

电磁波被尘埃等离子体散射的功率谱¹

李 芳 O.Havnes*

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

*(挪威特罗姆瑟大学极区研究所)

摘 要 用等离子体动力论导出的动力形状因子研究尘埃等离子体的散射功率谱。结果表明由于尘埃粒子具有大的荷电量,对于冷电子的非相干散射,即 $k\lambda_D \ll 1$ (λ_D 是德拜屏蔽长度, $k = |\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_S - \mathbf{k}_0|$, $\mathbf{k}_0$ 是入射波矢, $\mathbf{k}_S$ 是散射波矢),尘埃粒子极大地影响散射谱的特征。散射功率谱在尘埃粒子声波频移处出现特征峰。

关键词 尘埃等离子体, 动力形状因子, 非相干散射, 散射功率谱

中图分类号 O441.6

1 引 言

近年,尘埃等离子体的研究在一些学科及学科的交叉领域引起很大的重视。这些研究联系着一些非常有实际应用价值的问题,如电波在空间尘埃等离子体中的传播,在微电子工业中的尘埃粒子的控制等。近来的理论和实验的研究都表明尘埃等离子体具有一些非常不同于其它形态物质的异常电磁特性^[1]。这些特性来源于等离子体中尘埃粒子所具有的一些不同于其它带电的基本粒子的非常特殊的带电性质。如尘埃粒子荷电量很大,通常等离子体中的尘埃粒子上可带有 $10^2 \sim 10^4$ 个电子电荷。又如尘埃粒子荷电量不是恒量而是一个随等离子体中的其它物理参量变化而改变的参量等。我们知道等离子体的重要特征是它的“集体效应”,在一些情况下正是这些尘埃粒子的特殊的带电性质可以极大地改变这种集体效应,从而使尘埃等离子体表现出异常电磁特性。

空间尘埃等离子体对电磁波的散射是近年的一个重要研究课题。世界最大的非相干雷达 EASCAT 已观测到地球极区上空的尘埃等离子体层对电磁波的非相干散射的一些异常现象。实验不仅观测到电磁波被尘埃等离子体层的极强的散射现象,而且观测到异常的散射功率谱^[2]。图 1 是一张 EASCAT 实验观测的典型的地球极区上空的尘埃等离子体层散射功率谱。在该图中可看到在入射波的频率附近有频移为数赫兹的峰状精细结构。这是一个明显不同于通常的等离子体散射功率谱的特征。本文用等离子体动力论导出的动力形状因子研究尘埃等离子体的非相干散射的功率谱,并用所得的结果解释实验观测的散射功率谱的这些异常现象。

¹ 1997-06-11 收到, 1998-12-16 定稿
国家自然科学基金支持项目, 项目号 69671002

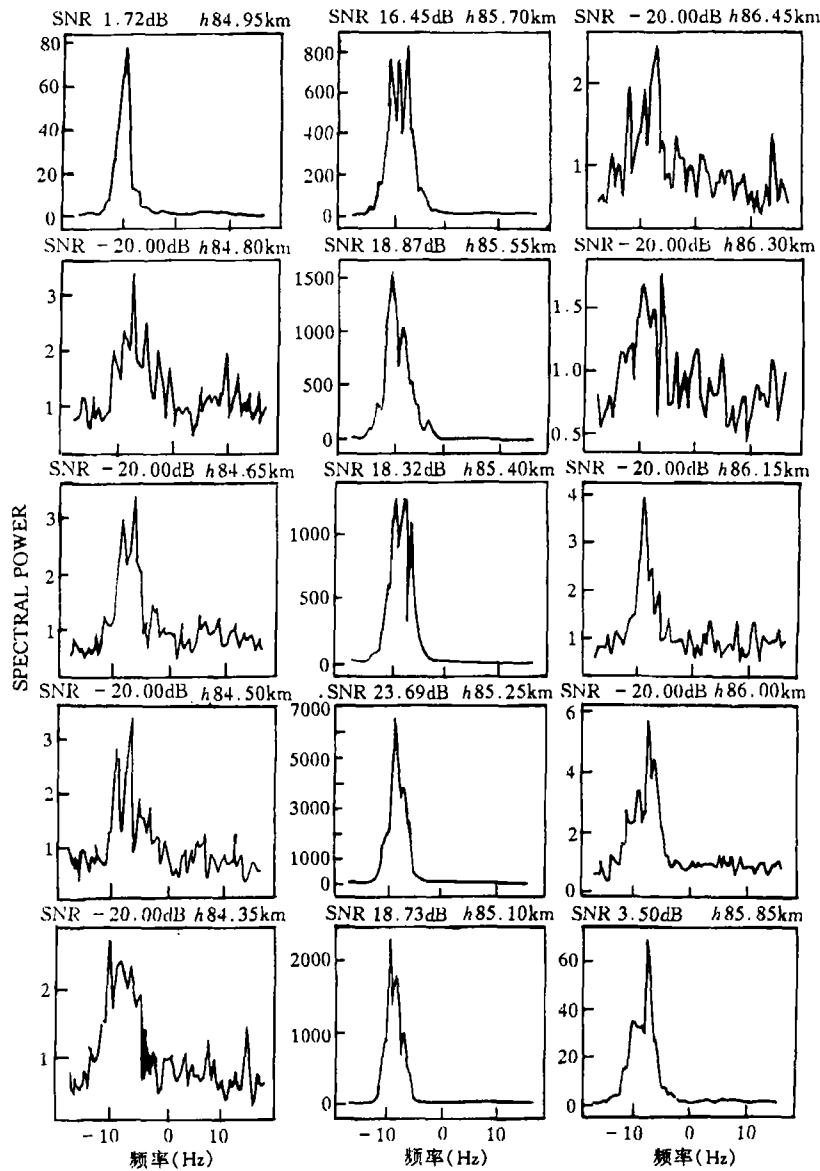


图1 EISCAT 224MHz VHF 雷达系统对 PMSE(Polar Mesospheric Summer Echoes) 探测的
雷达散射功率谱 (散射高度从 84.35 ~ 86.45km, 取 30s 平均)

2 尘埃等离子体的动力形状因子

等离子体对入射电磁波的散射是由等离子体中的电子密度涨落引起的。散射的功率谱决定于散射等离子体的电子密度涨落谱。它们之间的关系是^[3]

$$\frac{dP_S(\omega_S, \mathbf{k}_S)}{d\Omega d\omega_S} = AP_0(\omega_0, \mathbf{k}_0) |(\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{e}_0))|^2 N_e S(\omega, \mathbf{k}),$$

式中微分散射功率谱 $\frac{dP_S(\omega_S, \mathbf{k}_S)}{d\Omega d\omega_S}$, 是在单位立体角单位频率中的电磁波散射功率, ω_S 是散射波频率, $\mathbf{k}_S$ 是散射波波矢; A 是常数; $P_0(\omega_0, \mathbf{k}_0)$ 是入射电磁波的功率密度, ω_0 是入射波频率, $\mathbf{k}_0$ 是入射波波矢; $\mathbf{s}$ 是在散射波波矢 $\mathbf{k}_S$ 方向上的单位矢量, $\mathbf{e}_0$ 是入射波的电偏振矢量; N_e 是散射等离子体中的电子密度; $S(\omega, \mathbf{k})$ 是电子密度涨落谱函数, 或称为动力形状因子, 它是电子密度涨落自相关函数的傅氏变换, 这里 $\omega = \omega_0 - \omega_s$, $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_s$. 可见散射电磁波的功率谱的特征完全由电子密度涨落谱函数决定. 这个谱函数又称为动力形状因子.

我们已从等离子体动力论导出了尘埃等离子体的动力形状因子^[4]:

$$S(\omega, \mathbf{k}) \equiv S^I(\omega, \mathbf{k}) + S^{II}(\omega, \mathbf{k}); \quad (1)$$

$$\begin{aligned} S^I(\omega, \mathbf{k}) = & \left| 1 - \frac{4\pi\chi_{Le}(\omega, \mathbf{k})}{\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})} \right|^2 \int \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_e) F_e(\mathbf{v}_e) d\mathbf{v}_e \\ & + \frac{n_i}{n_e} \frac{e_i^2}{e^2} \left| \frac{4\pi\chi_{Le}(\omega, \mathbf{k})}{\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})} \right|^2 \int \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i) F_i(\mathbf{v}_i) d\mathbf{v}_i \\ & + \frac{n_d}{n_e} \frac{q_0^2}{e^2} \left| \frac{4\pi\chi_{Le}(\omega, \mathbf{k})}{\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})} \right|^2 \int \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_d) F_d(\mathbf{v}_d) d\mathbf{v}_d; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} S^{II}(\omega, \mathbf{k}) \simeq & \frac{n_d}{n_e} \frac{16\pi^2\Omega_c}{\omega^2 + \Omega_c^2} \text{Re}[\chi_{Le}(\omega, \mathbf{k})] \\ & \times \left\{ \left(1 - \frac{4\pi\text{Re}[\chi_{Le}(\omega, \mathbf{k})]}{\text{Re}[\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})]} \right) \left(\sum_{\beta=e,i} \frac{n_\beta}{n_e} \int \sigma_\beta(q_0, v_\beta) v_\beta \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_\beta) F_\beta d\mathbf{v}_\beta \right) \right. \\ & - \left(\sum_{\beta=e,i} \frac{n_\beta}{n_e} \frac{4\pi e e_\beta}{k^2 m_\beta \text{Re}[\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})]} \int \sigma_\beta(q_0, v_\beta) v_\beta \frac{\mathbf{k} \cdot \frac{\partial F_\beta}{\partial \mathbf{v}_\beta}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_\beta} d\mathbf{v}_\beta \right) \\ & \times \left[\left(\frac{4\pi\text{Re}[\chi_{Le}(\omega, \mathbf{k})]}{\text{Re}[\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})]} - 1 \right) \int \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_e) F_e(\mathbf{v}_e) d\mathbf{v}_e \right. \\ & + \frac{n_i}{n_e} \frac{e_i^2}{e^2} \frac{4\pi\text{Re}[\chi_{Le}(\omega, \mathbf{k})]}{\text{Re}[\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})]} \int \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_i) F_i(\mathbf{v}_i) d\mathbf{v}_i \\ & \left. \left. + \frac{n_d}{n_e} \frac{q_0^2}{e^2} \frac{4\pi\text{Re}[\chi_{Le}(\omega, \mathbf{k})]}{\text{Re}[\epsilon_L(\omega, \mathbf{k})]} \int \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_d) F_d(\mathbf{v}_d) d\mathbf{v}_d \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

这里我们将动力形状因子 $S(\omega, \mathbf{k})$ 分为两部分 ((1) 式). 第一部分 $S^I(\omega, \mathbf{k})$ ((2) 式) 是尘埃粒子的电荷为常量情况下的动力形状因子; 第二部分 $S^{II}(\omega, \mathbf{k})$ ((3) 式) 表示尘埃粒子的电荷变化对动力形状因子的影响. 式中 Ω_C 是尘埃粒子的充电频率, 反映尘埃粒子电荷变化的快慢. 本文所考虑的是空间尘埃等离子对电磁波的散射, 满足 $\omega \gg \Omega_C$, 因此可忽略尘埃粒子的电荷变化的影响. 令 $\Omega_C = 0$, 即 $S^{II}(\omega, \mathbf{k}) = 0$, 动力形状因子主要由它的第一部分 $S^I(\omega, \mathbf{k})$ ((2) 式) 决定. 在 (2) 式中各量的脚标 e, i, d 分别代表电子、离子和尘埃粒子. 它的三项分别代表自由电子及其德拜屏蔽, 离子电子云及尘埃粒子电子云的贡献. 式中 $F_\alpha(\mathbf{v}_\alpha)$ ($\alpha = e, i, d$) 是粒子

在速度空间的分布函数; $n_\alpha (\alpha = e, i, d)$ 是粒子的数密度, $\epsilon_L = 1 + 4\pi \sum_{\alpha=e,i,d} \chi_{L\alpha}$ 是介质的纵介电张量, e 是电子电量, e_e, e_i 分别代表电子, 离子电荷, 而 q_0 是尘埃粒子的平衡电荷. 设式中电子, 离子及尘埃粒子为麦克斯韦分布, 并令

$$Z_i = e_i/e, \quad Z_d = |q_0|/e, \quad P = Z_d n_d/n_e. \quad (4)$$

通过对 (2) 式的计算, 形状因子可具体表达为

$$\begin{aligned} S(\omega, \mathbf{k}) &\equiv S_e(\omega, \mathbf{k}) + S_i(\omega, \mathbf{k}) + S_d(\omega, \mathbf{k}) \\ &= \frac{2\sqrt{\pi}}{kv_{te}} \frac{\Pi_e}{|\Theta|^2} + \frac{2\sqrt{\pi}}{kv_{ti}} \frac{\Pi_i}{|\Theta|^2} + \frac{2\sqrt{\pi}}{kv_{td}} \frac{\Pi_d}{|\Theta|^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} \Pi_e &= \exp(-x_e^2) \left\{ \left[1 + (1+P)\Delta^2 \frac{Z_i T_e}{T_i} R_w(x_i) + P\Delta^2 \frac{Z_d T_e}{T_d} R_w(x_d) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[(1+P)\Delta^2 \frac{Z_i T_e}{T_i} I_w(x_i) + P\Delta^2 \frac{Z_d T_e}{T_d} I_w(x_d) \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Pi_i = (1+P)Z_i \exp(-x_i^2) \left\{ [\Delta^2 R_w(x_e)]^2 + [\Delta^2 I_w(x_e)]^2 \right\}, \quad (7)$$

$$\Pi_d = PZ_d \exp(-x_d^2) \left\{ [\Delta^2 R_w(x_e)]^2 + [\Delta^2 I_w(x_e)]^2 \right\}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} |\Theta|^2 &= \left\{ \left[1 + \Delta^2 \left(R_w(x_e) + (1+P)\frac{Z_i T_e}{T_i} R_w(x_i) + P\frac{Z_d T_e}{T_d} R_w(x_d) \right) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[\Delta^2 \left(I_w(x_e) + (1+P)\frac{Z_i T_e}{T_i} I_w(x_i) + P\frac{Z_d T_e}{T_d} I_w(x_d) \right) \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

参数

$$\Delta = \frac{1}{k\lambda_D} = \frac{\lambda_0}{\sin(\theta/2)} \left(\frac{4\pi n_e e^2}{\kappa T_e} \right)^{1/2}, \quad (10)$$

式中 θ 是散射角, 即入射波矢 $\mathbf{k}_0$ 与散射波矢 $\mathbf{k}_S$ 之间的夹角; λ_0 是入射波的波长;

$$x_\alpha = \frac{\omega}{kv_{t\alpha}}, \quad v_{t\alpha} = \left(\frac{2\kappa T_\alpha}{m_\alpha} \right)^{1/2}, \quad \alpha = (e, i, d),$$

κ 是玻尔兹曼常数; R_w, I_w 分别是等离子体色散函数:

$$W(x) \equiv 1 - 2x \exp(-x^2) \int_0^x \exp(p^2) dp - i\sqrt{\pi} x \exp(-x^2)$$

的实部和虚部。

3 尘埃等离子体散射功率谱及其特征峰

由上节 (5)–(10) 式可见 Δ 是决定散射功率谱特征的一个重要参数。下面分别讨论 $\Delta \ll 1$ 和 $\Delta \gg 1$ 两种情况。

对于 $\Delta \ll 1$, 即热电子的情况, 由 (6)–(9) 式的计算可看出在此情况下与电子相比离子和尘埃粒子对形状因子贡献很小。因此散射谱的特征几乎完全由电子决定。散射功率谱是简单的高斯型分布谱:

$$S_e(\omega, \mathbf{k}) = \frac{2\sqrt{\pi}}{kv_{te}} \exp \left[- \left(\frac{\omega}{kv_{te}} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

其半高全宽度

$$\Delta\omega = 4\omega_0 \sqrt{\frac{2\kappa T_e}{m_e c^2} \ln 2}. \quad (12)$$

这是由电子的无规热运动产生的散射, 与通常的等离子体的散射情况相同。

对于 $\Delta \gg 1$ 即冷电子的情况, 尘埃等离子体的散射与通常的等离子体很不相同。为了计算方便, 我们先引进两个参数:

$$\Gamma_i = \left[(1+P) Z_i \frac{T_e}{T_i} \left(\frac{\Delta^2}{1+\Delta^2} \right) \right]^{1/2}, \quad (13)$$

$$\Gamma_d = \left[P Z_d \frac{T_e}{T_d} \left(\frac{\Delta^2}{1+\Delta^2} \right) \right]^{1/2}. \quad (14)$$

对于离子和尘埃粒子其动力形状因子可用下面函数表达:

$$F_\gamma(x) = \frac{\exp(-x^2)}{[1 + \gamma R_w(x)]^2 + [\gamma I_w(x)]^2},$$

($\gamma = \Gamma_i, \Gamma_d$)。对此函数的数值计算表明, 当 $\gamma \ll 1$ 时 $F_\gamma(x)$ 近似为高斯分布; 随 γ 增大, 函数逐渐偏离高斯分布; 当 $\gamma > 1$ 时函数在 $x \simeq \gamma$ 处有极大值。由于尘埃粒子具有大荷电量, 参数 $\Gamma_d \gg 1$ 总能满足。对于不同的离子有 $\Gamma_i < 1$ 和 $\Gamma_i > 1$ 两种情况。下面分别讨论这两种情况。

3.1 $\Delta \gg 1, \Gamma_d \gg 1, \Gamma_i < 1$

这是冷电子, 热离子的情况。在通常的空间尘埃等离子体环境, 不等式 $x_e/x_i = (m_e T_i)/(m_i T_e) \ll 1$, 和 $x_i/x_d = (m_i T_d)/(M_d T_i) \ll 1$ 成立。通过对 (6) 和 (9) 式的分析, 可得到电子对散射的贡献除在共振频率处外在其它频率范围数值都很小。共振频率是指由方程:

$$[1 + \Delta^2 [R_w(x_e)]^2 + \Delta^2 [I_w(x_e)]^2] = 0 \quad (15)$$

决定的频率, 即电子朗缪尔波频率。也就是说, 电子的贡献主要是共振频率散射。这与通常的冷等离子体的情况相同, 这种散射可用来对等离子体作诊断。

通过 (7) 和 (9) 式的计算, 可得高斯型的离子形状因子:

$$S_i(\omega, \mathbf{k}) = \frac{2\sqrt{\pi}}{kv_{te}} Z_i (1+P) \frac{\exp(-x_i^2)}{[1 + \Gamma_i R_w(x_i)]^2 + [\Gamma_i I_w(x_i)]^2}, \quad (16)$$

对应的散射谱的半高全宽度

$$\Delta\omega \simeq 4\omega_0 \sqrt{\frac{2\kappa T_i}{m_i c^2} \ln 2} \quad (17)$$

与离子的热运动有关, 比 (12) 式的电子高斯型谱宽度要窄得多.

而由 (8) 和 (9) 式决定的尘埃粒子形状因子在 x_d 近似等于 Γ_d 时有一峰值. 峰值的频移为

$$\delta\omega_d = k (P Z_d 2\kappa T_e / M_d)^{1/2}. \quad (18)$$

该式的右边是尘埃粒子声波频率. 这是一个特殊的由尘埃粒子产生的, 仅是尘埃粒子等离子体存在时的特有散射谱线. 该谱线的频移反映了尘埃粒子等离子体特有的本征模——尘埃粒子声波.

3.2 $\Delta \gg 1$, $\Gamma_d \gg 1$, $\Gamma_i > 1$

$\Gamma_i > 1$ 来自 $T_i \ll T_e$ 或 $P \gg 1$. 由 (5) 式的定义可见 P 是反映尘埃粒子“浓度”的物理量. $P \gg 1$ 指“浓”的尘埃粒子等离子体, 其尘埃粒子的电荷密度远大于自由电子的电荷密度. 在此情况下电子的形状因子与上面 (3.1 节) 相同, 即除在朗缪尔共振频率处外其它频区数值都很小. 而离子对形状因子的贡献由 (6) 和 (8) 式确定. 它有一峰值, 其频移在 x_i 近似等于 Γ_i 处:

$$\delta\omega_i = k \left((1 + P) Z_i \frac{2\kappa T_e}{m_i} \right)^{1/2}. \quad (19)$$

该式右边是离子声波的频率, 其值远大于尘埃粒子声波频率 (18) 式.

由 (8) 和 (9) 式的计算得到由尘埃粒子对应的形状因子产生的峰值频移为

$$\delta\omega_d = k \left(\frac{P}{1 + P} \frac{Z_d}{Z_i} \frac{2\kappa T_i}{M_d} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

这是一个尘埃粒子等离子体在 $\Gamma_i > 1$ 情况下的特有散射谱线. 它是尘埃粒子等离子体特有的本征模产生的散射. 在 $\Gamma_i > 1$ 情况下, 尘埃粒子的电荷密度远大于自由电子的电荷密度或离子温度远低于电子温度. 对于这两种情况尘埃粒子扰动都将引起离子的密度扰动, 并且这扰动由离子的热运动传播从而产生尘埃粒子声波. (20) 式的右边就是在这种情况下尘埃粒子声波本征模的频率.

4 结 论

由以上讨论可见, 对于 $\Delta \gg 1$ (即 $k\lambda_D \ll 1$) 冷电子情况的非相干散射, 尘埃粒子的存在改变了电磁波非相干散射时的功率谱的特征, 谱中出现频移为尘埃粒子声波频率的特征散射峰.

将此结论用于讨论非相干雷达 EASCAT 观测的地球极区的尘埃等离子体层散射实验, 可对其具有异常结构的散射功率谱给出解释. 实验中的电磁波被地球极区称为闪光云的尘埃等离子体层散射, 产生散射的尘埃粒子主要是水分子凝结的冰晶微粒. 对于图 1 的实验观测, 散射区的参数为 $n_e = 10^3 \text{ cm}^{-3}$, $T = 150 \text{ K}$, $n_d = 10 \text{ cm}^{-3}$, 实验用雷达频率 $f = 224 \text{ MHz}$. 实验的其它有关详细情况可参考文献 [5]. 散射区的参数满足不等式 $\Delta \gg 1$ (即 $k\lambda_D \ll 1$). 设尘埃粒子是半径为 10μ 的冰晶微粒, $T_i = T_e = T$, 可计算得参数 $\Gamma_i > 1$. 由 (20) 式确定的尘埃粒子

形状因子的峰值频移 $\delta\omega_d$ 为几个赫兹, 与实验观测相符合。图 1 观测散射谱中出现的多个峰可能产生于不同的组元的尘埃粒子散射; 也可能产生于离子的电子云的散射, 即由 (19) 式确定的峰值频移 $\delta\omega_i$ 。有关的研究工作, 特别是实验探测工作目前正在进行。

本文的结果表明, 由于尘埃粒子具有大的荷电量 (即参数 $\Gamma_d \gg 1$ 总能满足), 对于冷电子的非相干散射尘埃粒子极大地影响散射谱的特征。散射功率谱在尘埃粒子声波频移处出现特征峰。散射功率谱中的这种精细结构反映了散射区等离子体中的尘埃粒子特征。因此有可能从对散射功率谱的分析中得到关于尘埃粒子的有关信息。

参 考 文 献

- [1] Shukla P K, Mendis D A, Desai T. *Advances in Dusty Plasma*, Singapore: World Scientific, 1997, Chap.I-III.
- [2] Havnes O, Melandso F, Hartquist T, Alaksen T. Charge dust on the Earth's mesopause: Effects on radar backscatter, *Physica Scripta*, 1992, 45(5): 535-544.
- [3] Fejer J. Scattering of radiowaves by an ionized gas in the thermal equilibrium, *Can. J. Phys.*, 1960, 38: 1114-1133.
- [4] Li F, Tsytovich V N. Dynamic spectral density function of a dusty plasma, *Phys. Rev. E*, 1996, 53(2): 1028-1034.
- [5] Rottger J, La Hoz C J. Characteristics of polar mesosphere summer echoes (PMSE) observed with the EISCAT 224MHz radar and possible explanations of their origin, *J. Atm. Terr. Phys.* 1990, 52(10/11): 893-898.

SCATTER SPECTRUM OF RADIO WAVES BY A DUSTY PLASMA

Li Fang O. Havnes*

(*Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing 100080*)

*(*The Auroral Observatory, University of Tromsø, Norway*)

Abstract The scatter spectrum of radio waves by a dusty plasma has been studied with the dynamic factor which was derived from the kinetic theory. It is found that for the case of cooled electrons $k\lambda_D \ll 1$ (λ_D is the Debye length, and $k = |\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_S - \mathbf{k}_0|$, $\mathbf{k}_0$ and $\mathbf{k}_S$ is the incident and scatter wave vector, respectively) the dusty particles play an important role in the scattering due to its huge charge number. There is a characteristic spiky fine structure in the scatter spectrum, which is of the dust-acoustic wave frequency shift.

Key words Dusty plasma, Dynamic factor, Incoherent scatter, Scatter spectrum

李 芳: 女, 1944 年生, 研究员, 从事电磁场理论的研究.

O.Havnes: 男, 1940 年生, 教授, 从事空间等离子体的研究.