

非高斯相关噪声中高斯信号的时延估计¹

梁应敬 张贤达 李衍达 张沛武*

(清华大学自动化系 北京 100084)

*(煤炭研究院唐山分院 唐山 063012)

摘 要 高阶统计量在信号处理中成功的应用例子之一是估计高斯相关噪声中非高斯信号的时延参数。本文则研究非高斯相关噪声中高斯信号的时延估计问题,提出了一种解决该问题的混合方法。该方法先计算观测值的三阶累积量,然后利用累积投影公式计算观测噪声的二阶统计量,最后利用互相关方法确定信号时延参数。仿真结果验证了该方法的有效性。

关键词 时延估计, 非高斯相关噪声, 高阶统计量, 混合方法

中图分类号 TN911.7

1 引 言

设 $x(n), y(n)$ 是两个传感器上得到的观测序列, 即

$$x(n) = s(n) + w_1(n), \quad (1)$$

$$y(n) = s(n - D) + w_2(n), \quad (2)$$

其中 $s(n)$ 是未知信号, $w_1(n)$ 和 $w_2(n)$ 是未知观测噪声, D 是时延参数。时延估计问题就是通过有限个观测值 $\{x(n), y(n), 1 \leq n \leq N\}$ 来估计时延参数 D 。这个问题在声纳、雷达、生物医学和地球物理等领域中经常遇见。

当观测噪声互不相关时, 时延估计的基本方法是互相关方法, 即通过检测使 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的互相关函数 $r_{xy}(\tau)$ 取得最大值的 τ 值来确定时延。

实际上, 由于观测噪声通常是相关的, 这时互相关方法失效。对于这样一种情形, 即信号可以看作一个非高斯过程, 而噪声是高斯噪声过程, 文献 [1-4] 采用高阶统计量方法进行时延估计, 并可以有效地抑制高斯相关噪声的影响。

本文研究另外一种情形, 即非高斯相关噪声中的高斯信号的时延估计问题。在水声信号处理中, 轮船反射噪声^[5]以及大多数水声噪声^[6,7]通常是非高斯的; 而大量的接收信号 $s(n)$ 表现为高斯的^[8]。因此这种情形下的时延估计问题具有重要的实用价值。本文首次提出了一种采用高阶统计量与互相关运算相混合的新方法来解决这一问题。仿真实验结果表明, 该方法可有效地估计非高斯相关噪声中高斯信号的时延参数。

2 基本假设

假设信号和噪声满足:

假设 1 信号 $\{s(n)\}$ 是一个零均值高斯平稳随机过程;

¹ 1995-10-23 收到, 1996-01-04 定稿
国家自然科学基金和中国博士后科学基金资助项目

假设 2 观测噪声 $\{w_1(n)\}$ 和 $\{w_2(n)\}$ 是两个零均值、相关的非高斯过程, 它们可以看作是同一独立同分布 (i.i.d.) 过程通过两个不同的线性时不变系统的输出得到, 即

$$w_1(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_1(k)e(n-k) \quad (3)$$

$$w_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_2(k)e(n-k) \quad (4)$$

其中, $e(n)$ 是一个非高斯 i.i.d. 过程, 其三阶累积量不等于零, 即 $\gamma_{3e} = E[e^3(n)] \neq 0$;

假设 3 $\{w_1(n)\}$ 与 $\{w_2(n)\}$ 是弱相关的, 即不存在常数 k, l , 使得 $h_1(n) \equiv kh_2(n-l)$, $n = -\infty, \dots, \infty$. 此外, 传递函数 $H_1(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_1(n)e^{j\omega n}$, $H_2(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_2(n)e^{-j\omega n}$ 满足 $H_1(0) \neq 0, H_2(0) \neq 0$;

假设 4 $\{s(n)\}$ 与 $\{w_i(n), i = 1, 2\}$ 相互独立.

我们感兴趣的问题是, 怎样由观测值 $x(n), y(n), n = 1, 2, \dots, N$ 来估计时延参数 D .

3 理论基础

由 (1), (2) 两式容易得到

$$r_x(\tau) = r_s(\tau) + r_{w_1}(\tau), \quad (5)$$

$$r_y(\tau) = r_s(\tau) + r_{w_2}(\tau), \quad (6)$$

$$r_{xy}(\tau) = r_s(\tau - D) + r_{w_1 w_2}(\tau). \quad (7)$$

这里 $r_x(\tau), r_y(\tau), r_{w_1}(\tau)$ 和 $r_{w_2}(\tau)$ 分别是 $x(n), y(n), w_1(n)$ 和 $w_2(n)$ 的自相关函数, $r_{xy}(\tau)$ 和 $r_{w_1 w_2}(\tau)$ 分别是 $x(n)$ 与 $y(n), w_1(n)$ 与 $w_2(n)$ 的互相关函数. 由 (7) 式可知:

$$r_s(\tau - D) = r_{xy}(\tau) - r_{w_1 w_2}(\tau). \quad (8)$$

可见 $r_{xy}(\tau) - r_{w_1 w_2}(\tau)$ 在 $\tau = D$ 处取得最大值. 实际上, $r_{xy}(\tau)$ 可由观测值直接计算, 因此问题的关键是怎样估计 $r_{w_1 w_2}(\tau)$.

3.1 线性时不变系统

对于零均值平稳随机过程 $x(n), y(n)$, 定义其三阶统计量分别为

$$C_{3x}(\tau_1, \tau_2) = E[x(n)x(n+\tau_1)x(n+\tau_2)], \quad (9)$$

$$C_{3y}(\tau_1, \tau_2) = E[y(n)y(n+\tau_1)y(n+\tau_2)], \quad (10)$$

$$C_{xyy}(\tau_1, \tau_2) = E[x(n)y(n+\tau_1)y(n+\tau_2)]. \quad (11)$$

利用假设条件, 得到

$$C_{3x}(\tau_1, \tau_2) = C_{3w_1}(\tau_1, \tau_2), \quad (12)$$

$$C_{3y}(\tau_1, \tau_2) = C_{3w_2}(\tau_1, \tau_2), \quad (13)$$

$$C_{xyy}(\tau_1, \tau_2) = C_{w_1 w_2 w_2}(\tau_1, \tau_2). \quad (14)$$

对于系统 (3) 和 (4) 式, 容易证明下列定理.

定理 1 对于线性时不变系统 (3), (4) 式, 在假设 2 成立的条件下, $w_1(n), w_2(n)$ 的三阶统计量分别为

$$C_{3w_1}(\tau_1, \tau_2) = \gamma_{3e} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_1(k)h_1(k+\tau_1)h_1(k+\tau_2), \quad (15)$$

$$C_{3w_2}(\tau_1, \tau_2) = \gamma_{3e} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_2(k)h_2(k+\tau_1)h_2(k+\tau_2), \quad (16)$$

$$C_{w_1w_2}(\tau_1, \tau_2) = \gamma_{3e} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_1(k)h_2(k+\tau_1)h_2(k+\tau_2). \quad (17)$$

3.2 投影公式

定理 2 对于线性时不变系统 (3), (4) 式, 在假设 2, 3 成立的条件下, $w_1(n), w_2(n)$ 的二阶统计量可以由其对应的三阶统计量计算得到

$$r_{w_1}(\tau_1) = \frac{\gamma_{2e}}{\gamma_{3e}H_1(0)} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} C_{3w_1}(\tau_1, \tau_2), \quad (18)$$

$$r_{w_2}(\tau_1) = \frac{\gamma_{2e}}{\gamma_{3e}H_2(0)} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} C_{3w_2}(\tau_1, \tau_2), \quad (19)$$

$$r_{w_1w_2}(\tau_1) = \frac{\gamma_{2e}}{\gamma_{3e}H_2(0)} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} C_{w_1w_2}(\tau_1, \tau_2). \quad (20)$$

这里 $\gamma_{2e} = E[e^2(n)]$.

证明 仿照文献 [9] 容易得到.

定理 2 描述了非高斯过程的三阶统计量与二阶统计量之间的关系, 称作投影公式.

3.3 非高斯噪声的估计

令 $\alpha_1 = \gamma_{2e}/(\gamma_{3e}H_1(0))$, $\alpha_2 = \gamma_{2e}/(\gamma_{3e}H_2(0))$ 以及

$$m_{w_1}(\tau_1) = \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} C_{3w_1}(\tau_1, \tau_2), \quad (21)$$

$$m_{w_2}(\tau_1) = \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} C_{3w_2}(\tau_1, \tau_2), \quad (22)$$

$$m_{w_1w_2}(\tau_1) = \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} C_{w_1w_2}(\tau_1, \tau_2); \quad (23)$$

则 (18)~(20) 式可以简写成

$$r_{w_1}(\tau_1) = \alpha_1 m_{w_1}(\tau_1), \quad (24)$$

$$r_{w_2}(\tau_1) = \alpha_2 m_{w_2}(\tau_1), \quad (25)$$

$$r_{w_1w_2}(\tau_1) = \alpha_2 m_{w_1w_2}(\tau_1). \quad (26)$$

由于 $m_{w_1}(\tau_1)$, $m_{w_2}(\tau_1)$ 和 $m_{w_1w_2}(\tau_1)$ 可以由 (12)~(14) 式和 (21)~(23) 式计算得到, 因此为了计算 $r_{w_1}(\tau_1)$, $r_{w_2}(\tau_1)$ 和 $r_{w_1w_2}(\tau_1)$, 必须首先计算 α_1 和 α_2 .

实际上, 由 (5), (6), (24)~(26) 式可得

$$r_x(\tau_1) - r_y(\tau_1) = r_{w_1}(\tau_1) - r_{w_2}(\tau_1) = \alpha_1 m_{w_1}(\tau_1) - \alpha_2 m_{w_2}(\tau_1). \quad (27)$$

由假设 3 可知, 对于观测噪声 $w_1(n), w_2(n)$, 不存在某对常数 (k, l) , 使得 $h_1(n) \equiv kh_2(n-l)$. 由 (15), (16), (21), (22) 式可知, $m_{w_1}(\tau_1) \neq k^3 m_{w_2}(\tau_1)$. 因此, $m_{w_1}(\tau_1)$ 与 $m_{w_2}(\tau_1)$ 不存在线性比例关系, 即存在 m_1, m_2 , 使得

$$m_{w_1}(m_1)m_{w_2}(m_2) - m_{w_1}(m_2)m_{w_2}(m_1) \neq 0. \quad (28)$$

这样, 在 (27) 式中取 $\tau_1 = m_1$ 和 m_2 , 得到关于 α_1 和 α_2 的解为

$$\alpha_1 = \frac{m_{w_2}(m_1)[r_x(m_2) - r_y(m_2)] - m_{w_2}(m_2)[r_x(m_1) - r_y(m_1)]}{m_{w_2}(m_1)m_{w_1}(m_2) - m_{w_2}(m_2)m_{w_1}(m_1)} \quad (29)$$

$$\alpha_2 = \frac{m_{w_1}(m_1)[r_x(m_2) - r_y(m_2)] - m_{w_1}(m_2)[r_x(m_1) - r_y(m_1)]}{m_{w_2}(m_1)m_{w_1}(m_2) - m_{w_2}(m_2)m_{w_1}(m_1)} \quad (30)$$

值得指出的是, 如果 $w_1(n)$ 与 $w_2(n)$ 是强相关的, 则 $m_{w_1}(\tau_1)$ 与 $m_{w_2}(\tau_1)$ 成线性比例关系, 这时难于求出 α_1 和 α_2 . 有关这种情形下的时延估计问题将在另文给出.

一旦 α_1 和 α_2 已经计算得到, 观测噪声的自相关函数 $r_{w_1}(\tau_1), r_{w_2}(\tau_1)$ 互相关函数 $r_{w_1 w_2}(\tau_1)$ 即可由 (24)~(26) 式计算得到, 而信号的自相关函数为

$$r_s(\tau_1) = r_x(\tau_1) - r_{w_1}(\tau) \quad (31)$$

或

$$r_s(\tau_1) = r_y(\tau_1) - r_{w_2}(\tau). \quad (32)$$

3.4 $m_{w_1}(\tau_1)$ 与 $m_{w_2}(\tau_1)$ 线性比例关系检验

可以通过下列步骤来检验 $m_{w_1}(\tau_1)$ 与 $m_{w_2}(\tau_1)$ 之间是否存在线性比例关系: (1) 设 $m_{w_1}(\tau_0) \neq 0$, 计算 $\alpha = m_{w_2}(\tau_0)/m_{w_1}(\tau_0)$; (2) 计算检验统计量 $T = \sum_{\tau_1} [m_{w_2}(\tau_1) - \alpha m_{w_1}(\tau_1)]^2$; (3) 选取一个阈值 μ , 设 $\mu = 0.05$, 并作判断: 如果 $T \leq \mu$, 则 $m_{w_1}(\tau_1)$ 与 $m_{w_2}(\tau_1)$ 成线性比例关系; 如果 $T > \mu$, 则 $m_{w_1}(\tau_1)$ 与 $m_{w_2}(\tau_1)$ 不存在线性比例关系.

4 时延估计算法

这一节采用基于互相关运算的参数型方法来确定时延参数.

理论上说, (2) 式总可以写成

$$y(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i s(n-i) + w_2(n), \quad (33)$$

其中

$$a_i = \begin{cases} 1, & i = D; \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (34)$$

实际上, 由于 D 总是有限的. 因此总可以选取一个较大的正整数 $P(P > |D|)$ 满足

$$y(n) = \sum_{i=-P}^P a_i s(n-i) + w_2(n). \quad (35)$$

由 (1), (35) 两式可得

$$E[x(n)y(n+\tau)] = \sum_{i=-P}^P a_i E[s(n)s(n+\tau-i)] + E[w_1(n)w_2(n+\tau)] \quad (36)$$

或

$$\sum_{i=-P}^P a_i r_s(\tau-i) = r_{xy}(\tau) - r_{w_1 w_2}(\tau). \quad (37)$$

上式中, 取 $\tau = -P, -P+1, \dots, P$, 得到矩阵方程

$$\mathbf{R}\mathbf{A} = \mathbf{b}, \quad (38)$$

其中 \mathbf{R} 为 $(2P+1) \times (2P+1)$ 维矩阵, \mathbf{A} 和 \mathbf{b} 均为 $(2P+1) \times 1$ 维向量, 且

$$\mathbf{R} = \{r_s(i-j)\}_{i,j=1}^{2P+1}, \quad (39)$$

$$\mathbf{A} = [a_{-P}, a_{-P+1}, \dots, a_P]^T, \quad (40)$$

$$\mathbf{b} = [r_{xy}(-P) - r_{w_1 w_2}(-P), \dots, r_{xy}(P) - r_{w_1 w_2}(P)]^T. \quad (41)$$

由于矩阵 \mathbf{R} 是满秩的, 于是得到关于 a_i 的解为

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{b} \quad (42)$$

实际上, 如果 D 是整数, 则选取使 a_i 取得最大值的那个 i 值当作时延参数的估计; 如果 D 是非整数, 则须对 a_i 序列进行插值以找出使插值函数取得最大值的那个时刻当作时延参数的估计.

至此, 非高斯相关噪声中高斯信号的时延参数估计方法可以归纳为如下步骤:

第一步 由观测值 $x(n), y(n), n = 1, 2, \dots, N$ 计算三阶统计量 $C_{3x}(\tau_1, \tau_2)$, $C_{3y}(\tau_1, \tau_2)$ 和 $C_{xyy}(\tau_1, \tau_2)$, 即 $C_{3w_1}(\tau_1, \tau_2)$, $C_{3w_2}(\tau_1, \tau_2)$ 和 $C_{w_1 w_2 w_2}(\tau_1, \tau_2)$;

第二步 选取一个正整数 M , 在 (21)~(23) 式中代替 ∞ , 计算 $m_{w_1}(\tau_1)$, $m_{w_2}(\tau_1)$ 和 $m_{w_1 w_2}(\tau_1)$;

第三步 检测 $m_{w_1}(\tau_1)$ 与 $m_{w_2}(\tau_1)$ 之间是否存在线性比例关系. 若不存在, 则由 (29), (30) 计算 α_1 和 α_2 ;

第四步 由 (24)~(26) 式计算 $r_{w_1}(\tau_1)$, $r_{w_2}(\tau_1)$ 和 $r_{w_1 w_2}(\tau_1)$, 并由 (31) 或 (32) 式计算 $r_s(\tau_1)$;

第五步 选取一个较大的正整数 P , 使得 $P > |D|$, 构造矩阵方程 (38) 式, 求解该方程得到 $a_i, i = -P, \dots, P$;

第六步 选取使 a_i 取得最大值的那个 i 值当作时延参数的估计 \hat{D} .

由于该方法同时利用了二阶和三阶统计量来估计时延参数, 因而称作基于二阶和三阶统计量的混合时延估计方法。

5 仿真实验

本节通过计算机仿真实验来验证本文方法的有效性。为了便于比较, 还采用传统的互相关参数型方法^[10]对同样的数据观测值进行仿真。

设 $x(n) = s(n) + w_1(n)$, $y(n) = s(n-5) + w_2(n)$, 即真正的时延参数 $D=5$, 并设 $s(n)$ 为 MA(1) 过程, 即 $s(n) = \mu(n) + 0.4\mu(n-1)$, 而观测噪声 $w_1(n)$ 和 $w_2(n)$ 分别为 $w_1(n) = e(n) + 0.4e(n-1) - 0.6e(n-2)$, $w_2(n) = e(n) + 2e(n-1) + e(n-2)$, 其中 $\mu(n)$ 为零均值白色过程; $e(n)$ 为零均值指数分布白噪声过程; $\mu(n)$ 的方差可以调节至使 $\sigma_s^2 = 1$ 。而对于 $e(n)$, 其方差先后调节至使得 $\text{SAR}_1 = 10 \log_{10} \{ \sigma_s^2 / E[w_1^2(n)] \} = 0\text{dB}$, $\text{SNR}_2 = 10 \log_{10} \{ \sigma_s^2 / E[w_2^2(n)] \} = 0\text{dB}$ 。数据长度为 $N = 8000$, 其它参数选择为 $P = 10$, $M = 2$ 。

通过程序检验 $m_{w_1}(\tau_1)$ 与 $m_{w_2}(\tau_1)$ 之间不存在线性比例关系。图 1 和图 2 分别显示了由传统的互相关方法以及本文的混合方法作 10 次 Monte Carlo 试验所估计出的 a_i 序列图形。从图中可以看出, 传统的互相关方法在 $i = 1$ 和 $i = 5$ 处均有较明显的峰值, 前者是由噪声之间的相关性所致, 而后者则是信号之间的时延产生。由于难于将二者区分开来, 因此该方法无法给出正确的时延估计。相反地, 图 2 表明, 本文的混合方法则能有效地估计出正确的时延参数 $\hat{D} = 5$ 。

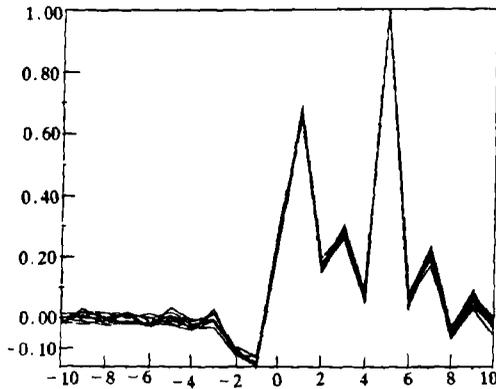


图 1 互相关方法估计的 a_i 序列

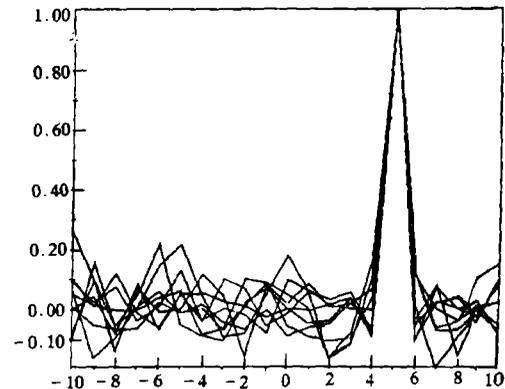


图 2 混合方法估计的 a_i 序列

6 结 论

本文研究了非高斯相关噪声中的高斯信号之间的时延估计问题, 首次提出了解决这一问题的混合方法。值得指出的是, 该方法适用于接收信号为任何一种具有对称分布概率密度函数情形, 如高斯分布、均匀分布等; 同时, 该方法也可以推广到利用四阶统计量与二阶统计量相结合来实现。

参 考 文 献

- [1] Nikias C L, Pan R. Time delay estimation in unknown Gaussian spatially correlated noise. *IEEE Trans. on ASSP*, 1988, ASSP-36(11): 1706-1714.
- [2] Chiang H H, Nikias C L. A new method for adaptive time delay estimation for non-Gaussian signals. *IEEE Trans. on ASSP*, 1990, ASSP-38(2): 209-219.
- [3] Hinich M J, Wilson G R. Time delay estimation using the cross bispectrum. *IEEE Trans. on SP*, 1992, SP-40(1): 106-113.
- [4] Tugnait J K. On time delay estimation with unknown spatially correlated Gaussian noise using fourth-order cumulants and cross cumulants. *IEEE Trans. on SP*, 1991, SP-39(6): 1258-1267.
- [5] Hinich M J, Marandino D, Sullivan E J. Bispectrum of ship-radiated noise. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1989, 85(4): 1512-1517.
- [6] Kassam S A. *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*, New York: Springer-Verlag, 1988, Ch. 2.
- [7] Wegmaen E J, Thomas J B, Schwartz C C. Eds, *Topics in Non-Gaussian Signal Processing*, New York: Springer-Verlag, 1989, 2-16.
- [8] Carter G C. *IEEE Trans. on ASSP*, 1981, ASSP-29(3): 463-420.
- [9] Sadler B M, Giannakis G B, Lii K S. Estimation and detection in non-Gaussian noise using higher order statistics. *IEEE Trans. on SP*, 1994, SP-42(10): 2729-2741.
- [10] Chan Y T, Riley J M, Plant J B. A parameter estimation approach to time-delay estimation and signal detection. *IEEE Trans. on ASSP*, 1980, ASSP-28(2): 8-16.

TIME DELAY ESTIMATION OF GAUSSIAN SIGNAL IN
NON-GAUSSIAN SPATIALLY CORRELATED NOISE

Liang Yingchang Zhang Xianda Li Yanda Zhang Peiwu*

(*Tsinghua University, Beijing 100084*)

*(*Tangshan Coal Research Institute, Tangshan 063012*)

Abstract One of the primary applications of higher order statistics has been for the time delay estimation of non-Gaussian signal in Gaussian spatially correlated noise. This paper studies the time delay estimation of Gaussian signal in the presence of unknown non-Gaussian spatially correlated noise. A hybrid approach for solving this problem is proposed. First, the third-order statistics of the measurements, thus those of the non-Gaussian noises are estimated; then the second-order statistics of the noises are computed by statistics projection; finally, cross-correlation based approaches are used to estimate time delay parameter. Simulation examples are also presented to demonstrate the effectiveness of the new approach.

Key words Time delay estimation, Non-Gaussian spatially correlated noises, Higher order statistics, Hybrid approach

梁应敞: 男, 1968年生, 博士后, 从事非高斯信号处理、通信信号处理研究。

张贤达: 男, 1946年生, 教授, 从事信号处理方面的研究。

李衍达: 男, 1936年生, 教授, 中科院院士, 从事智能信息处理、石油勘探等研究。