

# 未知阵列流形条件下波达方向-多普勒频率盲估计方法<sup>1</sup>

廖桂生 保 铮

(西安电子科技大学电子工程研究所 西安 710071)

**摘 要** 本文研究阵列信号高分辨波达方向-多普勒频率二维估计问题,在未精确已知阵列流形条件下,利用到达波信号的多普勒频率,提出了一种波达方向-多普勒频率盲估计的新方法。理论分析和计算机仿真结果表明此方法在实际阵列存在增益和相位误差时亦有效,而且与现有二维估计算法相比,其运算量较小。

**关键词** 波达方向-多普勒频率二维估计,阵列信号高分辨处理,盲估计

**中图分类号** TN911.7

## 1 引 言

基于模型的阵列信号高分辨技术,当阵列信号满足理想模型时,具有传统波束形成方法无可比拟的超分辨性能<sup>[1,2]</sup>,但是由于实际中阵元响应特性的一致性和阵元位置难以精确控制,实际的阵列流形(array manifold)与理想的不尽一致,因而引起高分辨技术的性能大大下降,甚至完全失效。有关阵列校正以及盲阵列信号处理受到极大的关注<sup>[3,4]</sup>。所谓盲波束形成技术和盲高分辨技术就是在未知或未精确已知阵列流形条件下实现这些技术,因而具有十分重要的实用价值。

ESPRIT 方法<sup>[5]</sup>用一对完全一样的子阵作平移,如果对应的各阵元平移矢量全相同且已知,则在阵列流形未知条件下亦可由旋转因子估计出 DOA(波达方向)之值。但是,在实际应用中,这种阵结构的特殊要求同样难以实现。

为了实现空间目标信号的方向和多普勒频率(以下简称为频率)二维估计,需要进行空时二维采样。本文对方向-频率二维估计问题,利用时间上相继快拍数据包含的多普勒频率作为旋转因子,实现 ESPRIT 技术,在未精确已知阵列流形条件下实现方向-频率盲估计。

## 2 信号模型和问题的提出

假设  $N$  元阵在空间任意排列,为简明起见,暂以等距线阵为例。每个阵元接收  $K$  个相干脉冲串,  $P$  个目标信号分别来自  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P$  方向,其多普勒频率为  $f_{d_1}, \dots, f_{d_P}$ ,用  $x(n, k)$  表示第  $n$  个阵元接收的第  $k$  次回波,以第 1 个阵元的第 1 次回波作为参考点,则

$$x(n, k) = \sum_{l=1}^P s_l g_n \exp[j(n-1)\varphi(\theta_l)] \cdot \exp[j(k-1)\psi(f_{d_l})] + n(n, k), \quad (1)$$

式中  $s_l$  是第  $l$  个目标信号的复包络,  $g_n$  是第  $n$  个阵元的响应,  $\varphi(\theta_l) = (2\pi d/\lambda) \sin \theta_l$  为空间相位差,  $\lambda$  和  $d$  分别为波长和阵元间距,  $\psi(f_{d_l}) = 2\pi f_{d_l}/f_r$  为时间相位差,  $f_r$  为脉冲重复频率。

<sup>1</sup> 1995-08-04 收到, 1996-05-06 定稿  
国家自然科学基金资助项目

$n$  为接收机的加性噪声。用  $N$  维矢量  $\mathbf{X}_k$  表示第  $k$  次回波的阵列数据矢量 ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), 则

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{D}^{k-1}(f_d) \mathbf{S} + \mathbf{n}_k, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{A}(\theta) = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_P)]$ , ( $N \times P$ ), 称为方向矩阵;  $a(\theta) = [g_1, g_2 \exp(j\psi(\theta)), \dots, g_N \exp(j(N-1)\psi(\theta))]^T$ , ( $N \times 1$ ), 称为导向矢量<sup>2</sup>。而

$$\mathbf{D}(f_d) = \text{diag}[\exp(j\psi(f_{d_1})), \dots, \exp(j\psi(f_{d_P}))], \quad (3)$$

$$\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_P]^T. \quad (4)$$

在 (4) 式中,  $k$  次回波信号复包络固定不变, 实际中复包络可能有起伏, 后面的计算机仿真中我们要考虑这种情况。

本文的任务就是用阵列接收的  $NK$  个数据  $x(n, k)$ , 估计  $P$  个信号的方向  $(\theta_1, \dots, \theta_P)$  和频率  $(f_{d_1}, \dots, f_{d_P})$ 。为了突出问题的核心, 假设: (1) 信号源数  $P$  已知; (2) 噪声  $n$  为独立高斯噪声, 与信号不相关; (3)  $P$  个信号方向  $\theta_1, \dots, \theta_P$  不相等; (4)  $P$  个信号频率  $f_{d_1}, \dots, f_{d_P}$  不相等。

对于上述方向-频率估计问题, 如果阵列流形已知 ( $g_n$  均已知), 则可用已有的几种方法实现方向-频率估计<sup>[6,7]</sup>, 其中分维处理较简单, 但需解决频率和方向是否对应同一目标的配对问题。二维联合处理则是利用空时二维采样的“二维阵列流形”对阵列接收的  $NK$  个数据实现方向-频率联合估计。一般说来, 分维处理的性能不及二维联合估计方法好。但是, 在阵列流形未知的情况, 这些方法均可能导致失败。

如引言所述, ESPRIT 方法<sup>[5]</sup> 利用了两个完全相同的子阵作平移, 而不要求阵列流形已知。下面将此技术推广应用于方向-频率估计问题, 基本思想是利用相继回波包含的频率差(时间相位差)作为旋转因子, 形成旋转不变子空间, 而不对实际阵列作平移。为此, 对阵列数据作如下处理, 定义

$$\mathbf{R}_1 = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^{K-1} \mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^H, \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_2 = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^{K-1} \mathbf{X}_{k+1} \mathbf{X}_k^H. \quad (6)$$

由上式可知,  $\mathbf{R}_1$  是用阵列的前  $K-1$  次快拍数据矢量分别形成相关矩阵然后再求平均,  $\mathbf{R}_1$  就是普通一维空域处理的相关矩阵(应该用  $K$  次平均)。而  $\mathbf{R}_2$  则是用阵列矢量的后一次快拍与上一次快拍作互相关矩阵, 然后再作平均。由 (2) 式和对噪声的假设, 不难求得(当  $K$  充分大时)

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H(\theta) + \sigma_n^2 \mathbf{I}, \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{D}(f_d) \mathbf{R}_s(\theta) \mathbf{A}^H(\theta), \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{R}_s = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^{K-1} \mathbf{D}^{k-1}(f_d) \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^H \mathbf{D}^{-(k-1)}(f_d). \quad (9)$$

<sup>2</sup> 除  $g_1 = 1$  外,  $g_n (n \geq 2)$  为未知的复参数。由于  $g_n$  未知, 阵列流形是未知的。在这里我们不涉及阵列位置误差, 目的是使讨论简便。本文方法可以推广到存在阵元位置误差情况。

应该指出,对(9)式的右边,作简单的代数运算,不难看出,按(5)式形成的阵列空域相关矩阵,实际上是对频率可分离的信号作平滑去相干处理,这时对 $R_1$ 作特征分解,可用 MUSIC 方法实现 DOA 超分辨估计(但必须知道阵列流形)。下面称这种处理为一维空域 MUSIC 方法,它没有充分利用多普勒频率信息。

### 3 方向-频率盲估计技术

记 $\tilde{R}_1 = R_1 - \hat{\sigma}_n^2 I$ ,其中 $\hat{\sigma}_n^2$ 是由 $R_1$ 的特征值估计得到的噪声功率。可以证明

$$R_2 \tilde{R}_1^\# A(\theta) = A(\theta) D(f_d), \quad (10)$$

式中, $\tilde{R}_1 = \sum_{i=1}^P \lambda_i U_i U_i^H$ , $\tilde{R}_1^\# = \sum_{i=1}^P \lambda_i^{-1} U_i U_i^H$ 。

在假设(4)的条件下,易知 $R_s$ 是满秩( $P$ )的, $\tilde{R}_1$ 有 $P$ 个非零特征值。下面将看到,由(10)式可实现方向-频率以及阵列误差的同时估计。对矩阵 $R_2 \tilde{R}_1^\#$ 作特征分解,可得 $P$ 个非零特征值和特征矢量,分别记为 $\Phi_1, \dots, \Phi_P$ 和 $V_1, \dots, V_P$ ,由特征值实现频率估计,用特征矢量实现对应的方向估计,其对应关系自动实现方向与频率配对。具体方法如下:

#### (1) 频率估计

$$\hat{\psi}(f_{d_l}) = \arg(\Phi_l), \quad \hat{f}_{d_l} = f_r \cdot \hat{\psi}(f_{d_l}) / (2\pi), \quad l = 1, 2, \dots, P. \quad (11)$$

#### (2) DOA 估计

先对 $P$ 个特征矢量 $V_1, \dots, V_P$ 分别按其第一元素归一,则得到 $P$ 个信号的方向矢量 $a(\theta_1), \dots, a(\theta_P)$ 的估计,由此可以得到 DOA 的估计。记

$$\psi_{nl} = \arg \left[ \frac{V_l(n)}{V_l(1)} \right] + 2\pi k, \quad l = 1, 2, \dots, P, \quad n = 2, 3, \dots, N, \quad (12)$$

式中 $V_l(n)$ 表示矢量 $V_l$ 的第 $n$ 分量, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 。 $k$ 的具体取值应根据阵列结构使 $\psi_{nl}$ 关于 $n$ 是递增(减),对于等距线阵, $\psi_{nl}$ 关于 $n$ 应近似线性增加或减少。由阵列结构不难得到正确的 $k$ 值。对于等距线阵,阵元相位误差[记为 $\eta_n \triangleq \arg(g_n)$ ],与 DOA 的估计存在测不准现象,因为 DOA 估计的偏差量可以一线性增(减)量归并到 $\eta_n$ 中。为了尽可能地减少阵元相位误差的这种线性增(减)量对 DOA 估计的影响,我们可以采取相位误差平方和最小的约束条件,并假设相位误差 $\eta_n$ 独立同分布,由此可得

$$\hat{\varphi}(\theta_l) = \frac{6 \sum_{n=2}^N (n-1) \psi_{nl}}{(N-1)N(2N-1)}, \quad \hat{\theta}_l = \sin^{-1} \left[ \frac{\lambda \hat{\varphi}(\theta_l)}{2\pi d} \right], \quad l = 1, 2, \dots, P. \quad (13)$$

#### (3) 阵元增益和相位的估计

如果需要估计阵元增益和相位,亦可由(10)式实现。假设以第一阵元作为参考点,其响应 $g_1$ 取1,则第 $n$ 个阵元的响应为 $g_n = (1 + \Delta_n) + \exp(j\eta_n)$ ,其中 $\Delta_n, \eta_n$ 分别表示阵元增益和相位误差, $n \geq 2$ 。

由(10)式不难得到

$$(1 + \Delta_n) = \frac{1}{P} \sum_{l=1}^P \frac{V_l(n)}{V_l(1)}, \quad (14)$$

式中取  $P$  个估计值的平均, 目的是平滑估计误差, 而由 (10) 和 (13) 式, 得

$$\eta_n = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P [\psi_{ni} - (n-1)\hat{\varphi}(\theta_i)]. \quad (15)$$

应该指出, 在快拍数  $K$  有限时, 由 (7) 式中  $R_1$  减去噪声分量会存在误差, 即  $\hat{R}_1$  存在一扰动分量  $\Delta\hat{R}_1$ , 同样  $R_2$  也存在一扰动分量  $\Delta R_2$ , 这时采用 (10) 式获得的  $A(\theta)$  和  $D(f_d)$  的估计存在误差, 如果采用总体最小二乘 (TLS) 的 ESPRIT 方法可以有效地减小这种估计误差, 文献 [5] 已给出了 TLS-ESPRIT 方法详细讨论, 这里从略。

#### 4 计算机仿真

本节给出一些计算机模拟结果。为了表明本文提出的方法的有效性, 下面给出了与一维空域处理的 MUSIC 方法作比较的计算结果。模拟中所取参数和记号如下 (未定的值随例给出): 半波长等距线阵, 阵元数  $N=8$ , 脉冲数为  $K$ , 脉冲重复频率  $f_r=200\text{Hz}$ , 两目标信噪比相同  $\text{SNR}=10\text{dB}$ , 目标 1 方位角和频率分别为  $\theta_1 = 25^\circ$ ,  $f_{d1}=35\text{Hz}$ , 目标 2 方位角和频率分别为  $\theta_2 = 29^\circ$ ,  $f_{d2}=38\text{Hz}$ , 阵元增益误差  $\Delta_n$  和相位误差  $\eta_n$  的方差分别为  $\sigma_a=9\%$ ,  $\sigma_\varphi=5\%$ 。

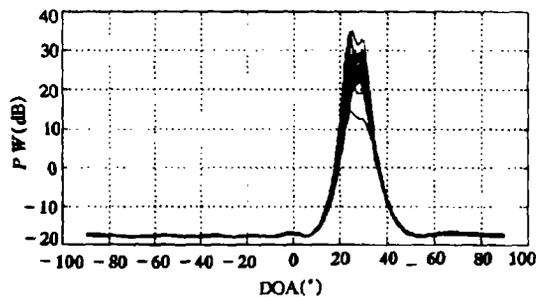


图 1 30 次独立实验一维空域 MUSIC 谱

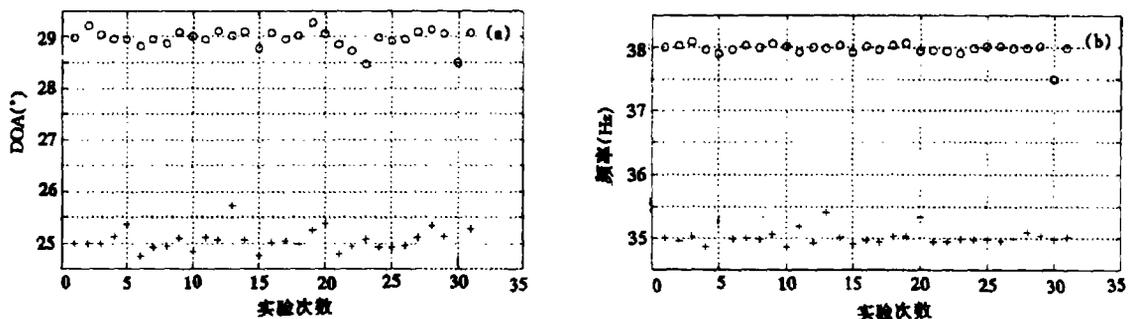


图 2 30 次独立实验方向-频率同时估计 (o 代表一个目标, + 代表另一个目标)

(a) 新方法的 DOA 估计性能, 两个 DOA 的估计方差分别为 0.3105 和 0.02631

(b) 新方法的频率估计性能, 两个频率的估计方差分别为 0.5126 和 0.04785

例 1 给出了 30 次独立实验结果, 其中  $K=71$ , 信号源独立, 复包络不起伏, 平均信噪比为 10dB。采用一维空域 MUSIC 法处理时, 由于两个目标的多普勒频率差为 3Hz, 根据 PRF 和  $K$  值, 可以得出两目标信号相对于空域一维处理是不相干的, 近似为不相关, 但是, 由于阵列存在误差, 图 1 给出的 MUSIC 谱不能分辨这两个目标。采用本文提出的方法可以同时估计方向和频率, 见图 2。图 2(a) 给出 30 次独立实验的 DOA 估计值, 图 2(b) 则给出了多普勒频率估计值。由图 2 可以看出, 其估计精度是较高的, 但仍存在一定误差。其中两个方向估计的方差分别为 0.3105 和 0.02631, 两个频率估计的方差分别为 0.5126 和 0.04785。误差来自几个方面: (1) 由于快拍数不多, 噪声相关性存在, 使 (7)–(8) 式有大的扰动; (2) 对于等距线阵由于阵元相位误差与 DOA 之间不确定性, 采用相位误差模最小的约束条件得到的 DOA 估计仍有偏差, 对于噪声扰动问题, 当快拍数较多时, 会得到明显改善, 这里就不评述了。

例 2  $K$  取 130 时, 考虑每次脉冲回波的目标信号复包络有一定的起伏的情况。复包络有 5% 的起伏时 30 次独立实验结果如图 3 所示。这时的性能损失不大。

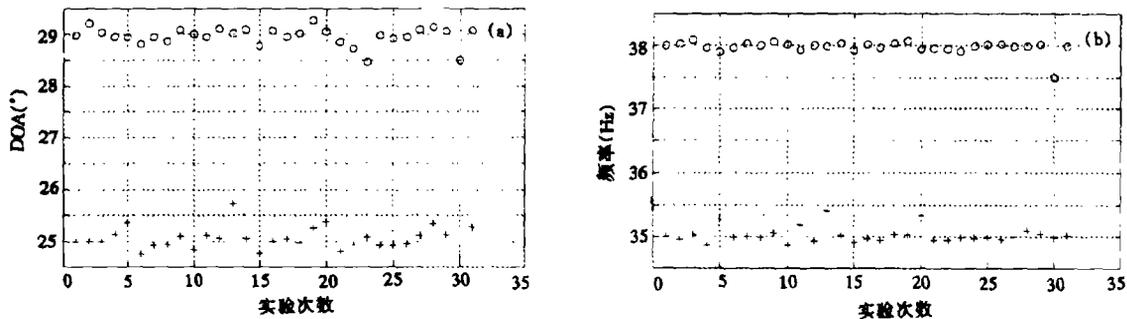


图 3 每次回波复包络有 5% 的起伏时 30 次独立实验 ( $K=130$ ) (o 代表一个目标, + 代表另一个目标)  
 (a) 新方法的 DOA 估计性能, 两个 DOA 的估计方差分别为 0.06141 和 1.057  
 (b) 新方法的频率估计性能, 两个频率的估计方差分别为 0.008554 和 0.1203

## 5 讨论和结论

本文针对方向-频率估计问题, 利用频率, 作为旋转因子, 构成了一种新的 ESPRIT 方法, 它在阵列流形未知的情况下实现方向-频率盲估计, 计算机仿真结果也验证了此方法的有效性。不同时间回波信号复包络有一定起伏时, 本文方法仍有效, 不需象普通二维联合处理方法要求形成空时联合相关矩阵并涉及高维矩阵的复杂的运算。本文方法运算量较小, 与分维处理的运算量相当, 但不需要对方向和频率作配对处理。在阵列信号处理中, 各传感器的一致性难以精确控制。但是, 同一传感器在不同时刻的特性可精确控制。因此, 本文仅假设空域采样有误差, 而时域采样较精确, 而不考虑有误差, 基本符合实际。

另外, 对于非高斯噪声背景以及方向-频率有一维相同, 即存在一维“兼并”问题, 本文方法的性能会有一些的损失。针对这两个问题, 采用高阶统计量改进本文方法, 则问题将得到有效解决, 限于篇幅, 将另文介绍。

## 参 考 文 献

- [1] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation, IEEE Trans. on AP, 1986, AP-34(3): 267-280.

- [2] Ziskind I, Wax M. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection. *IEEE Trans. on ASSP*, 1988, ASSP-36(10): 1553-1560.
- [3] Rockafellar Y, Schultheiss P M. Array shape calibration using sources in unknown locations Part I: far field sources. *IEEE Trans on ASSP*, 1987, ASSP-35(3): 286-299.
- [4] Weiss A J, Fridlander B. Eigenstructure methods for direction finding with sensor gain and phase uncertainties. *Circuits Systems and Signal Processing*, 1990, 9(3): 272-300.
- [5] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameter via rotational invariance technique. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, ASSP-37(7): 984-995.
- [6] Capon J. High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proc. IEEE*, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [7] Sacchini J J, Steedly W M, Moses R L. Two-dimensional Prony modeling and parameter estimation. *IEEE Trans. on SP*, 1993, SP-41(11): 3127-3137.

## BLIND ESTIMATES OF DOA-DOPPLER FREQUENCY WITH UNKNOWN ARRAY MANIFOLD

Liao Guisheng      Bao Zheng

*(Institute of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071)*

**Abstract** A novel blind estimate of direction of arrival (DOA) and Doppler frequency with unknown array manifold is proposed, employing Doppler frequency difference between a successive pulses as rotational parameter. The effectiveness of the new method is confirmed by computer simulations. Compared with the existing two-dimensional frequency estimates, the computation load of the proposed method can be saved greatly.

**Key words** DOA-Doppler frequency estimates, High-resolution array processing, Blind estimates

廖桂生：男，1963年生。副教授，博士，从事阵列信处理、小波变换及其在雷达通信中的应用研究。

保铮：男，1927年生。教授，中科院院士，长期从事雷达系统和检测的研究。