}(t - mT_k) a_k(t)$ ,

其中 $p_{T_k}(t)$ 为在 $[0, T_k]$ 区间上的单位脉冲,  $z_{k,m}$ 为接收机判决用户 $k$ 的第 $m$ 个信息比特的判决变量:

$$z_{k,m} = \frac{1}{T_k} \int_{(m-1)T_k + \tau_k}^{mT_k + \tau_k} r^{(k)}(t) a_k^*(t - \tau_k) dt \quad (3)$$

其中 $T_k = N_k T_c$ 为用户 $k$ 的信息比特周期,  $T_c$ 为码片周期,  $N_k$ 为用户 $k$ 的扩频因子。由式(2)和式(3)可得<sup>[4]</sup>

$$z_{k,m} = \sqrt{P_k} b_{k,m} e^{j\phi_k} + \sum_{i=1}^{k-1} \tilde{I}_{k,i,m} + \sum_{i=k+1}^{K_H+K_L} I_{k,i,m} + N_{k,m} \quad (4)$$

其中 $\tilde{I}_{k,i,m}$ 为前面 $k-1$ 个用户的信号非完全消除时对用户 $k$ 造成的干扰, 而 $I_{k,i,m}$ 则为未消除的信号对用户 $k$ 的干扰。

$N_{k,m} = \frac{1}{T_k} \int_{(m-1)T_k + \tau_k}^{mT_k + \tau_k} n(t) a_k^*(t - \tau_k) dt$ , 其平均值为0, 方差为

$$N_0/T_k = N_0/(N_k T_c) = \sigma^2/N_k.$$

于是, 用户 $k$ 的信号干扰噪声比(SINR)被定义为

$$\gamma_k = \frac{E^2\{z_{k,m} | b_{k,m}\}}{\text{VAR}\{z_{k,m} | b_{k,m}\}}, \quad \text{其中} \quad E\{z_{k,m} | b_{k,m}\} = \sqrt{P_k} b_{k,m} \quad (5)$$

$$\text{VAR}\{z_{k,m} | b_{k,m}\} = \sum_{i=1}^{k-1} \text{var}\{\tilde{I}_{k,i,m}\} + \sum_{i=k+1}^{K_H+K_L} \text{var}\{I_{k,i,m}\} + \frac{\sigma^2}{N_k} \quad (6)$$

而

$$\text{var}\{I_{k,i,m}\} = P_i \frac{l}{N_k} \quad (7)$$

$$\text{var}\{\tilde{I}_{k,i,m}\} = \text{var}\{z_{i,m}\} \frac{l}{N_k} \quad (8)$$

对矩形码片, 有

$$l = \begin{cases} 1, & \text{同步系, 零相位} \\ 2/3, & \text{异步系, 零相位} \end{cases}$$

若相位为随机变量,  $l$ 应该乘以 $1/2$ <sup>[4,7,8]</sup>。设

$$\eta_k = \text{var}\{z_{k,m} | b_{k,m}\}, \quad \text{则式(6)一式(8)得} \quad \eta_k = \frac{l}{N_k} \sum_{i=1}^{k-1} \eta_i + \frac{l}{N_k}$$

$\cdot \sum_{i=k+1}^{K_H+K_L} P_i + \frac{\sigma^2}{N_k}$ , 于是有迭代公式:

$$P_k = \frac{(N_{k-1} + l)\gamma_k}{(N_k + \gamma_k l)\gamma_{k-1}} P_{k-1} \quad (9)$$

假设接收机总是先处理所有的高速率用户, 再处理所有的低速率用户, 则

$$P_k = \begin{cases} \frac{N_H + l}{N_H + \gamma_H l} P_{k-1}, & 1 \leq k \leq K_H \\ \frac{\gamma_L(N_H + l)}{\gamma_H(N_L + \gamma_L l)} P_{k-1}, & k = K_H + 1 \\ \frac{N_L + l}{N_L + \gamma_L l} P_{k-1}, & K_H + 1 < k \leq K_H + K_L \end{cases} \quad (10)$$

令 $A = \frac{N_H + l}{N_H + \gamma_H l}$ ,  $B = \frac{N_L + l}{N_L + \gamma_L l}$ , 则由式(9)和式(10)可得

得

$$P_1 = \frac{\sigma^2}{N_H} \sqrt{\left[ \frac{1}{\gamma_H} - \frac{l}{N_H} \left( \sum_{j=1}^{K_H-1} A^j + A^{K_H-1} \frac{\gamma_L(N_H + l)}{\gamma_H(N_L + \gamma_L l)} \sum_{j=0}^{K_L-1} B^j \right) \right]}$$

要使通信系统可靠工作, 必须有 $P_k > 0$ , ( $1 \leq k \leq K_H + K_L$ ), 所以

$$\frac{1}{\gamma_H} - \frac{l}{N_H} \left( \sum_{j=1}^{K_H-1} A^j + A^{K_H-1} \frac{\gamma_L(N_H + l)}{\gamma_H(N_L + \gamma_L l)} \sum_{j=0}^{K_L-1} B^j \right) > 0 \quad (11)$$

把 $\sum_{j=1}^{K_H-1} A^j = \frac{1 - A^{K_H}}{1 - A} - 1$ 和 $\sum_{j=0}^{K_L-1} B^j = \frac{1 - B^{K_L}}{1 - B}$ 代入式(11), 得

$$1 - B^{K_L} < \left( \left( \frac{N_H}{\gamma_H l} - \frac{1 - A^{K_H}}{1 - A} + 1 \right) \frac{\gamma_H(N_L + \gamma_L l)(1 - B)}{\gamma_L(N_H + l)A^{K_H-1}} \right) \quad (12)$$

对式(12)取对数, 有

$$K_L < \lg \left[ 1 - \left( \left( \frac{N_H}{\gamma_H l} - \frac{1 - A^{K_H}}{1 - A} + 1 \right) \frac{\gamma_H(N_L + \gamma_L l)(1 - B)}{\gamma_L(N_H + l)A^{K_H-1}} \right) \right] / \lg B \quad (13)$$

当系统中只有一类用户时, 有 $N_H = N_L = N$ 以及 $\gamma_H = \gamma_L = \gamma$ , 因此,  $A = B = (N + l)/(N + \gamma l)$ , 设 $K = K_H + K_L$ , 代入式(13), 有 $A^K < \gamma$ , 与文献[3]的式(28)相吻合。

### 2.2 采用单用户检测方案

若系统采用文献[7]的传统单用户检测方案, 则两类业务的接收功率不同, 但对于相同的业务类型, 用户的接收功率相同。设高速率用户和低速率用户的接收功率分别为 $P_H$ 和 $P_L$ , 则有

$$\left. \begin{aligned} \eta_H &= \frac{1}{N_H} \left( \sigma^2 + l(K_H - 1)P_H + lK_L P_L \right) \\ \eta_L &= \frac{1}{N_L} \left( \sigma^2 + lK_H P_H + l(K_L - 1)P_L \right) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

解式(14)得 $P_L = D/C$ , 其中 $C = \frac{1}{\gamma_H \gamma_L} + \frac{l^2(1 - K_H - K_L)}{N_H N_L}$

$$- \frac{l(K_L - 1)}{N_L \gamma_H} - \frac{l(K_H - 1)}{N_H \gamma_L}, \quad D = \frac{\sigma^2}{N_L \gamma_H} + \frac{l\sigma^2}{N_H N_L}.$$

同理, 要使系统可靠工作, 必须有 $P_L > 0$ , 由于 $D > 0$ 成立, 所以只需 $C > 0$ , 于是有

$$C = \frac{1}{\gamma_H \gamma_L} + \frac{l^2(1 - K_H - K_L)}{N_H N_L} - \frac{l(K_L - 1)}{N_L \gamma_H} - \frac{l(K_H - 1)}{N_H \gamma_L} > 0 \quad (15)$$

于是有

$$K_L < 1 + \frac{(N_H N_L + N_L \gamma_H l)}{(\gamma_H \gamma_L l^2 + N_H \gamma_H l)} - \frac{(\gamma_H \gamma_L l^2 + N_L \gamma_H l)}{(\gamma_H \gamma_L l^2 + N_H \gamma_H l)} K_H \quad (16)$$

类似于 SIC 系统,当系统中只有一类用户时,  $K < 1 + 3N/\gamma$ , 与文献[7]中式(17)相吻合。

### 2.3 理想 SIC 系统

对于理想 SIC 系统,前面  $k-1$  个用户的信号完全被消除,即它们对用户  $k$  的解扩不造成任何干扰。因此,  $\eta_k = \frac{l}{N_k} \sum_{i=k+1}^{K_H+K_L} P_i + \frac{\sigma^2}{N_k}$ , 于是有迭代公式:

$$P_k = \frac{N_{k-1} \gamma_k}{(N_k + \gamma_k l) \gamma_{k-1}} P_{k-1} \quad (17)$$

对于含两类服务的系统,有

$$P_k = \begin{cases} \frac{N_H}{N_H + \gamma_H l} P_{k-1}, & 1 \leq k \leq K_H \\ \frac{\gamma_L N_H}{\gamma_H (N_L + \gamma_L l)} P_{k-1}, & k = K_H + 1 \\ \frac{N_L}{N_L + \gamma_L l} P_{k-1}, & K_H + 1 < k \leq K_H + K_L \end{cases} \quad (18)$$

令  $\tilde{A} = \frac{N_H}{N_H + \gamma_H l}$ ,  $\tilde{B} = \frac{N_L}{N_L + \gamma_L l}$ , 则由式(17)和式(18)可得

得

$$P_1 = \frac{\sigma^2}{N_H} \left/ \left[ \frac{1}{\gamma_H} - \frac{l}{N_H} \left( \sum_{j=1}^{K_H-1} \tilde{A}^j + \tilde{A}^{K_H-1} \frac{\gamma_L N_H}{\gamma_H (N_L + \gamma_L l)} \sum_{j=0}^{K_L-1} \tilde{B}^j \right) \right] \right. \quad (19)$$

类似于非完全干扰消除 SIC 系统,系统容量为

$$K_L < \frac{\lg \left[ 1 - \left( \frac{N_H}{\gamma_H l} - \frac{1 - \tilde{A}^{K_H}}{1 - \tilde{A}} + 1 \right) \frac{\gamma_H (N_L + \gamma_L l) (1 - \tilde{B})}{\gamma_L N_H \tilde{A}^{K_H-1}} \right]}{\lg \tilde{B}} \quad (20)$$

### 3 数值结果

图1-图3给出了随机相位的同步DS-CDMA系统所能容纳的最大低速率用户数目分别与系统高速率用户数目  $K_H$ 、低速率用户目标SINR  $\gamma_L$  及低速率用户扩频因子  $N_L$  之间的关系。图1表明,对任何接收方案,随着系统中  $K_H$  的增大,系统容纳的最大低速率用户数目都会减小。相对于传统的单用户接收方案, SIC接收机容纳的用户数目要高。图2表明,随着  $\gamma_L$  的增大,系统容纳的最大低速率用户数目都会减小,这是因为  $\gamma_L$  越大,所需的接收功率越大,对其他用户的干扰也就越大,造成系统容量减小。图2还表明  $\gamma_L$  越小,两种方案中系统容纳的最大低速率用户数目差异越大, SIC接收机的优势越明显。图3表明,随着  $N_L$  的增大,系统容纳的最大低速率用户数目都会增大,这是因为  $N_L$  越

大,所需的接收功率越小,对其他用户的干扰也就越小,于是系统容量增大。图3还表明  $N_L$  越大,两种方案中系统容纳的最大低速率用户数目差异越大, SIC接收机的优势越明显。

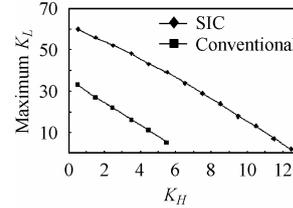


图1 系统容纳的最大低速率用户数目与高速用户数目的关系 ( $\gamma_L=6\text{dB}$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $N_L=64$ ,  $N_H=16$ ,同步系统,随机相位)

Fig.1 Maximum number of low rate users in the system versus the number of high rate users ( $\gamma_L=6\text{dB}$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $N_L=64$ ,  $N_H=16$ , synchronous, random phase)

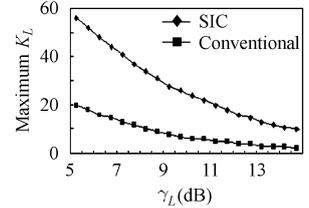


图2 系统容纳的最大低速率用户数目与低速率用户目标 SINR 的关系 ( $K_H=3$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $N_L=64$ ,  $N_H=16$ ,同步系统,随机相位)

Fig.2 Maximum number of low rate users in the system versus target SINR of low rate users ( $K_H=3$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $N_L=64$ ,  $N_H=16$ , synchronous, random phase)

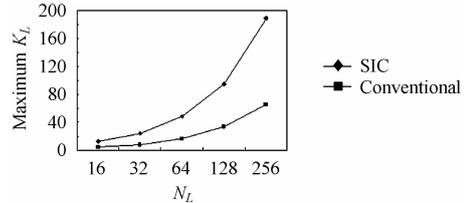


图3 系统容纳的最大低速率用户数目与低速率用户扩频因子的关系 ( $\gamma_L=6\text{dB}$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $K_H=3$ ,  $N_H=16$ ,同步系统,随机相位)

Fig.3 Maximum number of low rate users in the system versus spreading gain of low rate users ( $\gamma_L=6\text{dB}$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $K_H=3$ ,  $N_H=16$ , synchronous, random phase)

图4示出了线性SIC和理想SIC情况下用户的归一化接收功率 ( $\sigma^2 = 1$ ) 与低速率用户译码顺序之间的关系。该图表明,在相同的条件下,要达到相同的通信质量,线性SIC所需要的接收功率要高于理想SIC。图5示出了线性SIC和理想SIC情况下用户的归一化接收功率与系统中低速率用户容量之间的关系,从图中可以看出,当系统中用户数目较少时,二者之间的性能差异较小,但随着用户数目的增多,它们之间的差异越来越大。比如当系统中低速率用户数目为10时,线性SIC的最大和总接收功率分别比理想SIC高7.3%和14.2%,而当系统中低速率用户数目为40时,线性SIC的最大和总接收功率分别比理想SIC高15.5%和26%。因此,对实际的多速率SIC通信系统进行功率分配时,必须考虑前面  $k-1$  个用户非完全干扰消除造成的影响,而不能用理想SIC模型来替代实际的线性SIC系统,以免系统性能严重恶化。

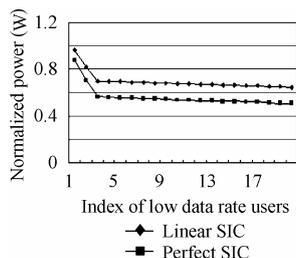


图4 归一化功率与低速率用户序号之间的关系( $\gamma_L=6\text{dB}$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $N_L=64$ ,  $N_H=16$ ,  $K_H=3$ , 同步系统, 随机相位)

Fig.4 Normalized power versus index of low rate users( $\gamma_L=6\text{dB}$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $N_L=64$ ,  $N_H=16$ ,  $K_H=3$ , synchronous, random phase)

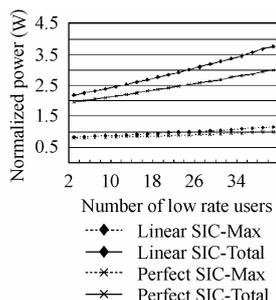


图5 归一化功率与系统中低速率用户数目之间的关系( $\gamma_L=6\text{dB}$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $N_L=64$ ,  $N_H=16$ ,  $K_H=3$ ,  $K_L=20$ , 同步系统, 随机相位)

Fig.5 Normalized power versus the number of low rate users ( $\gamma_L=6\text{dB}$ ,  $\gamma_H=8\text{dB}$ ,  $N_L=64$ ,  $N_H=16$ ,  $K_H=3$ ,  $K_L=20$ , synchronous, random phase)

#### 4 结束语

本文针对单小区 DS-CDMA 系统的上行链路, 推导出在加性高斯白噪声信道条件下, 传统单用户接收机双速率系统, 线性 SIC 双速率系统以及理想 SIC 双速率系统的容量极限, 并给出了数值结果。数值结果表明, 相对于传统的单用户接收机方案, 线性 SIC 接收机容纳的用户数目要高, 但随着系统中低速率用户的目标 SINR 的增大或扩频因子的减小, 线性 SIC 系统的优势逐渐减小。数值结果还表明, 随着系统中用户数目的增多, 理想 SIC 和线性 SIC 的接收功率之间的差异越来越大, 因此, 对实际的多速率 SIC 通信系统进行功率分配时, 必须考虑前面  $k-1$  个用户非完全干扰消除造成的影响, 而不能用理想 SIC 模型来替代实际的线性 SIC 系统, 否则, 将会造成系统性能的严重恶化。

#### 参考文献

- [1] Moshavi S. Multi-user detection for DS-CDMA communications. *IEEE Commu. Mag.*, 1996, 34(10): 124-137.
- [2] Morrow R K. Accurate CDMA BER calculations with low computational complexity. *IEEE Trans. on Commu.*, 1998, 46(10): 1413-1417.
- [3] Buchrer R M. Equal BER performance in linear successive interference cancellation for CDMA systems. *IEEE Trans. on Commu.*, 2001, 49(7): 1250-1258.
- [4] Jalali S, Khalaj B H. Power management for multirate DS-CDMA systems with imperfect successive interference cancellation. ICC2004, Paris, France, 2004, vol.6: 3256-3260.
- [5] Nie H, Mathiopoulos P T. Reverse link capacity analysis for cellular cdma systems employing successive interference cancellation. ICCT2003, Beijing, China, 2003, vol.2: 770-773.
- [6] Manatsavee B, Ahmed K, Fernando A. Performance of PIC, SIC and de-correlating detectors for MUD technique in WCDMA system, ICICS-PCM 2003, Singapore, Singapore, 2003, vol.2: 892-896.
- [7] Pursley M B. Performance evaluation for phased-coded spread-spectrum multiple-access communication — part I: system analysis. *IEEE Trans. on Commu.*, 1977, 25(8): 795-799.
- [8] Berggren F, Slimane S B. Power allocation for a simple successive interference cancellation scheme in a multi-rate DS-CDMA system. ICC2002, New York, USA, 2002, vol. 1: 351-355.

张艳荣: 女, 1971年生, 讲师, 在职博士生, 研究方向为移动通信系统的功率控制及系统性能。

郝莉: 女, 1971年生, 副教授, 研究方向为扩频序列及其在通信系统中的性能。

范平志: 男, 1955年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为扩频通信、信息论与编码、无线信道资源管理、蜂窝无线定位、信息安全等。