

Rayleigh 商-降采样滤波器在基于调频广播信号的 单站无源定位系统中的应用

赵洪立 吴铁平 保 铮

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

摘 要: 根据基于调频广播信号的无源定位系统中相干脉冲压缩处理的特点, 指出在相关脉冲压缩中进行降采样处理的可行性, 并提出了以信噪比增益最大为评价准则设计降采样滤波器。推导了信噪比增益与降采样滤波器权系数的关系, 给出了采用 Rayleigh 商方法求解给出准则下最优 FIR 滤波器的方法和步骤。仿真实验验证了在相干脉冲压缩中采用 Rayleigh 商-降采样滤波器既降低了计算量又保证了脉冲压缩后的信噪比增益。
关键词: 无源定位, 相干脉冲压缩, 降采样滤波器, Rayleigh 商
中图分类号: TN957.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)04-0566-04

Application of Rayleigh Quotient-Desampling FIR Filter in Passive Location System Using the FM Broadcast Signals

Zhao Hong-li Wu Tie-ping Bao Zheng

(Key Lab. of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract According to the characteristic of coherent pulse compression in the passive location system using the FM broadcast signals, the desampling FIR filter is necessary and feasible. The maximum of SNR after coherent pulse compression is defined as the proper criterion for the design of the desampling filter. The relation of the SNR and the coefficients of the filter adopted is deduced. The steps by the Rayleigh quotient method to obtain the optimal desampling FIR filter are also presented. The results of simulation show that the proposed method achieves good SNR despite its low computation complexity.
Key words Passive location, Coherent pulse compression, Desampling FIR filter, Rayleigh quotient

1 引言

基于调频广播信号的单站无源定位雷达主要利用调频广播信号的直达波与目标反射波的相干脉冲压缩处理(即距离多普勒处理, 如图 1)进行检测和定位。该定位系统与一般相关雷达不同, 由于发射连续波形的随机性, 脉冲压缩后的距离旁瓣和多普勒旁瓣较高, 覆盖范围广, 而且是时变的, 为了降低旁瓣电平, 只有依靠加长信号的长度。信号长度一般取秒级或亚秒级。广播信号平均带宽为 30kHz 左右, 最高瞬时带宽达 50kHz 左右, 采样频率至少达到 0.1MHz 的量级。因此采样后用作相干脉冲压缩的数据长度一般长达几万到几十万点。由于调频广播信号波长较长, 对飞机一类目标所需检测的多普勒区域只有正负 500Hz, 仅为采样频率的 1/100 左右, 因而相干脉冲压缩处理中 FFT 处理有很大的计算冗余。为降低计算量, 可以采用分段平均 FFT 或 Zoom-FFT。分段平均 FFT 是把长数据分段, 每段求平均后作 FFT 来达

到降低计算量的目的, 但会有处理损失。Zoom-FFT^[1,2]是一种无损失的放大镜式的算法, 其计算量比采用直接 FFT 计算量要少, 但是其计算量下降得不多。

图 1 中基准信号和动目标信号的共轭相乘信号因为调频广播信号的特点可以看成是单频信号叠加白噪声。其中的单频信号的频率远低于采样频率, 后面的 FFT 相当于该单频信号的时间积累。而采样频率远高于该单频信号的频率(动目标的多普勒频率), 因此可以考虑应用降采样滤波, 降低计算量。考虑在共轭相乘与 FT 之间插入降采样滤波(如图 2)。

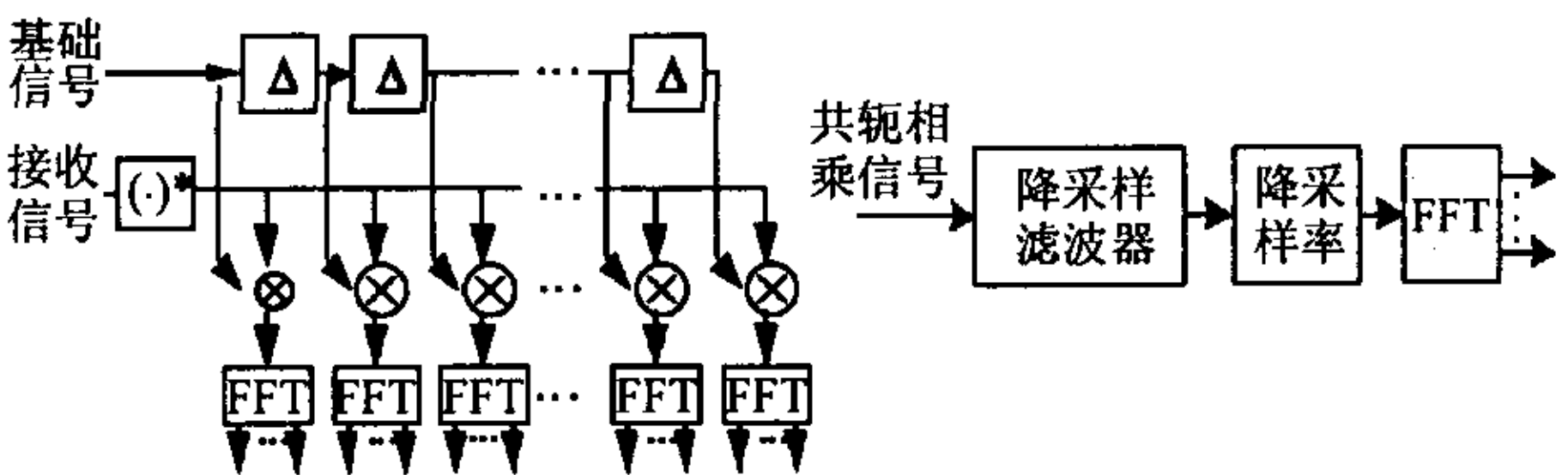


图 1 距离-多普勒
处理方法示意图

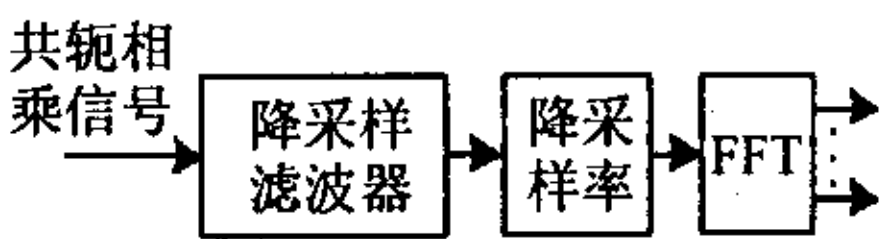


图 2 降采样滤波
FFT 示意图

降采样会造成频谱混叠, 因此需要设计低通滤波器压制非处理带宽的噪声频谱。基于不同的评价准则, 滤波器的设计已有了很多的方法。切比雪夫准则是使滤波器频域响应误差最小的滤波器设计方法^[3]。最小均方误差准则是使得所设计的滤波器与期望滤波器均方误差最小^[4]。混叠能量最小准则是降采样后使得混叠到信号带宽内的能量最小^[5], 可以利用拉格朗日乘子法^[6]实现。而对于本文论述系统的降采样滤波要在保证多普勒通道的观测范围的同时使观测范围内多普勒通道的平均信噪比增益最大(信号峰值功率和噪声旁瓣功率比), 即采用降采样处理的处理损失最小。

2 采用降采样滤波器的相干脉冲压缩处理的平均信噪比增益

相干脉冲压缩处理中: 基准信号的噪声可以忽略、动目标回波信号可以看成是有一定延和多普勒频移的基准信号(恒模的调频信号), 因此在动目标存在的距离单元, 共轭相乘信号可以用一个单频信号叠加白噪声来近似表达, 设为 $s_1(n) + n_1(n)$, 其中 $s_1(n) = e^{j2\pi\xi n}$, ξ 是动目标的多普勒频率, $n_1(n)$ 为白噪声。下面着重分析该单频信号和白噪声通过降采样率滤波再作 FFT 处理(如图 2)后的信噪比增益。

2.1 单频信号和白噪声通过降采样滤波器

设降采样滤波器的冲激相应为 $h(n)$, $n = 0, \dots, L-1$ 。为了分析方便, 假设 $\sum_{n=0}^{L-1} |h(n)|^2 = 1$, 则有

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega = 1 \quad (1)$$

其中 $H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{L-1} h(n)e^{-j\omega n}$ 为该降采样滤波器的频率响应。滤波器输出的信号分量为 $s_2(n) = e^{j2\pi\xi n} H(e^{j\xi})$, 输出信号的峰值功率为 $\gamma \triangleq |H(e^{j\xi})|^2$ 。取 ξ 在通带内时 γ 的平均值作为该滤波器对信号峰值功率的平均增益, 记为

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{2\omega_0} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (2)$$

其中 ω_0 为截止频率, 要求 $\omega_0 < \pi/M$, M 为降采样率。

设白噪声的双边功率谱为 $G_{n_1}(\omega) = N_0/2 = \sigma_{n_1}^2$, 则输出噪声的功率谱为 $G_{n_2}(\omega) = G_{n_1}(\omega) |H(e^{j\omega})|^2$, 其平均功率为

$$\sigma_{n_2}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G_{n_2}(\omega) d\omega = \frac{N_0}{2} \times \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega = \frac{N_0}{2} = \sigma_{n_1}^2 \quad (3)$$

综上可见: 通过降采样滤波器前后信号峰值功率的平均增益为 $\bar{\gamma}$, 由于有式(1)的归一化假设, 噪声的平均功率没有变化, 因此信噪比平均增益为 $\bar{\gamma}$ 。

2.2 降采样滤波器输出的信号分量和噪声分量的降采样

设降采样滤波器的输出信号为 $x_2(n) = s_2(n) + n_2(n) =$

$s_1(n)H(j\xi) + n_2(n)$, 以降采样率 M 抽得

$$x_3(n) = x_2(nM), \quad n \in Z \quad (4)$$

抽取只是使单频信号序列的相位变化加大 M 倍, 对信号的幅度没有改变, 所以信号的峰值功率没有影响。下面分析降采样对噪声分量带来的影响。设以降采样率 M 抽取后的噪声分量为

$$n_3(n) = n_2(nM), \quad n \in Z \quad (5)$$

继而噪声 $n_3(n)$ 的相关函数 $R_{n_3}(n)$ 和噪声 $n_2(n)$ 的相关函数 $R_{n_2}(n)$ 有如下的抽值关系

$$R_{n_3}(n) = R_{n_2}(nM), \quad n \in Z \quad (6)$$

噪声分量 $n_3(n)$ 的功率谱 $G_{n_3}(\omega)$ 和噪声分量 $n_2(n)$ 的功率谱 $G_{n_2}(\omega)$ 有如下的关系:

$$G_{n_3}(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} G_{n_2}\left(k\frac{2\pi}{M} + \frac{\omega}{M}\right) \quad (7)$$

即噪声分量 $n_3(n)$ 的功率谱可由噪声分量 $n_2(n)$ 的功率谱分为 M 段后取平均再拓展得到。

降采样后的噪声分量的平均功率为

$$\sigma_{n_3}^2 = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \int_0^{2\pi/M} G_{n_2}\left(k\frac{2\pi}{M} + \omega\right) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G_{n_2}(\omega) d\omega = \sigma_{n_2}^2 \quad (8)$$

综上可知: 降采样对信号峰值功率没有影响, 使平稳噪声的功率谱叠加, 对平稳噪声的平均功率没有影响。

2.3 降采样后信号分量和噪声分量的 FFT

信号 $x_3(n)$ 所在多普勒通道的信号分量为 $s_4(n) = Ne^{j2\pi M\xi n} H(e^{j\xi})$, 其峰值功率为 $N^2\bar{\gamma}$, N 为 FFT 点数。

第 k 个多普勒通道输出的噪声分量为

$$n_{4k}(n) = \sum_{m=0}^{N-1} n_3(m+n) e^{j2\pi k(N-1-m)/N}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (9)$$

相当于噪声 $n_3(n)$ 通过了冲激相应为 $h_{2k}(n) = e^{j2\pi k(N-1-n)/N}$, $n = 0, \dots, N-1$ 的滤波器, 所以输出噪声 $n_{4k}(n)$ 的功率谱为

$$G_{n_4}(\omega) = G_{n_3}(\omega) |H_{2k}(e^{j\omega})|^2 \quad (10)$$

其中 $|H_{2k}(e^{j\omega})|$ 是上述滤波器的幅频特性。该噪声分量的平均功率为

$$\sigma_{n_{4k}}^2 = \int_{-\pi}^{\pi} G_{n_3}(\omega) |H_{2k}(e^{j\omega})|^2 d\omega / 2\pi \quad (11)$$

令 $H_{2s}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |H_{2k}(e^{j\omega})|^2$, 则 N 个通道的输出噪声分量的平均功率为

$$\begin{aligned} \sigma_{n_4}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_{n_{4k}}^2 = \frac{1}{N} \int_{-\pi}^{\pi} G_{n_3}(\omega) \sum_{k=0}^{N-1} |H_{2k}(e^{j\omega})|^2 d\omega / 2\pi \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} G_{n_3}(\omega) H_{2s}(e^{j\omega}) d\omega / 2\pi \end{aligned} \quad (12)$$

所以输出信号分量的峰值功率和噪声分量的平均功率比为

$$\text{SNR}_1 = N^2 \bar{\gamma} / \sigma_{n_k}^2 \quad (13)$$

不作降采样, 直接作 FFT 所获得的信号分量峰值功率和噪声分量平均功率比为

$$\text{SNR}_2 = \frac{M^2 N^2}{\sigma_{n_k}^2 \int_{-\pi}^{\pi} H_{2s}(e^{j\omega}) d\omega} = \frac{MN}{\sigma_{n_k}^2} \quad (14)$$

采用降采样滤波的相干脉冲压缩处理所获得的信噪比平均增益与直接相干脉冲压缩处理所获得的信噪比平均增益之比为

$$\rho = \frac{\text{SNR}_1}{\text{SNR}_2} = \frac{N \bar{\gamma}}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_{2s}(e^{j\omega}) \sum_{k=0}^{M-1} \left| H \left[e^{j(k \frac{2\pi}{M} + \frac{\omega}{M})} \right] \right|^2 d\omega} \quad (15)$$

ρ 表示了因为降采样引起的信噪比增益损失的程度, 选择适当的 $H(e^{j\omega})$ 可以获得最大的 ρ , 即最小的信噪比增益损失。

3 基于调频广播信号的无源定位系统的相干脉冲压缩中降采样滤波器设计

为选取具有严格线性相位的低通滤波器, 其冲激响应 $h(n)$ 必须是实的偶对称序列, 满足

$$h(n) = h(L-1-n), \quad n=0, \dots, L-1 \quad (16)$$

其中 L 为滤波器长度, 滤波器的幅频响应函数为

当 L 是奇数时,

$$H_a(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{(L-1)/2} a(n) \cos n\omega, \quad a(n) = \begin{cases} h[(L-1)/2], & n=0 \\ 2h[(L-1)/2-n], & n \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

当 L 为偶数时,

$$H_b(e^{j\omega}) = \sum_{n=1}^{L/2} b(n) \cos(n-1/2)\omega, \quad b(n) = 2h(L/2-n) \quad (18)$$

为了方便推导使用权向量表示:

$$\mathbf{X} = \begin{cases} [b(1) \ b(2) \ \dots \ b(L/2)]^T, & L \text{ 为偶数} \\ [a(0) \ a(1) \ \dots \ a((L-1)/2)]^T, & L \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (19)$$

$$\mathbf{S}(\omega) = \begin{cases} [\cos \omega/2 \ \cos 3\omega/2 \ \dots \ \cos(L-1)\omega/2]^T, & L \text{ 为偶数} \\ [1 \ \cos \omega \ \dots \ \cos((L-1)/2)\omega]^T, & L \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (20)$$

FIR 滤波器的幅频响应可以表示为 $H(e^{j\omega}) = \mathbf{X}^T \mathbf{S}(\omega)$, 因此选择 $H(e^{j\omega})$ 也就是选择权向量 $\mathbf{X}$ 。

$$\mathbf{A} = \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \mathbf{S}(\omega) \mathbf{S}^T(\omega) d\omega / (2\omega_0),$$

$$\mathbf{A}_k = \int_{-\pi}^{\pi} H_{2s}(e^{j\omega}) \mathbf{S}(k \frac{2\pi}{M} + \frac{\omega}{M}) \mathbf{S}^T(k \frac{2\pi}{M} + \frac{\omega}{M}) d\omega / (2\pi),$$

$$\mathbf{A}_s = \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{A}_k, \quad \rho \text{ 可以表示为}$$

$$\rho = \frac{\mathbf{N} \mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{X}}{\mathbf{X}^T \mathbf{A}_s \mathbf{X}} \quad (21)$$

易知 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{A}_s$ 都是正定矩阵。要使上式达到最大, 只要 Rayleigh 商 $(\mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{X}) / (\mathbf{X}^T \mathbf{A}_s \mathbf{X})$ 达到最大。由广义特征值的极大极小原理知^[7]: $\mathbf{X}$ 取为矩阵 $\mathbf{A}_s^{-1} \mathbf{A}$ 的最大特征值对应的特征向量时, 该 Rayleigh 商最大。

求最优滤波器系数的步骤可以归纳如下: 计算矩阵 $\mathbf{A}_s^{-1} \mathbf{A}$, 取其最大的特征对应的特征向量 $\mathbf{X}_i$, 由 $\mathbf{X}_i$ 根据式 (19) 求出最优滤波器的系数。

4 实际设计在仿真数据中的应用

仿真信号是基于实录的某调频广播电台的广播信号。实录的该广播信号的直达波数据作为基准信号; 把该信号作多普勒频移 (仿真动目标回波) 后叠加该信号的不同时延 (仿真地物杂波), 最后加入白噪声作为仿真的接收信号。两段信号的采样频率 f_s 均为 100kHz 比较不同降采样滤波器的性能, 选取相同的降采样率为 $M=120$, 降采样后的数据长度均为 256, 即 FFT 的点数也相同。 ω_0 取为 $\pi/300$ 。

直接采用 FFT 获得的峰值旁瓣比为 32.43dB 按降采样率分段平均 FFT 获得的峰值旁瓣比为 29.14dB。图 3 是动目标多普勒频率为 $f_d = 150\text{Hz}$ 时, 采用不同降采样滤波器、不同长度时获得的峰值平均旁瓣功率比。从图 3 中可以看出 Rayleigh 商-降采样滤波的峰值旁瓣比明显高于其他常用的降采样滤波器。为达到相同的峰值旁瓣比, Rayleigh 商-降采样滤波所需的长度远低于其余的降采样滤波器。例如使峰值旁瓣比达到 30dB 降采样滤波器长度为 100, 切比雪夫滤波器长度为 135, Blackman 滤波器长度为 180。

需要指出的是: 上述的仿真中, 动目标的频率为 150Hz, 小于降采样滤波器的截止频率。如果动目标的多普勒频率接近该截止频率, 采用降采样滤波的相关脉冲压缩获得的增益将会下降, 不同的降采样滤波器情况不同。图 4 是动目标多普勒频率为 $f_d = 300\text{Hz}$ 时, 采用不同降采样滤波器、不同长度时获得的峰值平均旁瓣功率比。

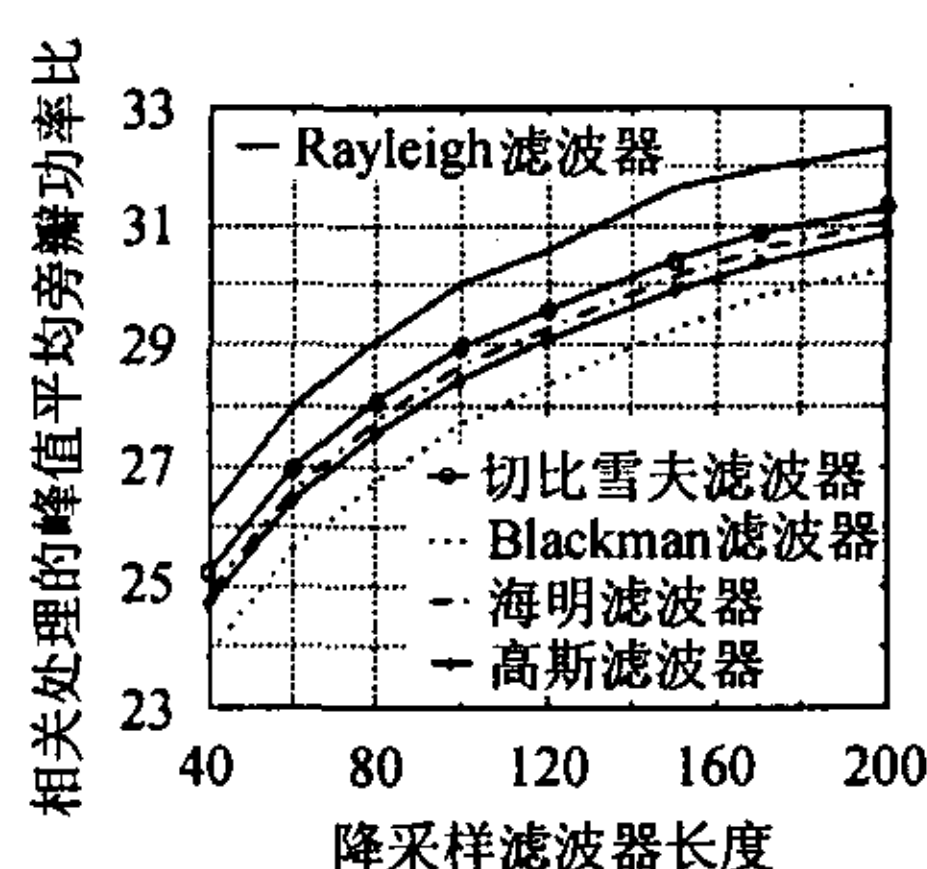


图3 不同情况下相干脉冲压缩的峰值平均旁瓣功率比

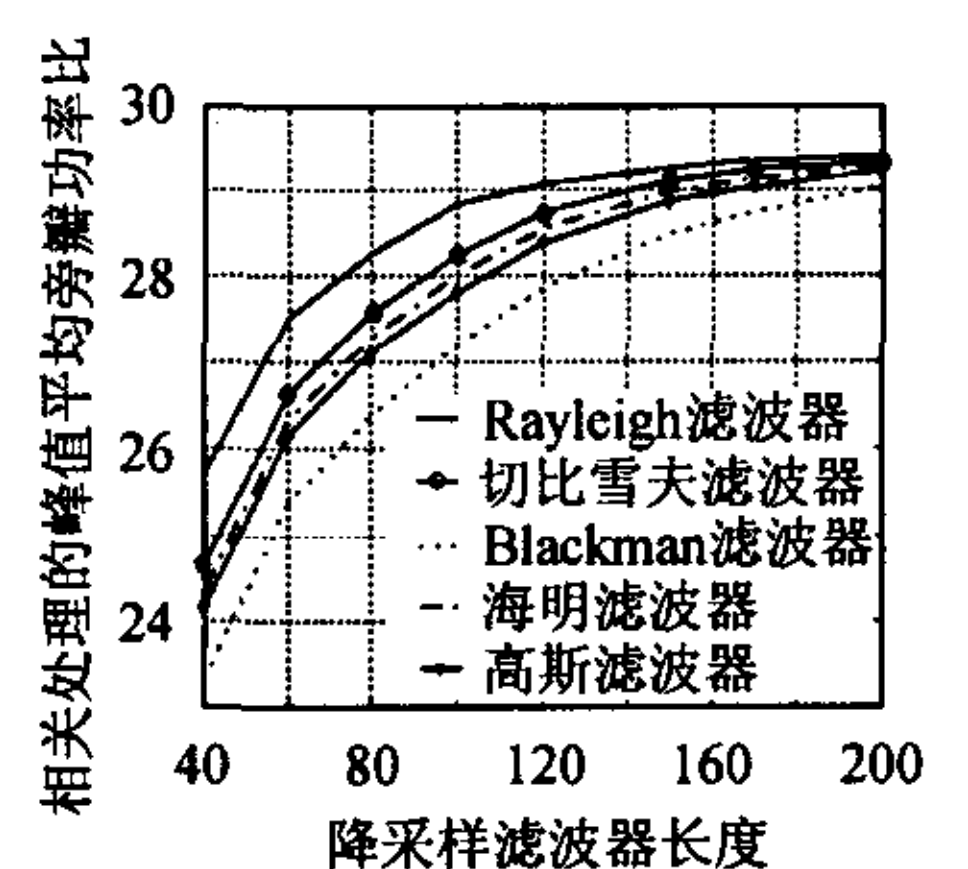


图4 不同情况下相干脉冲压缩的峰值平均旁瓣功率比

从图 4 中可以看出随着滤波器长度的增加,采用不同降采样滤波器的相关处理获得的峰值旁瓣功率比趋于一致。当滤波器长度较长时,获得的增益随滤波器长度增长缓慢。其中 Rayleigh 商-降采样滤波器获得的增益依然高于其他常用滤波器。

从仿真的结果得出:当动目标的频率距离截止频率较远时,在峰值旁瓣比相同的情况下,与其他降采样滤波器相比 Rayleigh 商-降采样滤波器的长度要求更短,具有更少的计算量。综合考虑计算量和处理损失时, Rayleigh 商-降采样滤波是较好的选择。

5 结论

本文分析了降采样滤波对无源定位系统中相干脉冲压缩的信噪比增益的影响,提出了采用 Rayleigh 商方法设计降采样滤波器使相关处理后信号峰值功率与噪声平均旁瓣功率之比最大的方法。通过对几种方法的比较可以看出 Rayleigh 商方法设计的降采样滤波器是有效的。

参 考 文 献

[1] Wang Tien T. The segmented chirp Z-transform and its application in spectrum analysis. *IEEE Trans. on Instrumentation Measurement*, 1990, 39(2): 318 – 323.

[2] YIP P C Y. Some aspects of the zoom transform. *IEEE Trans. on Computers*, 1976, 25(3): 287 – 296.

[3] McClellan J H, Parks T. A unified approach to the design of optimum FIR linear-phase digital filter [J]. *IEEE Trans. on Circuit Theory*, 1973, 20(6): 697 – 701.

[4] Vaidyanathan P P, Nguyen T Q. Eigenfilters: A new approach to least-squares FIR filter design and application including Nyquist filters [J]. *IEEE Trans. on Circuits and Syst*, 1987, CAS-34(1): 11 – 23.

[5] 徐永健, 姜晓光, 王贞松. 拉格朗日乘子法在机载 SAR 成像系统降采样滤波器设计中的应用. *电子学报*, 2000, 28(12): 11 – 14

[6] Medlin G W, Adams J W, Leondes C. Lagrange multiplier approach to the design of FIR filters for multirate applications [J]. *IEEE Trans. on Circuits and Syst.*, 1988, 35(10): 1210 – 1219.

[7] 程云朋. 矩阵论(第二版). 西安: 西北工业大学出版社, 2000: 265 – 276.

赵洪立: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向: 信号检测与估值、无源定位等.

吴铁平: 男, 1963 年生, 高级工程师, 研究方向: 雷达信号处理

保 铮: 男, 1927 年生, 教授(院士), 研究方向: 雷达信号处理与雷达系统.