

OFDM 系统中基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法

曾 嵘 赵春明

(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

摘 要: OFDM 系统的性能对频率偏移非常敏感。该文针对 OFDM 系统频偏估计中所产生的模糊度问题提出了一种基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法。它通过在相邻 OFDM 符号中相同子载波间进行相位差分调制来校正频偏估计模糊度。文中从理论上给出并证明了算法具有唯一可辨识性的充分条件, 并分析比较了算法的复杂度和定时误差对算法性能的影响。理论分析和仿真结果表明, 在性能相近的前提下, 该文提出的频偏估计模糊度校正算法具有运算量小和对定时误差不敏感的优点。

关键词: OFDM, 相位差分调制, 频偏估计模糊度校正

中图分类号: TN929.5 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2005)03-0364-05

Frequency Ambiguity Resolution Algorithm for OFDM Systems Based on Phase Differential Modulation between Adjacent Symbols

Zeng Rong Zhao Chun-ming

(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract OFDM systems are sensitive to the frequency offset. In this paper, a novel frequency ambiguity resolution algorithm in OFDM systems based on phase differential modulation between adjacent symbols is proposed to correct the frequency ambiguity. The sufficient condition for the proposed algorithm to achieve unique identifiability is deduced. Moreover, the computational complexity of the proposed algorithm and the sensitivity of the proposed algorithm to the timing error are also analyzed in the paper. Theoretical analysis and computer simulations show that the proposed algorithm has the low complexity advantage over conventional algorithm while maintaining approximately the same performance.

Key words OFDM, Phase differential modulation, Frequency ambiguity resolution

1 引言

正交频分多址 (OFDM) 技术作为一种高速数据传输方式是下一代无线通信系统的重要的可选方案之一^[1]。OFDM 传输技术有很多优点, 但在具体设计 OFDM 系统接收机时仍有许多因素需要考虑。其中 OFDM 系统的同步问题是一个重要的方面。同步误差使 OFDM 系统的性能急剧恶化^[2, 3]。因此, OFDM 接收机的主要任务就是完成对各种参数的同步, 包括载波同步和定时恢复。由于发送和接收端振荡器频率的不一致造成频率偏移, 从而需要进行载波同步。频率偏移按照子载波间隔分为整数部分和小数部分。频率偏移对系统性能的影响主要有两个方面: 首先衰减了有用信号, 其次产生了严重的 ICI。对频偏进行估计时, 一般先在时域估计频偏的小数部分 (由于在时域受到估计范围的限制, 其频偏估计值是实际频偏值的小数部分), 然后进行 FFT 运算在频域估计频偏的整数部分, 即进行频偏估计模糊度校正。

针对利用同步头进行频偏估计时, 由于频率偏移超出估计范围而引入频偏估计模糊度问题。文献[4]基于最大似然准则提出了两种频偏估计模糊度校正算法: 利用导频的频偏估计模糊度校正算法和盲频偏估计模糊度校正算法。文献[5]采用减小 OFDM 符号内重复周期的方法来增加频偏估计的范围。此方法对频偏估计范围的扩展程度有限, 而且会增加运算量。文献[6]采用相干相位带宽的概念来进行频偏模糊度校正, 以此来降低由于定时误差的存在对算法产生的影响。文献[7]通过检测相关函数的峰值来进行频偏估计模糊度校正。该算法可以得到较好的性能, 但是运算量相对较大。在无线高速数据通信系统中, 同步算法的运算量是一个需要考虑的重要方面。为了降低同步算法的运算量, 文献[8]利用同一个 OFDM 符号中相邻子载波符号上的相位差异来进行频偏估计模糊度校正。本文提出了一种基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法, 它通过在相邻 OFDM 符号

中相同子载波间进行相位差分调制来校正频偏估计模糊度。该算法在性能与文献[8]提出算法性能相近的前提下,运算量近似为文献[8]算法运算量的一半,且算法估计性能对定时误差不敏感。

2 系统模型

基带采样信号可以表示为

$$x_l(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_{l,k} e^{j2\pi kn/N} \quad (1)$$

式中 $x_l(n)$ 表示经过 IFFT 运算后时域发送序列, N 为子载波数, $X_{l,k}$ 表示发送的第 l 个 OFDM 符号的第 k 个子载波上的信息符号。

移去保护间隔后,经过 FFT 运算后的接收采样信号可以表示为

$$Y_{l,k} = (X_{l,k} H_{l,k}) \frac{\sin(\pi\xi)}{N \sin(\pi\xi/N)} e^{j\pi\xi(N-1)/N} e^{j2\pi\xi(N_g + lN_T)/N} + I_{l,k} + W_{l,k} \quad (2)$$

式中 $I_{l,k}$ 表示由于频偏引起的子载波间干扰; $W_{l,k}$ 是零均值高斯随机变量; $H_{l,k}$ 是第 l 个 OFDM 符号第 k 个子载波上的信道频率响应; $\xi = \Delta f T$ 是归一化频偏, Δf 为频率偏移, $T' = T + T_g$, T_g 是保护间隔周期,其长度为 $N_g = T_g/T_s$, $T_s = T/N$, T 为 OFDM 符号周期, $N_T = N + N_g$ 。

在 OFDM 系统中对同步参数进行估计可以通过同步帧头和插入导频的方法来实现。本文采用同步帧头方式进行频偏估计,具体帧头格式如图 1 所示。图中 G_1 和 G_2 分别代表同步头中 OFDM 符号 X_1 和 X_2 的循环前缀。两个 OFDM 符号中的子载波采用 MPSK 调制,即

$$X_{l,k} = \begin{cases} e^{j2\pi m_l(k)/M}, & k = 0, 2, \dots, N-2 \\ 0, & k = 1, 3, \dots, N-1 \end{cases} \quad (3)$$

式中 $m_l(k) \in \{0, 1, \dots, M-1\}$, $l = 1, 2$ 。在奇数子载波符号上置零是为了使 OFDM 符号在时域上有周期重复特性,从而可以利用此特性来估计频偏的小数部分。



图 1 同步帧头格式

在确定 $m_l(k)$ 时,文献[8]在同一个 OFDM 符号中的相邻子载波间进行相位差分调制,即

$$m_l(k+4) - 2m_l(k+2) + m_l(k) = (-1)^l, \quad k = 0, 2, \dots, N-6 \quad (4)$$

与其不同的是,本文提出的算法是在相邻 OFDM 符号的相同子载波间进行相位差分调制,即

$$m_2(k+2) - m_1(k+2) = m_2(k) - m_1(k) + 1 \quad (5)$$

3 基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法

由于本文主要处理频偏估计模糊度校正问题,而且对于小数部分频偏估计已有许多文献进行过讨论,如文献[7],因此,我们假设小数部分频偏已被精确地估计出,并且已经在接收信号中进行了补偿,则接收信号可表示为

$$Y_{l,k} = X_{l,\text{mod}(k-m,N)} H_{l,\text{mod}(k-m,N)} e^{j2\pi m[(l-1)N_T + N_g]/N} + W_{l,k} \quad (6)$$

式中 m 是频偏的整数部分。

在进行小数部分频偏估计时,我们利用时域中一个 OFDM 符号内重复周期为 $N/2$ 的接收信号来估计小数频偏,因此有下式成立

$$m = 2k \quad (7)$$

式中 k 是任意整数,即 m 是偶数。上式证明如下:

小数部分频偏 ε 可由下式估计得到

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{\pi} \arg \left(\sum_{n=1}^{N/2} r_1^*(N_g + n) r_1(N_g + n + \frac{N}{2}) \right) \quad (8)$$

式中接收信号 $r_l(n)$ 可以表示为

$$r_l(n) = x_l(n) e^{j2\pi(nN_T + n)\xi/N} + w(n) \quad (9)$$

由于时域中同步帧头的一个 OFDM 符号内重复周期为 $N/2$,不考虑噪声时,有

$$r_1^*(N_g + n) r_1(N_g + n + \frac{N}{2}) = |x_1(N_g + n)|^2 e^{j\pi\xi} \quad (10)$$

因此,对接收信号进行补偿后的频偏为

$$m = \xi - (1/\pi) \arg(e^{j\pi\xi}) = \xi - 1 + \text{mod}(1 - \xi, 2) \stackrel{x \triangleq \xi - 1}{=} x + \text{mod}(-x, 2) \quad (11)$$

式中 x 为任意实数,可表示成 $x = 2k + q$, k 为任意整数, q 为实数且 $|q| \leq 1$,则有

$$\begin{aligned} x + \text{mod}(-x, 2) &= 2k + q + \text{mod}(-2k - q, 2) \\ &= 2k + q + \text{mod}(-q, 2) \end{aligned} \quad (12)$$

当 $q \geq 0$ 时, $\text{mod}(-q, 2) = 2 - q$, 则 $x + \text{mod}(-x, 2) = 2k + 2$; 当 $q < 0$ 时, $\text{mod}(-q, 2) = -q$, 则 $x + \text{mod}(-x, 2) = 2k$; 由此可知 m 为偶数。

在基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法中,采用下式来估计整数倍频偏:

$$\hat{m} = \frac{M}{\pi} \arg(P) \quad (13)$$

当不考虑噪声 $W_{l,k}$ 并假设信道响应在同步帧头时间范围内不变,即 $H_{1,k} = H_{2,k} = H_k$, 则变量 P 可以表示为

$$\begin{aligned}
P &= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} Y_{1,k}^* Y_{2,k} X_{2,k}^* X_{1,k} \\
&= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} H_{\text{mod}(k-m, N)}^* H_{\text{mod}(k-m, N)} \\
&\quad \cdot e^{j2\pi\{[m_2(k-m)-m_1(k-m)]-[m_2(k)-m_1(k)]\}/M} e^{j2\pi N_g m/N} \\
&= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} H_{\text{mod}(k-m, N)}^* H_{\text{mod}(k-m, N)} e^{-j\pi m/M} e^{j2\pi N_g m/N} \\
&= \frac{2}{N} e^{j\pi m(2N_g M/N-1)/M} \sum_{k \in K} H_{\text{mod}(k-m, N)}^* H_{\text{mod}(k-m, N)} \quad (14)
\end{aligned}$$

式中 $K = \{0, 2, \dots, N-2\}$, 则有

$$\begin{aligned}
\hat{m} &= (M/\pi) \arg(P) \\
&= 2 \left[M/2 - \text{mod} \left(M/2 - m(N_g M/N - 1/2), M \right) \right] \quad (15)
\end{aligned}$$

4 算法唯一可辨识性

为了保证基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法的有效性, 首先要求估计变量 \hat{m} 与 m 是一一对应的。下面的定理 1 给出了满足上述一一对应关系的充分条件。

定理 1 $\forall |m| < M$ 且 m 为偶数, m 由式(15)得到的 \hat{m} 唯一确定的充分条件是

$$\left(M, \frac{2N_g M - N}{(2N_g M - N, N)} \right) = 1 \quad (16)$$

式中两项用符号 (a, b) 表示, (a, b) 为 a 和 b 的最大公因子。

证明 由式(15)知, $\forall |m| < M$ 且 m 是偶数, 如果 m 由 \hat{m} 唯一确定, 则 $\forall |m_1| < M$, $\forall |m_2| < M$ 且 m_1, m_2 为偶数, $m_1 \neq m_2$, 有下式成立

$$\text{mod} \left(\frac{M}{2} - m_1 \left(\frac{N_g M}{N} - \frac{1}{2} \right), M \right) \neq \text{mod} \left(\frac{M}{2} - m_2 \left(\frac{N_g M}{N} - \frac{1}{2} \right), M \right) \quad (17)$$

等价于

$$(m_1 - m_2)(N_g M/N - 1/2) \neq kM \quad (18)$$

其中 k 为任意整数。因 $|m_1 - m_2| < 2M$ 且 $(m_1 - m_2)$ 为偶数。

定义 $\alpha = (m_1 - m_2)/2$, $\beta = (2N_g M - N)/(2N_g M - N, N)$, $\gamma = N/(2N_g M - N, N)$, 则 $0 < |\alpha| < M$, $(2N_g M - N/N) = (\beta/\gamma)$ 。显然所要证定理等价于: 当 $(\beta, M) = 1$ 时, m 与 \hat{m} 是一一对应的, 即 $\alpha\beta/\gamma \neq kM$ 。式(18)等价于

$$k \neq \alpha\beta/(\gamma M) \quad (19)$$

当 $\gamma = 1$ 时, 上式等价于

$$k \neq \alpha\beta/M \quad (20)$$

因 $(\beta, M) = 1$, 如果 $(\alpha, M) = 1$, 则 $(\alpha\beta, M) = 1$, 即 $\alpha\beta$ 不能被 M 整除。由于 k 是任意整数, 则式(20)得证。如果 $(\alpha, M) \neq 1$, 定义 $x = \alpha/(\alpha, M)$, $y = M/(\alpha, M)$, 则 $\alpha/M = x/y$ 。因

$|\alpha| < M$, $|y| > 1$, $(x, y) = 1$, $(\beta, M) = 1$, 故 $(\beta, y) = 1$, 则 $(x\beta, y) = 1$, $x\beta$ 不能被 y 整除。由于 k 是任意整数, 则式(20)得证。当 $\gamma \neq 1$ 时, $(\beta, M) = 1$, $(\beta, \gamma) = 1$, 则 $(\beta, M\gamma) = 1$ 。 $|\alpha| < M$, $|y| > 1$, 则 $|\alpha/(M\gamma)| < 1$ 。如果 $(\alpha, M\gamma) = 1$, 则 $(\alpha\beta, M\gamma) = 1$, 即 $\alpha\beta$ 不能被 $M\gamma$ 整除。由于 k 是任意整数, 则式(19)得证。当 $(\alpha, M\gamma) \neq 1$ 时, 定义 $x = \alpha/(\alpha, M\gamma)$, $y = M\gamma/(\alpha, M\gamma)$, 则 $\alpha/(M\gamma) = x/y$, $(x, y) = 1$ 。因 $(\beta, M\gamma) = 1$, 则 $(\beta, y) = 1$, $(x\beta, y) = 1$, $x\beta$ 不能被 y 整除。由于 k 是任意整数, 则式(19)得证。证毕

由定理可知, 在选择调制指数 M 时, 只要满足上述条件, 就可以保证 \hat{m} 与 m 是一一对应的。另外, 由式(15)知, 这种一一对应关系只与 N , N_g 和 M 有关, 而与信道无关。因此这种一一对应关系是确定的, 而不存在随机性因素。

综上所述, 当选择调制指数 M 满足定理 1 所述条件时, 算法的唯一可辨识性得到保证。

5 定时误差对算法性能的影响分析

当存在定时误差时, 假设 θ 表示以采样间隔 T_s 归一化后的定时误差。考虑 $\tau_{\max}/T_s - N_g < \theta < 0$ 的情况, τ_{\max} 为信道最大多径时延扩展, 则经过 FFT 解调后的接收信号可以表示为

$$Y_{l,k,\theta} = H_{\text{mod}(k-m, N)} X_{l, \text{mod}(k-m, N)} e^{j2\pi\{(-1)N_g m + N_g m + k\theta\}/N} + W_{l,k} \quad (21)$$

考虑定时误差对文献[8]提出算法性能的影响。在文献[8]中采用下式来估计整数倍频偏:

$$\hat{m} = \text{even_int} \left[\frac{M}{2\pi} \{ \arg(P_2) - \arg(P_1) \} \right] \quad (22)$$

式中符号 $\text{even_int}()$ 表示取偶数整数,

$$P_l = \frac{2}{N} \sum_{k \in K} Y_{l,k}^* Y_{l, (k+2)} X_{l,k}^* X_{l, (k+2)}, \quad K \in \{0, 2, \dots, N-2\} \quad (23)$$

由式(21), 当存在定时误差且不考虑噪声时, 有

$$\begin{aligned}
P_{l,\theta} &= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} Y_{l,k,\theta}^* Y_{l, (k+2), \theta} X_{l,k}^* X_{l, (k+2)} \\
&= \frac{2}{N} e^{j(-1)^l m\pi/M} e^{j4\pi\theta/N} \sum_{k \in K} H_{l, \text{mod}(k-m, N)}^* H_{l, \text{mod}(k+2-m, N)} \quad (24)
\end{aligned}$$

为了简化分析, 考虑 AWGN 信道情况下, 有

$$P_{l,\theta} = \frac{2}{N} H e^{j\pi\{(-1)^l m + 4\theta M/N\}/M} \quad (25)$$

我们注意到运算 $-\pi < \arg(z) \leq \pi$, 即复数辐角的主值。由于主值运算有效区间受限, 当 $|(-1)^l m + 4\theta M/N| \geq M$ 时, 可能会出现估计偏差。由于在进行估计模糊度校正时定时误差 θ 无法准确预测, 因此文献[8]提出的算法将会由于定时误

差的不确定性而造成估计结果的不确定性。

现在来考虑定时误差对本文提出算法性能的影响, 由式 (21), 不考虑噪声时, 有

$$\begin{aligned}
 P_\theta &= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} Y_{1,k,\theta}^* Y_{2,k,\theta} X_{2,k}^* X_{1,k} \\
 &= \frac{2}{N} \sum_{k \in K} H_{\text{mod}(k-m,N)}^* H_{\text{mod}(k-m,N)} e^{-j\pi m/M} e^{j2\pi(N_T m - k\theta)/N} \\
 &= \frac{2}{N} e^{j\pi m(2N_g M / N - 1)/M} \sum_{k \in K} H_{\text{mod}(k-m,N)}^* H_{\text{mod}(k-m,N)} = P \quad (26)
 \end{aligned}$$

显然当定时误差 $\tau_{\max} / T_s - N_g \leq \theta \leq 0$ 时, 本文提出的算法的性能同不存在定时误差时的性能是相近的, 即本文提出的模糊度校正算法的性能对定时误差是鲁棒的。

6 算法复杂度分析

由式(14)可知, 算法运算量主要来自计算变量 P 。对于 $X_{2,k}^* X_{1,k}$, 可以在进行同步运算前先计算, 因此在分析算法运算量时不计入, 则计算变量 P 共需 N 次复数乘法和 $N/2$ 次复数加法。而文献[8]提出的算法需要计算两个同变量 P 运算量相同的变量, 因此文献[8]提出的算法的运算量为 $2N$ 次复数乘法和 N 次复数加法。显然, 本文提出的算法的运算量只有文献[8]提出的算法运算量的 $1/2$ 。

7 仿真结果

在仿真时分别比较了 AWGN 信道和多径信道下不存在定时误差和存在定时误差时文献[8]提出的频偏估计模糊度校正算法和本文提出的基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法的性能。多径衰落信道采用指数衰减时延功率谱。 t_{rms} 表示均方根时延扩展。在仿真时, 每个信噪比下仿真了 10^6 个同步帧头来计算两种算法进行频偏估计模糊度校正的正确概率。

由表 1 的仿真结果知, 在 AWGN 信道下, 两种算法的性能相同且都能达到 100% 的正确概率。表 2 给出了多径信道下均方根时延扩展为 50ns, $N = 512$, $N_g = 128$, $M = 8$,

表 1 算法性能比较
(AWGN 信道, $N = 2048$, $N_g = 128$, $M = 16$, $m = 4$)

SNR(dB)	文献[8]算法正确概率 (%) ($\theta = 0$)	本文算法正确概率 (%) ($\theta = 0$)
4	100	100
6	100	100
8	100	100
10	100	100

$m = 6$ 时的仿真结果。表中比较了不存在定时误差和定时误差在 $\tau_{\max} / T_s - N_g \leq \theta \leq 0$ 范围内均匀分布时两种算法的估计性能。由表 2 的仿真结果可知, 在多径信道下, 不存在定时误差时, 两种算法的估计正确概率在低信噪比时较为接近。在信噪比较高时, 两种算法都能达到 100% 的正确概率。对于 OFDM 无线通信系统, 特别是对于室内应用环境, 我们关注的常常是较高信噪比下算法的性能。由仿真结果知, 在 $\text{SNR} \geq 6\text{dB}$ 时, 两种算法的性能是相同的。当存在定时误差时, 文献[8] 提出的算法的性能由于受到定时误差的影响而迅速恶化。而由表 2 给出的仿真结果知, 本文提出的基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法在存在定时误差时的性能与不存在定时误差时的性能是相同的。这也验证了本文分析结果的正确性。

8 结论

本文针对频偏估计中产生的模糊度问题提出了一种基于符号间相位差分调制的频偏估计模糊度校正算法。文中通过理论分析得到并证明了本文提出的算法具有唯一可辨识性的充分条件。理论分析表明, 当定时误差在一定范围内时, 本文提出的算法的性能对定时误差是鲁棒的。而文献[8]提出的算法由于受到定时误差的影响, 其性能急剧恶化。最后, 通过计算机仿真, 验证了分析结果的正确性, 并表明在性能相近的前提下, 本文提出的频偏估计模糊度校正算法具有运算量小, 对定时误差不敏感的优点。

表 2 算法性能比较 ($t_{\text{rms}} = 50\text{ns}$, $N = 512$, $N_g = 128$, $M = 8$, $m = 6$)

SNR(dB)	文献[8]算法正确概率 (%) ($\theta = 0$)	文献[8]算法正确概率 (%) ($\tau_{\max} / T - N_g \leq \theta \leq 0$)	本文算法正确概率 (%) ($\theta = 0$)	本文算法正确概率 (%) ($\tau_{\max} / T_s - N_g \leq \theta \leq 0$)
4	100	29.2	99.99	99.99
6	100	29.17	100	100
8	100	29.16	100	100
10	100	29.17	100	100

参考文献

- [1] Bingham J. Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come. *IEEE Communications Magazine*, 1990, 28(5): 5 – 14.
- [2] Speth M, Fechtel S A, Fock G, *et al.*. Optimum receiver design for wireless broad-band systems using OFDM-Part I. *IEEE Trans. on Communications*, 1999, 47(11): 1668 – 1677.
- [3] Speth M, Fechtel S A, Fock G, *et al.*. Optimum receiver design for OFDM-based broadband transmission-Part II. *IEEE Trans. on Communications*, 2001, 49(4): 571 – 578.
- [4] Morelli M, D'Andrea A N, Mengali U. Frequency ambiguity resolution in OFDM systems. *IEEE Communications Letters*, 2000, 4(4): 134 – 136.
- [5] Moose P H. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction. *IEEE Trans. on Communications*, 1994, 42(10): 2908 – 2914.
- [6] Bang K, Cho N, Cho J, *et al.*. A coarse frequency offset estimation in an OFDM system using the concept of the coherence phase bandwidth. *IEEE Trans. on Communications*, 2001, 49(8): 1320 – 1324.
- [7] Schmidl T M, Cox D C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM. *IEEE Trans. on Communications*, 1997, 45(12): 1613 – 1621.
- [8] Seo B S, Kim S C, Park J. Fast coarse estimator of carrier frequency offset for OFDM systems. *Electronics Letters*, 2002, 38(12): 1520 – 1521.

曾嵘: 男, 1976年生, 博士生, 研究方向: 宽带移动通信中的均衡和同步技术.

赵春明: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 研究方向: 通信理论、移动通信系统、纠错编码技术、自适应滤波技术及通信专用集成电路设计.