

一种线性混合信号盲提取算法

高 鹰^{①②} 谢胜利^②

^①(广州大学计算机科学与技术系 广州 510405)

^②(华南理工大学电子与信息学院 广州 510641)

摘 要 该文给出了信号变化度的定义,并证明了独立源信号的线性混合信号(非零信号)的变化度介于源信号中的最小变化度和最大变化度之间。在此性质的基础上,给出了一种线性混合信号盲提取算法。该算法首先利用广义特征值理论从混合信号中提取出一个源信号,然后采用消源方法剔出混合信号中该源信号分量,重复这一过程,逐一提取出所有的源信号。该算法计算简单,仿真结果表明该算法是有效的,并具有很好的性能。

关键词 信号变化度,盲信号提取,广义特征值

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)06-0999-05

An Algorithm for Blind Signal Extraction of Linear Mixture

Gao Ying^{①②} Xie Sheng-li^②

^①(Dept. of Computer Science and Technology, Guangzhou University, Guangzhou 510405, China)

^②(College of Electronic & Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract In this paper, a measure of signal variability is defined. Given any set of statistically independent source signals, it is proved here that a linear mixture of those signals has the following property: the signal variability of any signal mixture is greater than (or equal to) minimal that of its component source signals, and is less than (or equal to) maximal that of its component source signals. Based on the property, an algorithm for linear blind signal extraction is proposed. In the proposed algorithm, the source signal is extracted one by one by using generalized eigenvalue theory and deflation approach. The presented algorithm has less computations. Simulation results illustrate the efficiency and the good performance of the algorithm.

Key words Signal variability, Blind signal extraction, Generalized eigenvalue

1 引言

信号源盲分离已经成为国际上信号处理和人工神经网络等学科领域的研究热点之一。它是一种功能很强的信号处理方法,在无线通信、医学分析、语音识别、图像处理等方面有着许多潜在的用途。所谓的盲信号分离是指在不知源信号和传输通道参数的情况下,根据输入源信号的统计特性,仅由观察信号恢复出源信号各个独立成分的过程。目前,在对盲信号分离问题的研究中,由于线性混合具有简单的形式,许多研究人员对这类混合形式的盲分离问题进行了大量的研究。一般来说,从线性混合信号中分离出源信号,有同

步分离方法和提取方法等。同步分离方法一次性分离出所有的源信号,如文献[1-7];而在提取方法中源信号一个一个地被提取。Cichocki^[8], Li^[9, 10]等对源信号盲提取进行了研究,提出一些盲提取算法,但这些算法较为复杂。

本文首先定义了信号变化度这一概念,并给出和证明了线性混合信号变化度的一个性质:给定一组相互独立的源信号,则其线性混合信号(非零信号)的变化度不小于源信号中信号变化度的最小值,亦不大于源信号中信号变化度的最大值。然后,在此性质的基础上,给出了一种新的线性混合信号盲提取算法。该算法采用逐一提取源信号的思想,利用广义特征值理论从混合信号中提取出一个源信号,再采用消源方法剔出混合信号中该源信号分量,重复这一过程,逐一提取出所有的源信号。该算法计算简单,仿真结果表明该算法是有效的,并具有很好的性能。

2 信号的变化度及性质

给定信号 $s(t)$, 其变化度定义如下:

2004-10-25 收到, 2005-04-07 改回

国家杰出青年自然科学基金(60325310), 国家自然科学基金(60274006), 广东省自然科学基金重点项目(020826), 国家教委跨世纪人才培养计划基金, 中国博士后科学基金(2003034062), 广东省教育厅自然科学基金项目, 广州市科技计划项目(2004J1-C0323)和广州市属高校科技计划项目(2055)资助课题

$$V_s = \frac{E[(s(t) - s(t-1))^2]}{E[s(t)^2]} \quad (1)$$

其中 E 表示均值运算。由定义可知, V_s 可看作是信号 $s(t)$ 的一种平均变化程度。

设 n 个源信号 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$ 相互独立, 其变化度分别为 $V_{s_1}, V_{s_2}, \dots, V_{s_n}$, 不失一般性, 设 $V_{s_1} \geq V_{s_2} \geq \dots \geq V_{s_n}$, 另设 $x(t)$ 是 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$ 的线性混合信号, 即 $x(t) = \mathbf{a}^T \mathbf{s}(t)$, $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$, 则有如下定理。

定理 任何线性混合信号(非零信号)的变化度介于源信号中的最小变化度和最大变化度之间。即

$$V_{s_1} \geq V_x \geq V_{s_n} \quad (2)$$

证明 根据定义,

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{E[(x(t) - x(t-1))^2]}{E[x(t)^2]} \\ &= \frac{E[(\mathbf{a}^T \mathbf{s}(t) - \mathbf{a}^T \mathbf{s}(t-1))(\mathbf{a}^T \mathbf{s}(t) - \mathbf{a}^T \mathbf{s}(t-1))^T]}{E[(\mathbf{a}^T \mathbf{s}(t))(\mathbf{a}^T \mathbf{s}(t))^T]} \\ &= \frac{\mathbf{a}^T E[(\mathbf{s}(t) - \mathbf{s}(t-1))(\mathbf{s}(t) - \mathbf{s}(t-1))^T] \mathbf{a}}{\mathbf{a}^T E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^T] \mathbf{a}} \\ &= \frac{\mathbf{a}^T \bar{\mathbf{B}} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^T \mathbf{B} \mathbf{a}} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\bar{\mathbf{B}} = E[(\mathbf{s}(t) - \mathbf{s}(t-1))(\mathbf{s}(t) - \mathbf{s}(t-1))^T]$, $\mathbf{B} = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^T]$ 。

由于源信号 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$ 相互独立, 所以有

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{B}} &= \text{diag}\{E[(s_1(t) - s_1(t-1))^2], \\ &E[(s_2(t) - s_2(t-1))^2], \dots, E[(s_n(t) - s_n(t-1))^2]\} \\ \mathbf{B} &= \text{diag}\{E[(s_1(t))^2], E[(s_2(t))^2], \dots, E[(s_n(t))^2]\} \end{aligned}$$

记 $\bar{b}_i = E[(s_i(t) - s_i(t-1))^2]$, $i = 1, 2, \dots, n$,

$$b_i = E[(s_i(t))^2], \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad \text{则}$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \text{diag}(\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_n), \quad \mathbf{B} = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_n)$$

再由信号变化度的定义, 有 $\bar{b}_i = V_{s_i} \cdot b_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, 由于 $V_{s_1} \geq V_{s_2} \geq \dots \geq V_{s_n}$, 则有

$$V_{s_1} \cdot b_i \geq \bar{b}_i \geq V_{s_n} \cdot b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

再由 $V_x = \frac{\mathbf{a}^T \bar{\mathbf{B}} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^T \mathbf{B} \mathbf{a}} = \frac{\bar{b}_1 a_1^2 + \bar{b}_2 a_2^2 + \dots + \bar{b}_n a_n^2}{b_1 a_1^2 + b_2 a_2^2 + \dots + b_n a_n^2}$, 把式(4)左不等式代入, 可得

$$V_x \leq \frac{V_{s_1} \cdot b_1 a_1^2 + V_{s_1} \cdot b_2 a_2^2 + \dots + V_{s_1} \cdot b_n a_n^2}{b_1 a_1^2 + b_2 a_2^2 + \dots + b_n a_n^2} = V_{s_1}$$

同理, 把式(4)右不等式代入, 可得: $V_x \geq V_{s_n}$ 。证毕

下面我们将以此定理作为理论基础, 给出一种线性混合信号盲提取算法。

3 盲提取原理及算法

设 $\mathbf{s}(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t))^T$ 是 n 个未知的相互独立的

源信号矢量, 其变化度互不相等, 并设其中变化度最大者为 V_{s_k} 。 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))^T$ 是 m 个观测的线性混合信号矢量, 对于线性混合形式, 其数学模型可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) \quad (5)$$

其中 $\mathbf{A} = (a_{i,j})$ 是 $m \times n$ 维的混合矩阵。任一分离信号可表示为

$$y(t) = \mathbf{w} \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

其中 \mathbf{w} 是行向量, 由信号变化度的定义知:

$$\begin{aligned} V_y(\mathbf{w}) &= \frac{E[(\mathbf{w} \mathbf{x}(t) - \mathbf{w} \mathbf{x}(t-1))^2]}{E[\mathbf{w} \mathbf{x}(t)^2]} \\ &= \frac{\mathbf{w} E[(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-1))(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-1))^T] \mathbf{w}^T}{\mathbf{w} E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}(t)^T] \mathbf{w}^T} \\ &= \frac{\mathbf{w} \bar{\mathbf{C}} \mathbf{w}^T}{\mathbf{w} \mathbf{C} \mathbf{w}^T} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\bar{\mathbf{C}} = E[(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-1))(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-1))^T]$, $\mathbf{C} = E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}(t)^T]$ 。

由式(5)和式(6)知 $y(t)$ 是相互独立的源信号 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$ 的线性混合, 根据上节定理可知 $V_y(\mathbf{w}) \leq V_{s_k}$, 因此, 最大化 $V_y(\mathbf{w})$ 所得分离信号 $y(t)$ 即为源信号 $s_k(t)$ (可能相差一个幅度)。

求 \mathbf{w} 使 $V_y(\mathbf{w})$ 极大化可得出 $\bar{\mathbf{C}} \mathbf{w}^T + \mathbf{C}^T \mathbf{w}^T = \frac{\partial V_y(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} \mathbf{w} \mathbf{C} \mathbf{w}^T + V_y(\mathbf{w})(\mathbf{C} \mathbf{w}^T + \mathbf{C}^T \mathbf{w}^T)$, 令 $\frac{\partial V_y(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = 0$, 并注意

到矩阵 $\bar{\mathbf{C}}$ 和 \mathbf{C} 均为对称矩阵可得 $\bar{\mathbf{C}} \mathbf{w}^T = V_y^*(\mathbf{w}) \mathbf{C} \mathbf{w}^T$ 。从而根据广义特征值理论^[11], $V_y(\mathbf{w})$ 的最大值即是广义特征值问题 $\bar{\mathbf{C}} \mathbf{w}^T = \lambda \mathbf{C} \mathbf{w}^T$ 的最大特征值, 而最大特征值对应的特征矢量 \mathbf{w} 即为最大化 $V_y(\mathbf{w})$ 的解。因此求出 $\bar{\mathbf{C}} \mathbf{w}^T = \lambda \mathbf{C} \mathbf{w}^T$ 的最大特征值所对应的特征矢量(记为 \mathbf{w}^*), 即可通过式(6)提取出变化度最大的信号(记为 $y_1(t)$, 即源信号 $s_k(t)$)。

通过以上步骤我们可以提取出一个源信号 $y_1(t) = \rho s_k(t)$ (ρ 表示相差的幅度), 如果能从混合信号中剔出所提取的源信号分量, 则所剩的混合信号中就是由剩下的信号混合而成, 再按上述方法可提取另一个源信号。按这样的步骤继续下去, 则可提取所有的源信号。因此, 问题就归结为如何从混合信号中剔出所提取的源信号。

事实上, 由二阶统计量的性质, 我们有

$$\begin{aligned} E(x_i(t) y_1(t)) &= E\left(\sum_{j=1}^n a_{i,j} s_j(t)\right) \rho s_k(t) \\ &= \rho a_{i,k} E(s_k(t) s_k(t)) \\ &= \frac{a_{i,k}}{\rho} E(y_1(t) y_1(t)) \end{aligned} \quad (8)$$

设 $x'_i(t)$ 为剔出一个源信号后的混合信号, 则

$$\begin{aligned} x'_i(t) &= x_i(t) - a_{i,k} s_k(t) \\ &= x_i(t) - \frac{a_{i,k}}{\rho} y_1(t) \\ &= x_i(t) - \frac{E(x_i(t) y_1(t))}{E(y_1(t) y_1(t))} y_1(t) \end{aligned} \quad (9)$$

注意由式(9)所表示的混合信号 $x_i'(t)$ 中不再含有 $s_k(t)$ 的成分, 而是由 $s_1(t), \dots, s_{k-1}(t), s_{k+1}(t), \dots, s_n(t)$ 混合而成, 将 $x_i(t)$ 换为 $x_i'(t)$, 继续使用上述提取算法即可得到第 2 个源信号, 依此类推, 可提取出所有的源信号。从而我们可以得到下面的盲提取算法。

(1)由观测混合信号 $\mathbf{x}(t)$ 分别构造矩阵:

$$\bar{\mathbf{C}} = E[(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-1))(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-1))^T]$$

$$\mathbf{C} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)]$$

(2)求出广义特征值问题 $\bar{\mathbf{C}}\mathbf{w}^T = \lambda\mathbf{C}\mathbf{w}^T$ 的最大特征值所对应的特征矢量 \mathbf{w}^* ;

(3)由式(6)提取出一个源信号 $y_1(t) = \mathbf{w}^* \mathbf{x}(t)$;

(4)按式(9)进行剔除处理;

(5)重复(1)~(4)。

由上述算法步骤可知, 本文给出的盲提取算法仅涉及到观察信号的二阶统计量。我们知道在盲分离算法中, 联合对角化算法^[12]亦仅涉及到观察信号的二阶统计量, 其算法步骤如下:

(1)由观测混合信号 $\mathbf{x}(t)$ 计算协方差矩阵:

$$\mathbf{R}(0) = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)];$$

(2)求出 $\mathbf{R}(0)$ 的 n 个最大特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 及所对应的特征矢量 $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_n$;

(3)求白化矩阵 $\mathbf{W} = [(\lambda_1 - \sigma^2)^{-1/2}\mathbf{h}_1, \dots, (\lambda_n - \sigma^2)^{-1/2}\mathbf{h}_n]^T$ 和白化后的信号 $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)]^T$, 其中 $z_i(t) = (\lambda_i - \sigma^2)^{-1/2}\mathbf{h}_i^T \mathbf{x}(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$, σ^2 是 $\mathbf{R}(0)$ 的 $m-n$ 个最小特征值的平均值;

(4)计算 $\mathbf{z}(t)$ 的协方差矩阵 $\mathbf{R}_z(\tau)$, 其中 $\tau = \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_K$;

(5)利用 $\mathbf{R}_z(\tau_1), \mathbf{R}_z(\tau_2), \dots, \mathbf{R}_z(\tau_K)$ 的联合对角化, 求出对角化矩阵 \mathbf{U} ;

(6)分离出源信号 $\mathbf{s}(t) = \mathbf{U}^T \mathbf{W} \mathbf{x}(t)$;

比较本文算法和联合对角化算法可知, 本文算法仅利用了观测混合信号 $\mathbf{x}(t)$ 的 $\bar{\mathbf{C}}$ 和 \mathbf{C} 一个一个地提取源信号, 而联合对角化算法需利用观测混合信号 $\mathbf{x}(t)$ 的 $\mathbf{R}(0), \mathbf{R}_z(\tau_1), \mathbf{R}_z(\tau_2), \dots, \mathbf{R}_z(\tau_K)$ 一次性分离出源信号; 本文算法的主要运算是求广义特征值问题 $\bar{\mathbf{C}}\mathbf{w}^T = \lambda\mathbf{C}\mathbf{w}^T$ 的最大特征值所对应的特征矢量和剔除处理, 而联合对角化算法的主要运算包括求 $\mathbf{R}(0)$ 的 n 个最大特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 及所对应的特征矢量 $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_n$ 以及 K 个协方差矩阵 $\mathbf{R}_z(\tau_1), \mathbf{R}_z(\tau_2), \dots, \mathbf{R}_z(\tau_K)$ 的联合对角化, 本文算法相对简单。

4 仿真实例

对本文给出的盲提取算法及联合对角化算法, 我

们进行了计算机仿真, 仿真用 Matlab6.5 在 P4 计算机上完成, 仿真结果显示这种算法是非常有效的并且有很好的性能, 下面是两个仿真实例。

实例 1 5 个声音信号混合的情况

5 个声音信号如图 1 所示, 混合矩阵 \mathbf{A} 随机产生, 提取出的信号如图 2 所示, 联合对角化算法分离的信号如图 3 所示。源信号与提取出的信号之间的相关系数见表 1, 源信号与联合对角化算法分离信号之间的相关系数见表 2。从图 1、图 2 和图 3 可见本文算法对多个声音信号混合的情况有非常好的分离效果, 而且从表 1 和表 2 的相关系数值可知本文提取算法比联合对角化算法的分离精度高。

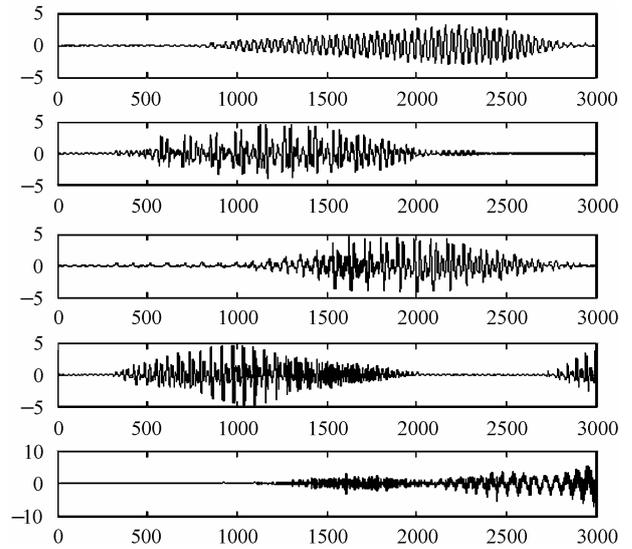


图 1 5 个源信号的波形图

Fig.1 The waveforms of five source signals

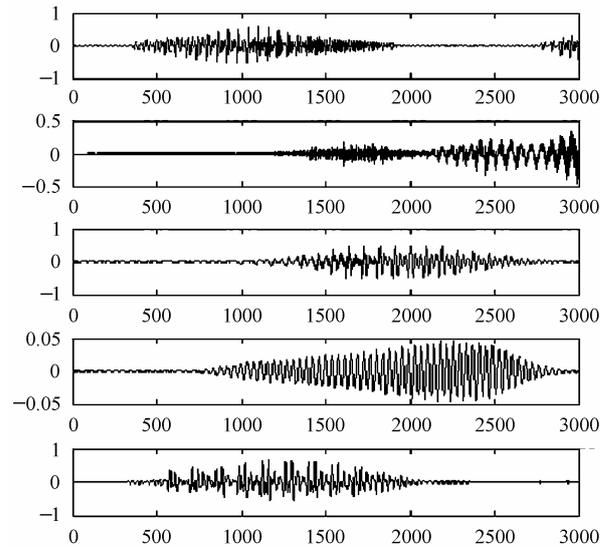


图 2 5 个提取信号的波形图

Fig.2 The waveforms of five extracted signals

表1 源信号和提取信号的相关系数

Tab.1 Correlation coefficients between each of source signals and every signal extracted

本文算法提取信号	源信号				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
y_1	0.000231	0.032052	0.015704	0.999463	0.001142
y_2	0.008726	0.000703	0.013854	0.001083	0.999942
y_3	0.008791	0.003141	1.000052	0.000104	0.001176
y_4	1.000037	0.000172	0.005781	0.001173	0.001824
y_5	0.000616	0.999663	0.001874	0.028361	0.000357

表2 源信号和分离信号的相关系数

Tab.2 Correlation coefficients between each of source signals and every signal separated

联合对角化算法分离信号	源信号				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
y_1	0.018323	0.072036	0.041805	0.955087	0.106172
y_2	0.972691	0.057036	0.063742	0.0803105	0.205520
y_3	0.029184	0.040391	0.96595	0.100206	0.060173
y_4	0.037936	0.028071	0.105431	0.041318	0.961032
y_5	0.0261681	0.963914	0.040172	0.023763	0.040365

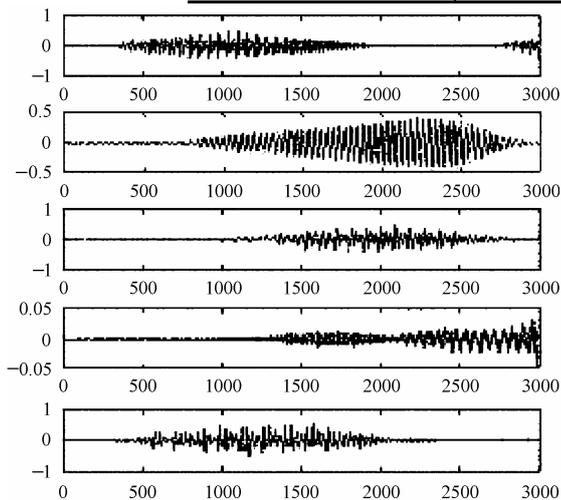


图3 分离信号的波形图

Fig.3 The waveforms of separated signals

实例2 3幅图像信号混合的情况。

3幅图像信号如图4所示,混合矩阵A随机产生,提取出的图像如图5所示,联合对角化算法分离的图像如图6所示。源图像与提取出的图像之间的相关系数见表3,源图像与联合对角化算法分离图像之间的相关系数见表4。从图4、



图4 3幅源图像

Fig.4 Three source images

图5和图6可见本文算法对图像的分离有很好的效果,从表3、表4的相关系数值可知本文提取算法比联合对角化算法的分离精度高。



图5 3幅提取图像

Fig.5 Three extracted images



图6 3幅分离图像

Fig.6 Three separated images

表3 源图像和提取图像的相关系数

Tab.3 Correlation coefficients between each of source images and every image extracted

本文算法提取图像	源图像		
	s_1	s_2	s_3
y_1	0.002217	0.998665	0.000992
y_2	0.003159	0.000743	0.998757
y_3	0.999577	0.000381	0.000476

表4 源图像和分离图像的相关系数
Tab.4 Correlation coefficients between each
of source images and every image separated.

联合对角化 算法分离	源图像		
	s_1	s_2	s_3
y_1	0.032716	0.072635	0.968007
y_2	0.103191	0.963821	0.062748
y_3	0.950643	0.101084	0.186042

5 结束语

本文给出了信号变化度这一概念, 并证明了线性混合信号变化度的一个性质: 给定一组相互独立的源信号, 则其线性混合信号(非零信号)的变化度不小于源信号中信号变化度的最小值, 亦不大于源信号中信号变化度的最大值。在此性质的基础上, 给出了一种线性混合信号盲提取算法, 该算法利用矩阵中的广义特征值理论提取出一个源信号, 然后通过消源的方法从混合信号中剔出这个源信号, 依此类推, 提取出所有的源信号。该算法计算简单, 不需迭代寻优处理, 提取速度快、精度高。计算机仿真结果表明了算法有效性, 并具有非常好的性能。本文的方法对源信号中变化度互不相等的信号进行提取是有效的, 能否处理源信号中具有相等变化度的信号的提取还需做进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] He Zhenya, Yang Luxi, Liu Ju. Blind source separation using cluster-based multivariate density estimation algorithm. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(2): 575–579.
- [2] 何振亚, 刘璐, 杨绿溪. 盲均衡和信道参数估计的一种 ICA 和进化计算方法. *中国科学(E 辑)*, 2000, 30(1): 1–7.
- [3] 张贤达, 朱孝龙, 保铮. 基于分阶段学习的盲信号分离, *中国科学(E 辑)*, 2002, 32(5): 693–703.
- [4] Taro Y, Hirokawa K, Itoh K. Independent component analysis by transforming a scatter diagram of mixtures of signal. *Optics Communications*, 2000, 173(1): 107–114.
- [5] 谢胜利, 章晋龙. 基于旋转变换的最小互信息量盲分离算法. *电子学报*, 2002, 30(5): 628–631.
- [6] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations. *Signal Processing*, 2001, 81(11): 2353–2362.
- [7] Stone V. Blind source separation using temporal predictability. *Neural Computation*, 2001, 13(7): 1559–1574.
- [8] Cichocki A, Thawonmas R, Amari S. Sequential blind signal extraction in order specified by stochastic properties. *Electronics Letters*, 1997, 33 (1): 64–65.
- [9] Li Yuanqing, Wang Jun. Blind extraction of singularly mixed source signals. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2000, 11(6): 1413–1422.
- [10] Li Yuanqing, Wang Jun. Sequential blind extraction of instantaneously mixed source. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(5): 997–1006.
- [11] 张贤达. 矩阵论分析与应用. 北京: 清华大学出版社, 2004 年 9 月: 515–541.
- [12] Adel B, Karim A. A blind source separation technique using second-order statistics. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(2): 434–444.

高 鹰: 男, 1963 年生, 博士后, 教授, 硕士生导师。研究领域为自适应信号处理、盲信号处理、人工神经网络和进化计算等。已发表论文 30 余篇。

谢胜利: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师。研究领域为智能信息处理、盲信号处理、图像处理、自适应信号处理、非线性系统学习控制、机器人系统等。