

应用 FDTD/MP 方法计算波导加载谐振器的复谐振频率¹

马积福 丁耀根 宋文森

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘 要 应用 FDTD 结合 MP 的方法计算了波导加载谐振器的谐振频率和品质因数。与 FDTD/DFT 方法比较, 这种方法减少了对 FDTD 运行时间的需求, 并且提高了数值精度。与 FDTD/Prony 方法比较, 其优点是计算效率高, 对噪声的敏感小。文中以计算实例说明了算法的有效性。

关键词 波导加载谐振腔, 谐振腔, FDTD/MP

中图分类号 TN815

1 引言

在高功率微波管和线性加速器中, 波导加载谐振腔是一类重要的微波部件, 求解波导加载谐振腔的谐振频率 (f_r) 和品质因数 (本文只考虑外载耦合下的外部品质因数, 简记为 Q) 可采用数值方法^[1-3]。其中文献 [1,2] 属频域方法, 能较好地求解谐振腔基模的解; 文献 [3] 将用于封闭腔体或屏蔽结构分析的 FDTD/DFT (Finite-Difference Time-domain/Discrete Fourier Transform) 方法扩展应用到外载传输线的谐振腔上, 使得可以较为简单和直接地求解波导加载谐振腔的多模谐振参数。然而 FDTD/DFT 方法需要较长的 FDTD 运行时间, 同时当耦合口变大时, 数值精度并不令人满意。

FDTD 结合谱估计的方法是减少 FDTD 运行时间需求的有效途径。如 MUSIC 方法^[4] 被用以估计正弦波的频率, Prony^[5] 方法 (SVD-Prony 方法的简记) 用以估计衰减振荡的复频率。本文采用 FDTD/MP 用以求解波导加载谐振腔的复谐振频率。MP (矩阵束方法 Matrix Pencil Method, 简记为 MP) 是一种广义的束函数估计方法, 最近被用来求解波导中的散射参数^[6]。本文侧重于波导加载谐振腔的复谐振频率的求解。

2 算法

2.1 FDTD 方法 FDTD 方法的详细方程从略。图 1 示出研究波导加载谐振腔结构的 FDTD 设置。问题对象由腔体及其输出波导组成, 波导为无限长, 用吸收边界条件 (A.B.C.) 截断。 S_a 为入射波源平面, 对 S_a 以左的部分研究其时变边值问题 (图中所有壁为完纯导体)。当具有一定横向场分布的脉冲波 (E_y) 从波导入射腔体时, 时变边值起了激励作用, 在腔体内激励起振荡。由于入射波时宽有限, 经短暂时间后, 腔内可呈现自由衰减振荡。对时域序列作谱分析即可得出频域参数。

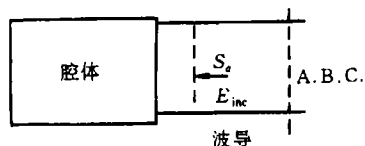


图 1 波导加载谐振腔结构的 FDTD 设置

吸收边界条件 (A.B.C.) 的吸收性能直接影响计算的精度。本文采用 Berenger 的 PML 技术^[7], 基本满足要求。入射波选择为调制高斯脉冲:

$$E_y^{\text{inc}} = e^{-(t-t_0)^2/T^2} \sin(2\pi f_0 t) \sin(m\pi x/a), \quad (1)$$

其中 f_0 为载波频率, m 表示 x 方向上场的半波长数, t_0, T 为高斯脉冲的参数。

当复谐振频率 $\omega_r = \alpha + j\omega$ 求出后, 可得 Q :

¹ 1997-12-10 收到, 1998-10-04 定稿

$$Q = \omega/2\alpha, \quad (2)$$

其中 ω 是振荡频率, α 是衰减系数。

2.2 MP 方法 以 y_k 表示 FDTD 求出的某一场分量的瞬态序列, 它可以表示为

$$y_k = x_k + n_k = \sum_{t=1}^M b_t Z_t^k + n_k, \quad (3)$$

其中 $k = 0, 1, \dots, N-1$ 是时间步, M 是模式数目, 也即极点数目, $Z_t = e^{(\alpha t + j\omega t)\Delta t}$ 是待求极点, Δt 是时间步长, b_t 是无噪声信号 x 的留数, n_k 表示附加噪声。

定义矩阵 $Y_{i(N-L) \times L} = [y_{L+i-1}, y_{L+i-2}, \dots, y_i]$, $i = 0, 1$, 其中矢量 y_t (长度为 $N-L$) 为 $y_t = [y_t, y_{t+1}, \dots, y_{N-L+t-1}]^T$, T 表示转置。MP 方法的主要结论是将求极点的方程转化为求解一非对称的 $M \times M$ 矩阵的本征问题:

$$\begin{aligned} (Z - z_t I)p_t &= 0, \\ Z &= D^{-1}U_0^H Y_1 V_0, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 D 是包含 Y_0 的 M 个最大的奇异值的对角矩阵, U_0 和 V_0 分别是 U 和 V 的缩减矩阵 (reduced matrix), 而 U 和 V 分别是 Y_0 的奇异值分解 (SVD) 出的矩阵。

在应用估计方法之前, 需要进行预处理, 其目的是减少数据中的极点数, 使估计在所需的范围内进行; 减少数据量, 以提高运算速度。前者可采用低通或带通数字滤波器, 本文采用有限长加窗式数字低通滤波器。后者采用的方法是对过密的 FDTD 数据重新采样, 形成较短的时间序列, 采样率 N_s 的选取应使其满足采样定理, 即 $N_s = (f_s/2)/f_{\max}$, 这里 $f_s = 1/\Delta t$ 而 $f_{\max}$ 是 FDTD 中对应最小波长为 10Δ 的最高频率。

在应用估计方法时, 需要两个参数: 数值序列长度 N 和矩阵参数 (matrix parameter) L , N 的选取应小于或等于重采样后序列的长度, 其取值越小, 估计运算的速度越快, 但是数据量小到一定数值时就无法估计出一定精度的结果了。 L 的选取应为 $0.3 - 0.5N$ 之间 [6], 本文的计算表明取 L 在 $0.4-0.5N$ 时得出的结果最佳。

3 计算结果

对图 2 所示的 3-D 矩形结构 (在一端短路的矩形波导中对称放置一导电窗片构成) 进行计算。与文献 [1,3] 中一样, 窗片厚度取为 0, 腔的尺寸是 $a=22.86\text{mm}$, $b=4.572\text{mm}$, $c=a$ 。该腔体封闭时较低三个谐振频率是: 9.279GHz (TE_{101}), 14.672GHz (TE_{102}), 20.749GHz (TE_{103})。表 1 示出分别用 FDTD/MP, FDTD/Prony 和 FDTD/DFT 当耦合口 $d/a=0.3$ 到 0.7 时, 计算出的谐振腔的前三个较低模式的谐振频率和外 Q 值, 表中同时列出用 KY 法计算出的腔体基模的结果, 作为比较的标准。计算时取 $\Delta y = \Delta z = 1.143\text{mm}$, $\Delta x = \Delta y/2$, N_{pm} (PML 层数) $= 20\Delta z$, D (耦合口到 PML 的距离) $= 30\Delta z$ 。FDTD/DFT 中的计算参数除了 $\Delta x = \Delta y$ 外, 与前两者相同。

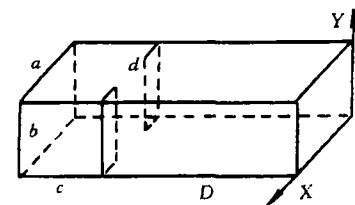


图 2 波导加载谐振腔

FDTD 运行一次的时间约为 70min, 用 MP 做估计的时间则很短 (一般不超过 5min), 所以下面对时间的比较都是就所需要的 FDTD 运行时间而言的。因为多模频域信息由一次 FDTD 得出, 所以下面得出的结论对高次模和低次模是一样的。

表 1 各种方法得出的波导加载谐振腔的 f_r 和 Q 值的比较

耦合口 (d/a)	FDTD/MP		FDTD/Prony		FDTD/DFT ^[3]		KY method ^[2]	
	f_r (GHz)	Q	f_r (GHz)	Q	f_r (GHz)	Q	f_r (GHz)	Q
0.3	9.094	225.43	9.094	226.65	9.131	272.64	9.100	216.25
	14.147	60.86	14.147	60.86	14.249	85.61		
	19.612	23.87	19.614	24.01	19.766	26.07		
0.4	8.936	62.65	8.937	63.03	8.988	76.52	8.947	62.69
	13.808	19.13	13.808	19.13	13.916	23.52		
	19.122	10.14	19.126	10.23	19.204	10.94		
0.5	8.735	24.05	8.736	24.21	8.764	22.96	8.745	23.99
	13.502	9.08	13.502	9.08	13.616	9.27		
	18.783	6.29	18.806	6.38	18.857	5.60		
0.6	8.504	11.48	8.517	11.60	8.591	11.71	8.503	11.14
	13.267	5.28	13.248	5.27	13.562	5.56		
	18.262	4.69	18.545	5.15	18.798	...		
0.7	8.226	6.69	8.557	6.43	8.490	6.511	8.218	5.82
	13.130	3.88	12.941	3.50	13.627	3.60		
	18.914	3.19	19.678	...	18.530	...		

(... 表示未得到较好的计算值)

对表 1 可做如下讨论:

(1) 谱估计方法由较短的数据估计出的结果比较长的数据经 DFT 后得出的结果好, 这一点当耦合口变大时更明显。为了具体明确地表示 MP 方法在缩短 FDTD 数据长度的要求方面的效果, 我们在相同的计算参数下, 分别用 FDTD/DFT 和 MP 重新计算了在一定开口下谐振腔的 f_r 和 Q 值, 得出基模的结果如表 2 所示 (耦合口 $d/a = 0.6$):

表 2 不同数据长度下 DFT 和 MP 得出的谐振腔的 f_r 和 Q 值

d/a=0.6	FDTD 时间步数 (N)	f_r (GHz)	Q
DFT	15000	8.635	11.61
	3000	8.866	7.53
MP	1500	8.504	11.48
	700	8.513	12.32

表 3 不同的 FDTD 序列长度下 MP 和 Prony 方法计算得出的波导加载谐振腔的 f_r 和 Q 值

d/a=0.6	N=1220		N=1500		N=2000	
	f_r (GHz)	Q	f_r (GHz)	Q	f_r (GHz)	Q
MP	8.506	11.46	8.504	11.48	8.502	11.55
	13.263	5.29	13.267	5.28	13.278	5.28
	18.282	4.86	18.262	4.69	18.266	4.41
Prony	8.521	11.69	8.517	11.60	8.495	11.21
	13.245	5.28	13.248	5.27	13.260	5.36
	18.567	5.19	18.545	5.15	18.585	4.47

由表 2 可以看到当 $N=3000$ 时, 用 DFT 所得的结果已有较大误差, 但是 MP 方法仅用 700 步就可以估计出较好的结果。因此 MP 方法比之 DFT 方法, 所需的 FDTD 时间步数可以减少到至少 10 到 20 分之一。

(2) 在相同的取样率和相同的数值长度下, MP 运算时间比 Prony 方法所需时间减少了 40%, 此外当耦合口变大时, MP 的结果比 Prony's 的结果精度高。这表明 MP 方法抗干扰性能优于 Prony 方法 (当耦合口增大时不完善的 A.B.C. 造成的影响亦增大, 我们把这种不完善边界造成的误差称之为噪声)。另外从表 3 可以看到当数据长度增大时, Prony 方法的结果随之变好, 这表明在基本相同的精度要求下, Prony 方法需要的 FDTD 运行时间长度比 MP 方法需要的要长。

4 结 论

FDTD 结合 MP 方法成功的应用于计算波导加载谐振腔的谐振频率 f_r 和外品质因子 Q 。计算实例表明, 与 DFT 途径比较, 通过结合谱估计方法, FDTD 运行时间至少可以减少到 1/10-1/20, 同时得出的结果要比 DFT 途径得出的要精确。同时由于其计算时间短, 对噪声的敏感小, 所以它要比以前运用的 FDTD/Prony 方法优越。对强衰减或弱衰减的振荡, MP 都能较好地用以估计其复谐振频率。

参 考 文 献

- [1] Tatsuya K. A simple method using MAFIA to calculate external Q values of waveguide-loaded cavities, KEK report 89-4, June 1989.
- [2] Norman M K, Yu D U L. Computer determination of the external Q and resonant frequency of waveguide loaded cavities, Particle Accelerators, 1990, 34(5): 231-250.
- [3] Jifu Ma, Yaogen Ding, Wenmiao Song. Characterizing waveguide loaded cavities using finite-difference time-domain method, in Proc. of 1997 Asia-Pacific Microwave Conference, HongKong: 1997, (1): 825-828.
- [4] Pereda J A, Vielva L A, *et al.* Computation of resonant frequencies and quality factors of open dielectric resonators by a combination of the FDTD and Prony's method, IEEE Microwave Guided Wave Lett., 1992, 2(2): 431-433.
- [5] Ritter J, Arndt F. Efficient FDTD/Matrix-Pencil method for the full-wave scattering parameter analysis of waveguiding structures, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1996, 44(8): 2450-2456.
- [6] Hua Y, Sarkar T K. Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise, IEEE Trans. on ASSP, 1990, ASSP-38(6): 814-824.
- [7] Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, J. Compu. Phy., 1994, 114(1): 185-200.

COMPUTATION OF THE COMPLEX RESONANT FREQUENCY OF WAVEGUIDE LOADED CAVITIES USING FDTD COUPLED WITH MATRIX PENCIL METHOD

Ma Jifu Ding Yaogen Song Wenmiao

(*Institute of Electronics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

Abstract FDTD coupled with Matrix Pencil method was applied for computation of the resonant frequency and external quality factor of waveguide loaded cavities. With the new method, the computing time is reduced considerably and the accuracy of numerical results are improved compared to the combined approach of FDTD and DFT. Compared with conventional used Prony's method, the advantages of MP technique are its more computational efficiency and less sensitivity to noise. Numerical results of a 3-D rectangular cavity are given for verification of the method.

Key words Waveguide loaded cavities, Cavity, FDTD/MP method

马积福: 男, 1969 年生, 博士, 从事微波与电磁场的模拟和应用计算电磁学的研究。

丁耀根: 男, 研究员, 博士生导师, 从事大功率微波器件的研究工作。

宋文淼: 男, 研究员, 博士生导师, 从事现代电磁场理论和应用的研究工作。