

带铁心任意形状偏转器磁场的计算*

谢志行 林文彬 沈庆垓

(浙江大学, 杭州)

摘要 本文将文献[1]的分析方法推广到带铁心的偏转器, 绕组形状可以是任意的, 如子午绕组、非子午绕组、鞍形、环形或扇形等。对铁心与绕组之间有一定间隙的情况, 提出了计算偏转场的一种新的表示式, 并用高斯-切比雪夫积分式对积分方程离散求解。最后用 COTY GE-14 彩显管偏转器的解剖数据验证。

关键词 电子光学; 磁偏转器; 任意形状绕组

一、引言

带铁心偏转器磁场的计算, 近年来受到人们的关注, 做了不少的工作^[2-4]。但这些工作局限于子午绕组, 结果往往用勒让德函数表示。文献[1]对空心非子午绕组作了分析计算, 突破了对绕组形状的限制。本文将文献[1]的分析方法推广到带铁心的偏转器, 结果用超几何函数表示。它具有下列特点: 1. 适用于任意形状的偏转器, 如子午绕组、非子午绕组、鞍形、环形或扇形等。2. 用统一的式子给出了场的所有谐波分量的解析式, 表达式适用于整个场域, 包括轴上和轴外空间。3. 所定义的超几何函数在整个场域空间中收敛, 可以用级数计算, 方法简便, 精度易于控制。4. 计算前可将形如 $\sum C_n^a B(a, b) F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ 的函数制出数表, 计算中结合插值子程序的调用, 可以大大提高计算速度和精度。

二、积分方程的建立

偏转场空间磁标位 $\Phi(\mathbf{r})$ 可写成:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi^{(\sigma)}(\mathbf{r}) + \Phi^{(a)}(\mathbf{r}) \quad (1)$$

其中上标“ σ ”表示铁心表面磁荷产生的量, “ a ”表示线圈本身产生的量。 $\Phi^{(\sigma)}$ 和 $\Phi^{(a)}$ 还可写成水平场(以符号“ H ”表示)和垂直场(以符号“ V ”表示)的叠加:

$$\Phi^{(\sigma)}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} [\Phi_n^{(\sigma,H)}(r, z) \sin n\theta + \Phi_n^{(\sigma,V)}(r, z) \cos n\theta] \quad (2)$$

$$\Phi^{(a)}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} [\Phi_n^{(a,H)}(r, z) \sin n\theta + \Phi_n^{(a,V)}(r, z) \cos n\theta] \quad (3)$$

用带撇“'”的符号表示源点量, 不带撇的符号表示场点量。全部推导在柱坐标系中进行

* 1988年3月1日收到。

行。

图 1 表示磁体某一段的表面形状。用函数 $r_c(z')$ 表示表面上源点的径向坐标。还可设置一个局部弧长变量 l' , 表面形状函数也可表示为 $r_c(l')$ 。这两种表示方式是等效的。表面磁荷 $\sigma(r')$ 产生的场为

$$\Phi^{(\sigma)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{s'} \sigma(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds' \quad (4)$$

其中格林函数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = [r^2 + r_c^2 - 2rr_c \times \cos(\theta - \theta') + (z - z')^2]^{-1/2} \quad (5)$$

$\sigma(\mathbf{r}')$ 包含水平场和垂直场两个部分。

$$\sigma(\mathbf{r}') = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} [\sigma_m^{(H)}(z') \sin m\theta' + \sigma_m^{(V)}(z') \cos m\theta'] \quad (6)$$

图 1 磁体第 μ 段表面形状

将 (5), (6) 两式代入 (4) 式, 再用求傅里叶谐波分量的方法, 得到

$$\Phi_n^{(\sigma,H)}(r, z) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \int_0^{b_\mu} r_c dl' \int_0^{2\pi} \sin n\theta d\theta \times \int_0^{2\pi} \frac{(\sigma_m^{(H)} \sin m\theta' + \sigma_m^{(V)} \cos m\theta') d\theta'}{[r^2 + r_c^2 - 2rr_c \cos(\theta - \theta') + (z - z')^2]^{1/2}} \quad (7)$$

$$\Phi_n^{(\sigma,V)}(r, z) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \int_0^{b_\mu} r_c dl' \int_0^{2\pi} \cos n\theta d\theta \times \int_0^{2\pi} \frac{(\sigma_m^{(H)} \sin m\theta' + \sigma_m^{(V)} \cos m\theta') d\theta'}{[r^2 + r_c^2 - 2rr_c \cos(\theta - \theta') + (z - z')^2]^{1/2}} \quad (8)$$

式中 b_μ 是磁体第 μ 段表面的弧长(磁体可以包含若干段表面)。利用正交函数的关系

$$\int_0^{2\pi} \sin n\theta \sin m(\theta + \alpha) d\theta = \int_0^{2\pi} \cos n\theta \cos m(\theta + \alpha) d\theta = \begin{cases} \pi \cos n\alpha, & (n = m) \\ 0, & (n \neq m) \end{cases} \quad (9)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos n\theta \sin m(\theta + \alpha) d\theta = \int_0^{2\pi} \sin n\theta \cos m(\theta + \alpha) d\theta = 0, n, m = 1, 3, 5 \dots \quad (10)$$

经过整理, 得到第 n 次谐波磁标位 $\Phi_n^{(\sigma,H)}$ 和 $\Phi_n^{(\sigma,V)}$ 的统一形式为

$$\Phi_n^{(\sigma)}(r, z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{b_\mu} r_c \sigma_n dl' \int_0^{2\pi} \frac{\cos n\alpha d\alpha}{[r^2 + r_c^2 - 2rr_c \cos \alpha + (z - z')^2]^{1/2}} \quad (11)$$

(11) 式的积分计算见附录 I, 结果为

$$\Phi_n^{(\sigma)}(r, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{b_\mu} \sigma_n \frac{r_c}{q} \left[\sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + \frac{3}{2}\right) \times F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, n + 1, \frac{4rr_c}{q^2}\right) \right] dl' \quad (12)$$

式中 $q^2 = (r_c + r)^2 + (z - z')^2$, C_{2n}^{2k-2} 为组合数, B 为 Beta 函数, F 为超几何函数。

设 $\mathbf{r}_c$ 为非饱和铁心表面任一点的位置矢量。等势体表面磁荷 $\sigma(\mathbf{r}')$ 所满足的积分

方程为

$$\Phi^{(\sigma)}(r_c) + \Phi^{(a)}(r_c) = 0 \quad (13)$$

第 n 次谐波分量 $\sigma_n(z')$ 所满足的积分方程为

$$\Phi_n^{(\sigma, H)}(r_c, z_c) + \Phi_n^{(a, H)}(r_c, z_c) = 0 \quad (14)$$

$$\Phi_n^{(\sigma, V)}(r_c, z_c) + \Phi_n^{(a, V)}(r_c, z_c) = 0, \quad n = 1, 3, 5 \dots \quad (15)$$

三、积分方程的离散求解

任一形状复杂的磁偏转器铁心表面, 例如彩色显象管铁心(图 2), 都可分为两类: 一类表面是垂直于轴的直线段, 称为 b 类, 如图 2 中的 3, 6, 9; 另一类包括其他一切形状, 统称为 a 类。对于 b 类表面,

$$r_c = \frac{dr_c(z')}{dz'} \rightarrow \infty.$$

对于 a 类表面, 将

$$dl' = \sqrt{1 + r_c^2} dz'$$

代入 (12) 式, 得

$$\Phi_n^{(\sigma)}(r, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} \sigma_n(z') r_c(z') dz'$$

$$[1 + r_c(z')^2]^{1/2} \frac{1}{q_1} \left[\sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} \right.$$

$$\times B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + \frac{3}{2}\right) F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, n + 1, \frac{4rr_c}{q_1^2}\right) \Big] dz' \quad (16)$$

式中, $q_1^2 = (r + r_c)^2 + (z - z')^2$, z_1, z_2 分别是 a 类表面起点与终点的轴向坐标。

对于 b 类表面, 由 (12) 式得

$$\begin{aligned} \Phi_n^{(\sigma)}(r, z) = & -\frac{1}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r' \sigma_n(r') \frac{1}{q_2} \left[\sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + \frac{3}{2}\right) \right. \\ & \times F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, n + 1, \frac{4rr'}{q_2^2}\right) \Big] dr' \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $q_2^2 = (r + r')^2 + (z - z')^2$, r_1, r_2 分别是 b 类表面起点与终点的径向坐标, 且 z' 为定值。

设铁心表面共分 M 段, 其中 M_1 段属 a 类表面, M_2 段属 b 类表面。由场的叠加性可得

$$\begin{aligned} \Phi_n^{(\sigma)}(r, z) = & -\frac{1}{2\pi} \sum_{\mu=1}^{M_1} \int_{z_1^{(\mu)}}^{z_2^{(\mu)}} [r_c^{(\mu)} (1 + r_c^{(\mu)})^{1/2} \sigma_n^{(\mu)}(z')] \left[\sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k+1} \right. \\ & \times C_{2n}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + \frac{3}{2}\right) F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, n + 1, \frac{4rr_c^{(\mu)}}{q_1^{(\mu)2}}\right) \end{aligned}$$

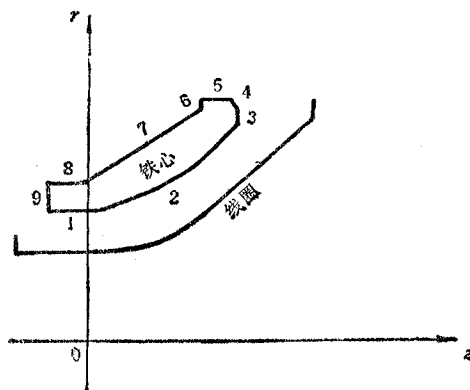


图 2 彩色显象管的磁体表面形状

$$\times F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, n + 1, \frac{4rr'_i}{q_i^2}\right) \frac{1}{q_i}\} \quad (28)$$

式中 $q_i^2 = (r + r'_i)^2 + (z - z'_i)^2$.

积分方程 (14) 和 (15) 式可离散为

$$\Phi_{nj}^{(a)} = \sum_{i=1}^L C_{ij} \tau_{ni}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, L \quad (29)$$

式中 $L = \sum_{\mu=1}^M N^{(\mu)}$ 为铁心表面设置的磁荷总数. 在列出系数矩阵 C_{ij} 的计算式以前, 先讨论奇点的处理问题.

当 $r \rightarrow r_i$ 时, (28) 式出现奇点, 此时 $\frac{4rr'_i}{q_i^2} \rightarrow 1$.

$$\text{令} \quad v = \frac{4rr'}{q^2} = \frac{4rr'}{(r + r')^2 + (z - z')^2} \quad (30)$$

将 (23), (24) 两式代入 (30) 式, 取二级近似, 得

$$1 - v = \begin{cases} \left(\frac{z_2^{(\mu)} - z_1^{(\mu)}}{4r_c^{(\mu)}}\right)^2 (t - t')^2 (1 + r_c^{(\mu)^2}) & (a \text{ 类表面}) \\ \left(\frac{r_2^{(\mu)} - r_1^{(\mu)}}{4r'}\right)^2 (t - t')^2 & (b \text{ 类表面}) \end{cases} \quad (31)$$

利用以下关系式.

$$\lim_{v \rightarrow 1} F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, n + 1, v\right) = \begin{cases} \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(n-k+1)}{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(n - k + \frac{3}{2}\right)}, & (k = 1, 2, 3, \dots, n) \\ -\frac{1}{B\left(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)} \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) + \Psi\left(n + \frac{1}{2}\right) \right. \\ \quad \left. - 2\Psi(1) + \ln(1-v) \right], & (k = n + 1) \end{cases} \quad (32)$$

式中, $n = 1, 3, 5, 7, \dots$; $\Gamma(x)$ 为 Gamma 函数; $\Psi(x) = \frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}$, 为 Gamma 函数的对数微商^[5].

根据文献[6],

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t'^2}} \ln |t' - t| dt' = -\pi \ln 2, \quad (-1 \leq t \leq 1) \quad (33)$$

即可解决奇点问题.

最后, 得到 (29) 式的系数矩阵如下:

当 $i \neq j$ 时,

$$C_{ij} = - \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k+1} C_{in}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + \frac{3}{2}\right) F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, n + 1, \frac{4r'_i r'_j}{q_{ij}^2}\right) \frac{1}{q_{ij}} \quad (34)$$

式中 $q_{ij} = (r'_i + r'_j)^2 + (z'_i - z'_j)^2$.

当 $i = j$ 时, 由附录 II 得

$$C_{ii} = \frac{1}{2r'_i} (A_n + Q + P + G) \quad (35)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} A_n &= - \sum_{k=1}^n \left[\frac{1}{k - \frac{1}{2}} + (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} B \left(k - \frac{1}{2}, n - k + 1 \right) \right] \\ Q &= 4(\ln 2 + 1) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m \left(m + \frac{1}{2} \right)} \\ P &= 2 \left(N^{(\mu)} \ln 2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N^{(\mu)}} \ln |z'_j - z'_i| \right) \\ G &= \begin{cases} 2 \ln \left(\frac{z_2^{(\mu)} - z_1^{(\mu)}}{r'_i} \right) + \ln [1 + r_c^{(\mu)} (z'_i)^2], & (a \text{ 类表面}) \\ 2 \ln \left(\frac{r_2^{(\mu)} - r_1^{(\mu)}}{r'_i} \right), & (b \text{ 类表面}) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

线性代数方程组 (29) 式的系数矩阵 $[C_{ij}]$ 是正定、对称的, 可以用稳定的改进平方根法或有良好收敛性和稳定性的超松弛迭代法求解. (14), (15) 两式中的 $\Phi_n^{(a)}$ 已在文献 [1] 中给出.

解 (14)、(15) 式可以求得磁体表面的约化磁荷密度, 代入 (28) 式, 就得到由铁心产生的任一场点的磁标位的第 n 次谐波分量, 进而可得到铁心对场参数的贡献. 由附录 III 有

$$H_0(z) = - \frac{\pi}{2} \sum_{i=1}^M \left[\sum_{j=1}^{N^{(\mu)}} \frac{r'_j}{q_{i0}^3} \tau_1(r'_i, z'_j) \right] \quad (37)$$

$$H_2(z) = - \frac{3\pi}{16} \sum_{i=1}^M \left\{ \sum_{j=1}^{N^{(\mu)}} \frac{r'_j}{q_{i0}^7} [(5r_i'^2 - 4q_{i0}^2) \tau_1(r'_i, z'_j) + 5r_i'^2 \tau_3(r'_i, z'_j)] \right\} \quad (38)$$

式中 $q_{i0}^2 = r_i'^2 + (z - z'_i)^2$.

绕组产生的场参数已由文献 [1] 给出.

四、计算结果与实测值的比较

图 3 是从彩显管 COTY GE-14'' 行扫描偏转器测得的绕组角向分布, 作为计算模型的初值. 图 4 是根据这组数据计算得到的 H_0 和 H_2 与实测值的比较. 结果表明, 数据分布规律两者是吻合的.

与文献 [1] 的结果相对比, 计算与实测的吻合程度不如前者理想. 主要原因在于线圈排列的整齐程度两者差别很大. 文献 [1] 的线圈是作者自己手工绕制的, 绕得比较细

心,而且圈数不多,容易排列整齐。但本文中的线圈取自工厂大量生产的成品,而且圈数很多。肉眼观察,已可看出各圈导线弯曲、倾斜和交叉等现象十分明显,而且层数较多,各层导线的位置很难精确区分。在不同的轴向位置上,匝数角向分布有明显差异,而图 3 是在某一截面上测出的,所以这种绕组的计算结果与实测值相差较大。

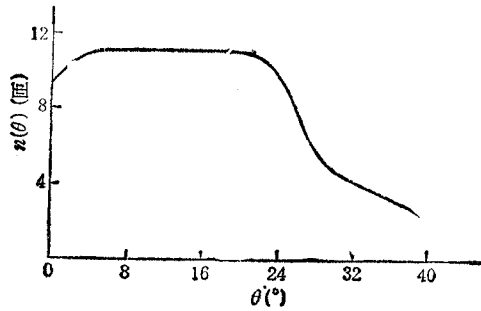


图 3 彩显管 COTY GE-14'' 行扫描偏转器的绕组分布

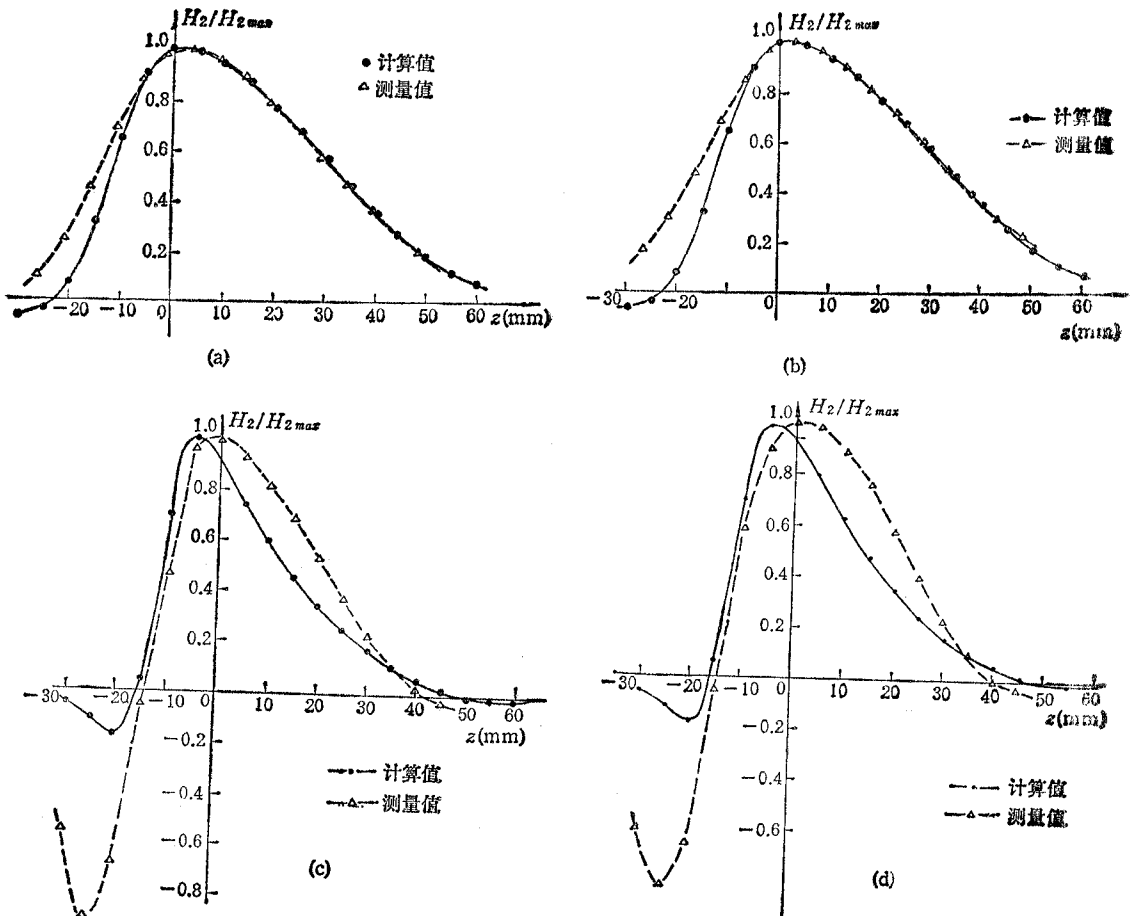


图 4 彩显管 COTY GE-14'' 行扫描偏转器的场参数

(a) 空心线圈的场参数 H_0 , (b) 铁心线圈的场参数 H_0 , (c) 空心线圈的场参数 H_z , (d) 铁心线圈的场参数 H_z

附 录 I

计算积分

$$A = \int_0^{2\pi} \frac{\cos n\alpha d\alpha}{[r^2 + r_c^2 - 2rr_c \cos \alpha + (z - z')^2]^{1/2}} \quad (\text{A1})$$

由文献[1]可得

$$\cos 2n\theta = \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} \cos^{2n-2k+2}\theta \sin^{2k-2}\theta \quad (\text{A2})$$

将 (A2) 代入 (A1), 并令 $\alpha = \pi - 2\theta$, $t = \sin^2\theta$, 则

$$\begin{aligned} A &= -2 \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} \int_0^1 \frac{(1-t)^{n-k+\frac{1}{2}} t^{k-\frac{3}{2}}}{q \left(1 - \frac{4rr_c}{q^2} t\right)^{1/2}} dt \\ &= -2 \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + \frac{3}{2}\right) \\ &\quad \times F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, n + 1, \frac{4rr_c}{q^2}\right) \cdot \frac{1}{q} \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

式中,

$$q^2 = (r + r_c)^2 + (z - z')^2 \quad (\text{A4})$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad (\text{A5})$$

$B(a, b)$ 为 Beta 函数, $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ 为超几何函数^[9].

附 录 II

由 (25) 式和 (31)–(33) 式可得

$$\begin{aligned} C_{ii} &= -\frac{1}{2r'_i} \left\{ \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + \frac{3}{2}\right) \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(n-k+1)}{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(n - k + \frac{3}{2}\right)} \right. \\ &\quad + G - 4\ln 2 + \Psi\left(\frac{1}{2}\right) + \Psi\left(n + \frac{1}{2}\right) - 2\Psi(1) - 2N^{(\mu)} \ln 2 \\ &\quad \left. - 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N^{(\mu)}} \ln |z'_j - z'_i| \right\} \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

式中,

$$G = \begin{cases} 2\ln\left(\frac{z_2^{(\mu)} - z_1^{(\mu)}}{r'_i}\right) + \ln[1 + r_c^{(\mu)}(z'_i)^2], & (a \text{ 类表面}) \\ 2\ln\left(\frac{r_2^{(\mu)} - r_1^{(\mu)}}{r'_i}\right), & (b \text{ 类表面}) \end{cases} \quad (\text{A7})$$

利用下列关系式:
$$\Psi(z) = \Psi(1) - \frac{1}{z} + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m+z}\right) \quad (\text{A8})$$

$$\Psi(z+n) = \Psi(z) + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{z+k} \quad (\text{A9})$$

$$\text{则} \quad 2\Psi(1) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(n + \frac{1}{2}\right) = 4 - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k - \frac{1}{2}} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m(m+1/2)} \quad (\text{A10})$$

$$\begin{aligned} \text{而} \quad & \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + \frac{3}{2}\right) \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(n-k+1)}{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(n - k + \frac{3}{2}\right)} \\ &= \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + 1\right) \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

将 (A10), (A11) 代入 (A6), 得

$$C_{ii} = \frac{1}{2r_i'} (A_n + Q + P - G) \quad (\text{A12})$$

$$\text{式中,} \quad A_n = - \sum_{k=1}^n \left[\frac{1}{k - \frac{1}{2}} + (-1)^{k+1} C_{2n}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, n - k + 1\right) \right] \quad (\text{A13})$$

$$Q = 4(\ln 2 + 1) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m\left(m + \frac{1}{2}\right)} \quad (\text{A14})$$

$$P = 2\left(N^{(\mu)} \ln 2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N^{(\mu)}} \ln |z_j' - z_i'|\right) \quad (\text{A15})$$

附 录 III

由 (28) 式,

$$\begin{aligned} \Phi_1(r, z) = & - \sum_{\mu=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^{N^{(\mu)}} r_i(r_i', z_i') \left[\sum_{k=1}^2 (-1)^{k+1} C_{2k}^{2k-2} B\left(k - \frac{1}{2}, \frac{5}{2} - k\right) \right. \right. \\ & \left. \left. \times F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, 2, \frac{4rr_i'}{q_i^2}\right) \frac{1}{q_i} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

式中,

$$q_i^2 = (r + r_i')^2 + (z - z_i')^2 \quad (\text{A17})$$

经过计算和整理, 得

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{q_i} F\left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, 2, \frac{4rr_i'}{q_i^2}\right) \right\}_{r=0} = \begin{cases} -\frac{r_i'}{2q_{i0}^2} & (k=1) \\ +\frac{r_i'}{2q_{i0}^2} & (k=2) \end{cases} \quad (\text{A18})$$

最后得
$$H_0(z) = - \frac{\partial \Phi_1(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=0} = - \frac{\pi}{2} \sum_{\mu=1}^M \left[\sum_{i=1}^{N(\mu)} \frac{r'_i}{q_{i0}^3} \cdot \tau_1(r'_i, z'_i) \right] \quad (\text{A19})$$

式中,
$$q_{i0}^2 = i_i'^2 + (z - z'_i)^2 \quad (\text{A20})$$

由(28)式还可得

$$\begin{aligned} \Phi_3(r, z) = & - \sum_{\mu=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^{N(\mu)} \tau_3(r'_i, z'_i) \left[\sum_{k=1}^4 (-1)^{k+1} C_6^{2k-2} B \left(k - \frac{1}{2}, \frac{9}{2} - k \right) \right. \right. \\ & \left. \left. \times F \left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, 4, \frac{4rr'_i}{q_i^2} \right) \frac{1}{q_i} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A21})$$

经过计算整理,得

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^4 (-1)^{k+1} C_6^{2k-2} B \left(k - \frac{1}{2}, \frac{9}{2} - k \right) \\ & \left\{ \frac{\partial^3}{\partial r^3} \left[F \left(\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, 4, \frac{4rr'_i}{q_i^2} \right) \cdot \frac{1}{q_i} \right] \Big|_{r=0} \right\} = - \frac{15\pi}{r} \frac{r_i^3}{q_{i0}^7} \end{aligned} \quad (\text{A22})$$

最后得
$$H_2(z) = - \frac{3\pi}{16} \sum_{\mu=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^{N(\mu)} \frac{r'_i}{q_{i0}^7} [(5r_i'^2 - 4q_{i0}^2)\tau_1(r'_i, z'_i) + 5r_i'^2\tau_3(r'_i, z'_i)] \right\} \quad (\text{A23})$$

参 考 文 献

- [1] 沈庆垓, 林文彬, 谢志行, 电子科学学刊, **12** (1990)1, 47—56.
- [2] D. M. Fye, *J. Appl. Phys.* **50** (1979), 17—22.
- [3] 谢志行, 黄达谄, 沈庆垓, 电子科学学刊, **9** (1987), 17—27.
- [4] B. B. Dasgupta, *RCA Rev.*, **44** (1983), 404—423.
- [5] 王竹溪, 郭敦仁, 特殊函数概论, 科学出版社, 1979.
- [6] HA Van Hoof, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, **13** (1980), 1081—1089.

COMPUTATION OF THE MAGNETIC FIELD PRODUCED BY DEFLECTORS OF ARBITRARY SHAPE WITH FERROMAGNETIC SHIELD

Xie Zhixing Shen Qinggai Lin Wenbin

(Zhejiang University, Hangzhou)

Abstract The analysis method used in the previous paper by the authors^[1] is extended to the magnetic deflectors with ferromagnetic shield. The shape of the deflector winding may be arbitrary. It may be radial or non-radial, saddle, toroidal or fan-shape, etc.. A set of new expressions for the deflection field is suggested for the case where the windings are spaced by a gap from the shield. The integral equations are solved by Gauss-Chebyshev quadrature. The computation results are checked with the values measured from a deflector of CRT COTY GE-14".

Key words Electron optics; Magnetic deflector; Arbitrary shape winding