

系数矩阵正交矢量谱估计*

黄登山 保铮

(西北工业大学, 西安) (西北电讯工程学院, 西安)

摘要 邹理和(1984)提出, 用线性预测误差滤波器系数矩阵对 K 个二维复正弦波加白噪声的信号作谱估计, 有着良好的特性。本文将证明, 二维线性预测误差滤波器系数矩阵空间具有和相关阵空间非常类似的结构。在系数阵空间同样存在正交矢量谱估计方法。采用相关阵 SVD 逼近技术, 可使系数阵正交矢量方法不仅具有很高分辨率, 而且具有很好的统计稳定性。最后将二维的结果“移植”到一维, 并在一维中进行了计算机模拟, 模拟结果表明新方法比现用的一些方法为佳。

关键词 信号处理; 线性预测误差滤波器; 正交矢量谱估计

一、引言

对正弦波加白噪声这一特殊模型(设复正弦波个数为 K), 一些主要的谱估计方法的谱计算公式, 都同信号自相关矩阵分解中的特征值和特征矢量存在着一定的对应关系^[3-6]。在相关阵的特征矢量空间, 存在两个互补的子空间, 其中“源子空间”由 K 个正弦波信号矢量所张成, 而 K 个大特征值对应的 K 个特征矢量(称为主特征矢量)是这个子空间的另一组基底; 另一子空间称为“噪声子空间”或“正交子空间”, 它由正交于源子空间的 $(P - K)$ 个噪声特征值对应的噪声特征矢量张成(这里 P 为 AR 阶数)。各个正弦波频率可由源子空间的矢量求得, 也可由正交子空间的矢量求得^[3-7]。正交子空间的谱估计方法具有分辨率高的优点。但由于小特征值对应的特征矢量受各种扰动影响比较严重, 因而这类方法的统计稳定性一般不能满足实际要求。

文献[1]首次对二维线性预测误差滤波器(简记为 LPEF)系数矩阵的性质进行了研究, 指出系数矩阵具有特定的性质, 并据此提出了一种谱估计改善技术。本文对二维 LPEF 系数矩阵的性质作了进一步的研究, 提出了一系列有用的结果, 并将二维的全部结果“移植”到一维, 其分辨率和统计稳定性较现用的一些方法为佳, 计算机模拟结果证实了这一点。

二、二维 LPEF 系数矩阵性质

本节简要介绍文献[1]中的有关结果, 在此基础上作进一步的讨论。设

* 1986年9月15日收到, 1987年7月13日修改定稿。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,N_2-1} & a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & \cdots \\ a_{1,N_2-1} & \cdots & \cdots & a_{N_1-1,0} & a_{N_1-1,1} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N_1-1,N_2-1} \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

为二维 LPEF 系数矢量(仅考虑因果模式,其中“ T ”表示转置). 定义

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,N_2-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,N_2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N_1-1,0} & a_{N_1-1,1} & \cdots & a_{N_1-1,N_2-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

为二维 LPEF 系数矩阵.

定理 1^[1] 设信号自相关函数精确已知,若信号由 K 个复正弦波加白噪声组成,那么

$$(1) \text{rank}(\bar{\mathbf{A}}) \leq K + 1 \quad (3)$$

(2) 当 $L = \min(N_1, N_2) \geq K + 1$, 且所有正弦波频率在每一维上互不相同, (3) 式中等号成立.

从概念上来说, LPEF 系数阵与相关阵不同之处在于白噪声是不可预测的, 因而它的存在与否不会影响 $\bar{\mathbf{A}}$ 的秩. 进一步研究我们发现 $\bar{\mathbf{A}}$ 具有以下性质.

定理 2 设信号相关函数精确已知, 且 K 个正弦波频率在每一维上互不相同, 又设 $L = \min(N_1, N_2) > K + 1$, 那么

(1) LPEF 系数阵 $\mathbf{A}$ 的奇异值有以下形式:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_{K+1} > 0 \\ \sigma_{K+2} &= \cdots = \sigma_L = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

(2) 矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 相应于零奇异值的左奇异矢量 $W_{K+2}, \cdots, W_{N_1}$ 满足:

$$W_i^T U^*(\omega_k) = 0, \quad i = K + 2, \cdots, N_1; k = 1, 2, \cdots, K \quad (5)$$

(3) 矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 的零奇异值对应的右奇异矢量 $V_{K+2}, \cdots, V_{N_2}$ 满足:

$$V_i^H U^*(\varphi_k) = 0, \quad i = K + 2, \cdots, N_2; k = 1, 2, \cdots, K \quad (6)$$

(4) $W_{K+2}, \cdots, W_{N_1}; V_{K+2}, \cdots, V_{N_2}$ 等矢量的第一个元素必为零.

式中“ H ”表示复共轭转置, “ $*$ ”表示取共轭, $U(\omega_k)$ 和 $U(\varphi_k)$ 分别为

$$U(\omega_k) = [1, e^{j\omega_k}, \cdots, e^{j(N_1-1)\omega_k}]^T, \quad k = 1, 2, \cdots, K \quad (7)$$

$$U(\varphi_k) = [1, e^{j\varphi_k}, \cdots, e^{j(N_2-1)\varphi_k}]^T, \quad k = 1, 2, \cdots, K \quad (8)$$

式中 (ω_k, φ_k) 为第 k 个正弦波的二维频率.

定理 2 的证明见附录 II.

三、新的正弦波频率估计方法

由以上定理,可以得到一种新的二维正弦波频率估计方法:

(1) 判阶 由于 $\bar{\mathbf{A}}$ 的秩等于复正弦波个数加 1, 因而可通过检查 $\bar{\mathbf{A}}$ 的奇异值特性来判断正弦波的个数. 实验表明, 这种判阶方法非常有效^[1].

(2) 正弦波频率的估计 通过对矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 的分解, 我们可得到其零奇异值对应的左、右奇异矢量, 它们分别与 $\{U(\omega_k)\}$ 和 $\{U(\varphi_k)\}$ 正交.

不难证明,代数方程

$$W_i(1) + W_i(2)Z^{-1} + \cdots + W_i(N_1)Z^{-N_1+1} = 0, \quad i = K+2, K+3, \cdots, N_1 \quad (9)$$

有且仅有 K 个根位于单位圆上 (Z 平面), 且其相角相应于待估计的正弦波频率 $\{\omega_k\}$.

同样,代数方程

$$V_i^*(1) + V_i^*(2)Z^{-1} + \cdots + V_i^*(N_2)Z^{-N_2+1} = 0, \quad i = K+2, K+3, \cdots, N_2 \quad (10)$$

有且仅有 K 个根位于单位圆上 (Z 平面), 且其相角相应于待估计的正弦波频率 $\{\varphi_k\}$.

当然,在用有限长度数据估计相关函数情况下,定理 2 中正交性不严格成立,而只是近似成立. 这时,可选方程(9)和方程(10)中各 K 个距单位圆最近的根(零点)所对应的相角作为频率估计.

这样,可以得到二维正弦频率在每一维上的估值 $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_k; \varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_k$. 待估计的二维正弦波频率应为二者的组合,对于每一个 ω_i ,可能有下列 K 种组合形式:

$$(\omega_i, \varphi_1), (\omega_i, \varphi_2), \cdots, (\omega_i, \varphi_k) \quad (11)$$

实际上其中只有一组是正确的. 考虑到 $\bar{\mathbf{A}}$ 为 LPEF 系数矩阵,则不难证明,若 (ω_i, φ_m) 为其中正确的一组,则

$$|U^H(\omega_i)\bar{\mathbf{A}}U(\varphi_m)|^2 \quad (12)$$

取最大值.

于是我们得到了一种新的二维正弦频率估计方法. 它将一个二维多项式的寻根问题分解在每一维上分别进行,不仅解决了二维多项式求根的困难,而且使运算量大大降低. 此外,由于是利用正交性进行频率估计,其分辨率很高.

更重要的是,我们可以通过利用相关矩阵 SVD 逼近处理技术来克服相关阵空间正交矢量方法所存在的统计稳定性差的缺点.

(3) 统计稳定性的提高 正交矢量谱估计利用的是小特征值对应的特征矢量或小奇异值对应的奇异矢量. 根据矩阵分析理论,它们受各种扰动的影响较严重,因而这类方法的统计稳定性较差,常作出偏差较大的估计, LPEF 系数阵正交矢量方法也不例外.

上述缺点可由下述方法弥补. 由于形成 $\bar{\mathbf{A}}$ 阵,我们必须先解 Yule-Walker 方程. 因而可以利用相关阵 SVD 逼近技术^[6]来减小由于数据长度有限等带来的扰动影响. 即先对估计的相关阵进行 SVD 逼近处理,求得 LPEF 系数阵,再按(2)所述的步骤估计正弦频率. 大量计算机模拟表明,结合 SVD 处理,系数阵正交矢量方法不仅可得很高的分辨率,而且统计稳定性也较好.

四、一维 LPEF 系数矩阵和一维 LPEF 系数阵 正交矢量谱估计

为了将上一节针对二维信号提出的具有优良特性的谱估计方法,应用于一维信号. 在本节里,我们将通过一种构造,定义出一个一维的线性预测误差滤波器 (LPEF) 系数矩阵,并证明它具有和二维 LPEF 系数阵类似的性质. 设:

$$\mathbf{A} = [a_0 a_1 \cdots a_p]^T \quad (13)$$

为一维 LPEF 系数矢量,其中 $a_0 = 1$. 若存在两个正整数 K_a, K_b 满足 $K_a \cdot K_b = P + 1$,

定义:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_{K_b-1} \\ a_{K_b} & a_{K_b+1} & \cdots & a_{2K_b-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{(K_a-1)K_b} & \cdots & \cdots & a_{K_a K_b-1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

为一维 LPEF 系数矩阵. 在附录 III 我们证明了 $\bar{\mathbf{A}}$ 满足下面的定理:

定理 3 若 P 选得足够大, 使得 $L = \min(K_a, K_b) \geq K + 1$, 又设 $\bar{\mathbf{A}}$ 是按(14)式定义的、由理想相关函数得到的一维预测误差滤波器系数矩阵, 那么:

$$(1) \text{rank}(\bar{\mathbf{A}}) \leq K + 1 \quad (15)$$

$$(2) K_b \omega_i \bmod(2\pi), (i = 1, 2, \dots, K) \text{ 互不相等时(15)式等号成立.}$$

上述公式中 $\bmod(\cdot)$ 表示取模运算, $\{\omega_i\}$ 为待估计的正弦频率. 可以看出, 定理 3 非常类似于定理 1. 同样, 类比于定理 2, 我们有:

定理 4 设相关函数准确已知, 且 $\{K_a \omega_i \bmod(2\pi)\}$ 互不相同, 又设 $L = \min(K_a, K_b) > K + 1$, 那么:

(1) 一维 LPEF 系数阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 的奇异值有以下形式:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_{K+1} > 0 \\ \sigma_{K+2} &= \cdots = \sigma_L = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

(2) 矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 相应于零奇异值的左奇异矢量 $W_{K+2}, W_{K+3}, \dots, W_{K_a}$ 满足:

$$W_i^T U_{K_a}^*(K_b \omega_k) = 0, i = K + 2, \dots, K_a; k = 1, 2, \dots, K \quad (17)$$

(3) $\bar{\mathbf{A}}$ 阵相应于零奇异值的右奇异矢量 $V_{K+2}, \dots, V_{K_b}$ 满足:

$$V_i^H U_{K_b}^*(\omega_k) = 0, i = K + 2, \dots, K_b; k = 1, 2, \dots, K \quad (18)$$

(4) $W_{K+2}, W_{K+3}, \dots, W_{K_a}; V_{K+2}, \dots, V_{K_b}$ 等矢量的第一个元素必为零.

(5) $W_i \otimes V_m^* (i = K + 2, \dots, K_a; m = K + 2, \dots, K_b)$ 满足:

$$(W_i \otimes V_m^*)^T U_{P+1}^*(\omega_k) = 0, k = 1, 2, \dots, K \quad (19)$$

式中“ $\otimes$ ”为直接积符号, 有关直接积的定义和性质参见附录 I; 而 $U_{K_a}(K_b \omega_k), U_{K_b}(\omega_k)$ 和 $U_{P+1}(\omega_k)$ 为:

$$U_{K_a}(K_b \omega_k) = [1 e^{j\omega_k(K_b)} \cdots e^{j(K_a-1)(K_b \omega_k)}]^T, k = 1, 2, \dots, K \quad (20)$$

$$U_{K_b}(\omega_k) = [1 e^{j\omega_k} \cdots e^{j(K_b-1)\omega_k}]^T, k = 1, 2, \dots, K \quad (21)$$

$$U_{P+1}(\omega_k) = U_{K_a}(K_b \omega_k) \otimes U_{K_b}(\omega_k) = [1 e^{j\omega_k} \cdots e^{jP\omega_k}]^T, k = 1, 2, \dots, K \quad (22)$$

根据定理 4 第(3)点和第(5)点, 代数方程

$$V_i^*(1) + V_i(2)Z^{-1} + \cdots + V_i^*(K_b)Z^{-K_b+1} = 0, i = K + 2, \dots, K_b \quad (23)$$

和代数方程

$$\sum_{k=1}^{P+1} (W_i \otimes V_m^*)(k) Z^{-k+1} = 0, i = K + 2, K + 3, \dots, K_a; m = K + 2, K + 3, \dots, K_b \quad (24)$$

有且仅有 K 个根位于单位圆上, 与其相应的相角对应于待估计的正弦波频率, 式中 $(W_i \otimes V_m^*)(k)$ 表示矢量 $(W_i \otimes V_m^*)$ 的第 k 个元素.

另外我们还可将 $V_i (i = K + 2, \dots, K_b)$ 代入公式:

$$P(\omega) = \frac{1}{|V_i^H U_{K_b}^*(\omega)|^2} \quad (25)$$

或将 $(W_i \otimes V_m^*)$ 代入公式:

$$P(\omega) = \frac{1}{|(W_i \otimes V_m^*)^T U_{P+1}^*(\omega)|^2} \quad (26)$$

求其中 K 个最大的峰点, 即可获得正弦频率的估值. 与上一节讨论二维的情况相类似, 我们也可以通过相关阵 SVD 逼近处理技术来提高一维 LPEF 系数阵正交矢量谱估计的统计稳定性.

五、计算机模拟实验结果

本节以一维为例, 借助计算机模拟, 将本文所提出的方法同目前比较流行的几种方法作一比较. 采用的信号模型为一个或两个复正弦波加白噪声, 即

$$x(n) = e^{j\omega_1 n} + Q e^{j\omega_2 n} + W(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (27)$$

式中 Q 取 0 或 1, $W(n)$ 为零均值高斯白噪声, 方差设为 σ^2 , ω_1, ω_2 为两个复正弦波的归一化角频率. N 为数据长度, 即相关函数用 N 个有限样本点估计得到.

图 1 是单个复正弦波时, 用几种方法得到的计算机模拟结果. 图 1(a) 是用一般线性预测方法, 图 1(b) 为对相关阵作 SVD 逼近处理, 结果旁瓣起伏变小. 多次试验表明, 统计稳定性明显提高, 但峰值和主瓣宽度变化不大, 即分辨率基本相同. 图 1(c) 和 (d) 为用本文方法得到的结果, 其峰值明显提高, 主瓣宽度(以 -3dB 电平为准)明显变窄, 同时旁瓣电平也大大下降. 多次试验表明, 其统计稳定性也很高. 为便于比较, 几种方法所得

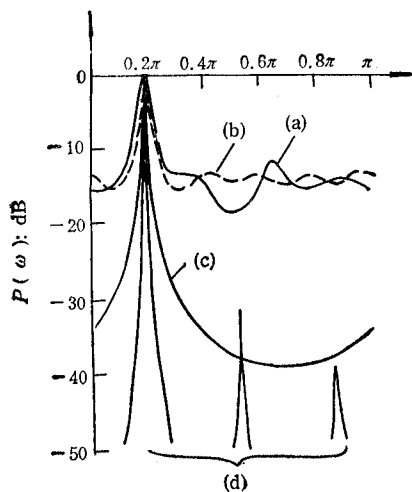


图 1 一个复正弦波 ($\omega = 0.2\pi$) 的模拟谱 ($N = 50, P = 8, K_s = 3, \sigma^2 = 1.0$)

(a) 线性预测谱, (b) 相关阵 SVD 逼近处理谱, (c) 利用(25)式所得谱, (d) 利用(26)式所得谱

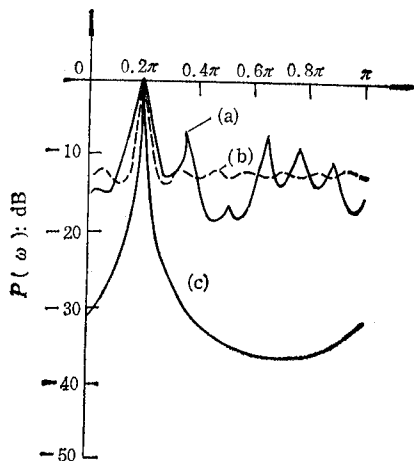


图 2 两个复正弦波 ($\omega_1 = 0.24\pi, \omega_2 = 0.3\pi$) 的模拟谱 ($N = 30, P = 15, K_s = 4, \sigma^2 = 1.0$)

(a) 线性预测谱, (b) 相关阵 SVD 逼近处理谱, (c) 利用(25)式所得谱

的谱估计曲线画在一个图中,图 2 是同时存在两个复正弦波的情况,其结论与单个复正弦波时相同。

六、结 论

由于可通过对相关阵作 SVD 逼近处理来减小各种扰动对 LPEF 系数的影响,从而本文提出的 LPEF 系数阵正交矢量方法不仅具有很高的谱分辨率,而且具有较好的统计稳定性。大量的计算机模拟也证实了这一点。与二维不同,一维 LPEF 系数阵正交矢量方法需要比正常情况下高得多的 AR 阶数。而且它还牵涉到 K_a 、 K_b 的选取问题。这些问题我们将在以后的文章里再作介绍。

在本文的写作过程中,作者曾多次同西安交通大学邹理和教授进行了讨论,特此致谢。

附录 I 直接积的定义、性质和引理

1. 定义 设 A 为 $m \times n$ 阶复矩阵, B 为 $p \times q$ 阶复矩阵。 A 与 B 的直接积定义为 $mp \times nq$ 阶复矩阵,它由下式给出:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$

2. 性质 设 A, B, C, D 分别为 $k \times l$, $p \times q$, $l \times m$, $q \times n$ 阶复矩阵,则:

$$(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T$$

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD)$$

3. 引理 设 V_1, V_2 分别为 N_1 维和 N_2 维列矢量,且

$$\begin{aligned} B &= V_1 \otimes V_2 \\ &= [b_1 b_2 \cdots b_{N_1 N_2}]^T \end{aligned}$$

为 $N_1 N_2$ 维矢量。若令

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_{N_2} \\ b_{N_2+1} & b_{N_2+2} & \cdots & b_{2N_2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{(N_1-1)N_2+1} & \cdots & \cdots & b_{N_1 N_2} \end{bmatrix}$$

那么

$$\bar{B} = V_1 V_2^T$$

反之结论亦真。

附录 II 关于定理 2 的证明

定理 2 中第(1)点显然成立,这里不证。若定义

$$\bar{A}_L = \bar{A} \cdot \bar{A}^H \quad (A-1)$$

则根据文献[1]中有关公式知:

$$\bar{\mathbf{A}}_L = (\epsilon_P/\sigma^2)^2 \left[\epsilon_\omega \cdot \epsilon_\omega^T + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^K g_{ki} U(\omega_k) U^H(\omega_i) \right] \quad (\text{A-2})$$

式中

$$g_{ki} = d_k \cdot d_i^* U^T(\varphi_{ki}) U^*(\varphi_i), \quad k, i = 1, 2, \dots, K \quad (\text{A-3})$$

由线性代数知, $\bar{\mathbf{A}}$ 的零奇异值对应的左奇异矢量 $W_{K+2}, W_{K+3}, \dots, W_{N_1}$ 均为 $\bar{\mathbf{A}}_L$ 的零特征值对应的特征矢量, 即有(仅以 W_{N_1} 作为例证):

$$\bar{\mathbf{A}}_L^T W_{N_1} = 0 \quad (\text{A-4})$$

将(A-2)式代入(A-4)式有:

$$(\epsilon_\omega^T W_{N_1}) \epsilon_\omega + \sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^K g_{ki} U^H(\omega_i) W_{N_1} \right) U(\omega_k) = 0 \quad (\text{A-5})$$

式中

$$\epsilon_\omega = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (\text{A-6})$$

$$\epsilon_\varphi = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (\text{A-7})$$

分别为 N_1, N_2 维单位列矢量. 由于 $\epsilon_\omega, U(\omega_1), U(\omega_2), \dots, U(\omega_K)$ 互相线性无关(因为 ω_1 互不相同), 于是由(A-5)可得:

$$\epsilon_\omega^T W_{N_1} = 0 \quad (\text{A-8})$$

$$\sum_{i=1}^K g_{ki} U^H(\omega_i) W_{N_1} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (\text{A-9})$$

由式(A-8)即可证 W_{N_1} 的第一个元素为零.

由方程组(A-9)可推得:

$$U^H(\omega_i) W_{N_1} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (\text{A-10})$$

这样就证明了 W_{N_1} 满足定理 2 的第(2)点和第(4)点. 同样可证 $W_{K+2}, W_{K+3}, \dots$ 等矢量满足定理 2 的第(2)、(3)两点. 类似地可证明定理 2 的第(3)点和第(4)点的其余部分.

附录 III 关于定理 3 的证明

由于假定信号为 K 个正弦波加白噪声, 因此相关阵为:

$$\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I} + \sum_{i=1}^K \rho_i U_{P+1}(\omega_i) U_{P+1}^H(\omega_i)$$

式中 σ^2 为白噪声方差, ρ_i 为第 i 个复正弦信号功率, $\mathbf{I}$ 为 $(P+1) \times (P+1)$ 阶单位矩阵. 将 $\mathbf{R}$ 代入预测误差方程组

$$\mathbf{R}\mathbf{A} = \epsilon_P \epsilon$$

并求逆有

$$\mathbf{A} = \epsilon_P / \sigma^2 \left[\epsilon + \sum_{i=1}^K d_i U_{P+1}(\omega_i) \right]$$

其中 ϵ_P 为预测误差功率, $\{d_i\}$ 为复常数. 由于

$$\begin{aligned} \epsilon &= [1 \ 0 \ \dots \ 0]_{(P+1) \times 1}^T \\ &= [1 \ 0 \ \dots \ 0]_{K_2 \times 1}^T \otimes [1 \ 0 \ \dots \ 0]_{K_2 \times 1}^T \\ &= \epsilon_1 \otimes \epsilon_2 \end{aligned}$$

$$U_{P+1}(\omega_i) = [1 \ e^{j\omega_i} \dots e^{jP\omega_i}]^T$$

$$= U_{K_a}(K_b\omega_i) \otimes U_{K_b}(\omega_i), \quad i = 1, 2, \dots, K$$

根据 $\mathbf{A}$ 与 $\bar{\mathbf{A}}$ 之关系, 由附录 I 中有关直接积的引理即知

$$\bar{\mathbf{A}} = c_P/\sigma^2 \left[\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^T + \sum_{i=1}^K d_i U_{K_a}(K_b\omega_i) U_{K_b}^T(\omega_i) \right]$$

仔细分析上式不难证得定理 3.

参 考 文 献

- [1] Li He Zou (邹理和) On Resolution of 2-D Spectral Estimation as Applied to Sinusoids in White Noise, Ph. D. Dissertation, Princeton University, 1984.
- [2] S. M. Kay, S. L. Marple, Jr. *PIEE*, 69(1981), 1380—1419.
- [3] G. Bienvenu, Eigensystem Properties of Sampled Space Coherent Signal and Interference, Proc. ICASSP, 1984.
- [4] T. K. Citron, T. Kailath, An Improved Eigenvector Beamformer, Proc. ICASSP, 1984.
- [5] Angzhao Di, L. Tiao, Matrix Decomposition and Multiple Source Location, Proc. ICASSP, 1984.
- [6] D. W. Tufts, R. Kumaresan, *Proc. IEEE*, 70(1982), 975—989.
- [7] O. I. Frost, Power Spectrum Estimation, In 1976 NATO Advanced Study Institute on Signal Processing with Emphasis on Underwater Acoustic Portovenice, Italy, 1976.
- [8] H. C. Lin, *Trans. IEEE on AP*, AP-30(1982).
- [9] D. R. Farrier, *PIEE*, 131(1984).
- [10] C. L. Lawson, R. J. Hanson, Solving Least Squares Problems, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1974.

NEW SPECTRAL ESTIMATION APPROACHES IN LPEF COEFFICIENT MATRIX SPACE

Huang Dengshan

(Northwest Polytechnical University, Xi'an)

Bao Zheng

(Northwest Telecommunication Engineering Institute, Xi'an)

ABSTRACT For the case of sinusoids plus white noise, it will be proved that the construction of the LPEF (Linear Prediction Error Filter) coefficient matrix space is quite similar to that of the correlation matrix space. Therefore, the orthogonal vector techniques can be applied to the LPEF coefficient matrix space for spectral estimation. With the SVD approximation approach used for the correlation matrix, the present approach has not only the property of high resolution, but also the property of high statistic stability. Finally, a one dimensional LPEF coefficient matrix is formed and the spectral estimation is simulated by computer. The results are compared with those obtained by other approaches.

KEY WORDS Signal process; Linear prediction error filter; Orthogonal vector spectral estimation