一种虚拟波束形成自适应加权空间平滑算法

丁前军[①②]　王永良[②]　张永顺[①]　陈　辉[②]

[①](空军工程大学导弹学院 三原 713800)

[②](空军雷达学院雷达兵器运用工程全军重点实验室 武汉 430010)

摘　要　该文提出了一种用于自适应阵列的自适应加权空间平滑算法。通过构造虚拟自适应波束形成问题求取用于子阵协方差矩阵加权的加权向量，然后进行加权空间平滑自适应波束形成。理论分析与仿真结果表明，新算法能更有效地降低期望信号和干扰之间的相关性，使得用于空间平滑的子阵数减少，以降低阵列孔径损失。

关键词　自适应波束形成，相干干扰，阵列信号处理

中图分类号：TN911.7　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2006)12-2263-06

An Adaptive Weighted Spatial Smoothing Algorithm Utilizing Virtual Beamforming

Ding Qian-jun[①②]　Wang Yong-liang[②]　Zhang Yong-shun[①]　Chen Hui[②]

[①](*Missile Institute*, *Air Force Engineering University*, *Sanyuan* 713800, *China*)

[②](*Key Research Lab*, *Air Force Radar Academy*, *Wuhan* 430010, *China*)

Abstract　An adaptive weighted spatial smoothing algorithm is developed for adaptive arrays. By constructing a virtual issue of adaptive beamforming, the weight vector is obtained to weight the covariance matrixes of subarrays. Then, weighted spatial smoothing is processed and beamforming follows that. The theoretical analysis and simulation results show that the new algorithm can decorrelate the desired signal and the coherent interferences more efficiently, with the result that the number of sub-arrays needed decreases and the array aperture loss is reduced in spatial smoothing.

Key words　Adaptive beamforming, Coherent interference, Array signal processing

1　引言

在自适应阵列中，由于多径效应或“智能干扰”的存在而导致期望信号和干扰相干，直接应用常规自适应波束形成算法将导致期望信号相消现象，使得波束形成器的性能严重下降。相干环境下的自适应波束形成算法大致分为两类：一类是空间平滑算法[1]，它通过子阵列的空间滑动来降低相干性，但要以减小有效阵列孔径为代价，牺牲了一部分阵列增益；另一类方法则不减小阵列孔径，通过对相干干扰施加线性约束[2]或对接收数据进行变换预处理[3]、裂相变换[4]或变换投影[5]来改善相干环境时的波束形成性能，但这类方法需知道期望信号、相干干扰波达方向及阵列流形的先验信息，估计相干干扰的方向和求解最优变换矩阵使得计算量大大增加，不利于实时实现，而且，文献[2]中对相干干扰施加线性约束的方法对期望信号和相干干扰方向的估计误差相当敏感。

加权空间平滑算法是通过对子阵列协方差矩阵进行加权平均来进一步降低期望信号和干扰之间的相干性，因为经典空间平滑算法是以恢复信号干扰空间的秩为基础的，没有从期望信号和干扰互相关函数的角度来考虑去相关问题，所以其去相干性能是初步的。加权空间平滑正是从互相关函数出发，以使期望信号和干扰的互相关函数为零为准则从根本上去除相干性。文献[6]提出一种基于期望信号和相干干扰到达角度先验信息的加权空间平滑算法，其基本思想是使加权平滑后期望信号和干扰的互相关函数趋于零。不失一般性，在信号模型中把期望信号复包络置于信号干扰复包络矢量的第1个元素的位置，则加权平滑使得信号干扰相关矩阵的第1行和第1列除第1个元素外均趋于零。但文献[6]的加权空间平滑算法仍然存在对相干干扰到达角度的估计问题。文献[7]提出了一种更加“自适应”的基于阵列接收数据的加权平滑算法，其基本思想也是使加权平滑后信号干扰相关矩阵的第1行和第1列除第1个元素外均接近零，但它局限于期望信号在阵列法线方向时的情况，显然这不符合阵列“自适应”的要求。尽管如此，这种自适应加权平滑的思想实现了加权向量的自适应求取，即由阵列接收数据得到，不需相干干扰角度的先验信息。文献[8]针对平滑次数较少时仍存在期望信号相消的问题，先阻塞掉期望信号，再作空间平滑，当存在指向误差时，期望信号阻塞不完全，空间平滑仍不能完全去相关。文献[9]提出了空间谱估计中的全局加权平滑算法，谱估计中需去掉所有信源之间的相关性。文献[9]的方法中全局子阵加权向量的维数多，且需干扰方位的初始估计，寻优的计算量大，然而波束形成中只需去掉期望信号和干扰

2005-03-10 收到，2005-07-25改回

国家自然科学基金(60272086)，全国高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划(TRAPOYT)资助课题

之间的相关性，因此文献[9]的方法适用于空间谱估计，在波束形成中不必要。

本文提出一种新的自适应加权空间平滑算法，在均匀线阵条件下，只需知道期望信号方向(不限于阵列法线方向)，先构造虚拟自适应波束形成问题来求最优加权向量，再进行加权空间平滑使信号干扰相关矩阵的第1行和第1列除第1个元素外均接近零值，有效降低期望信号和干扰之间的相干性，然后进行常规波束形成。仿真结果表明：新的自适应加权空间平滑算法能更有效地去除期望信号和干扰之间的相干性，在平滑次数相同的情况下新算法比常规空间平滑算法得到更高的输出信干噪比。因此，新算法可用较少的平滑次数(对应较大的子阵孔径)去相干，从而减小阵列孔径损失。

2 自适应加权空间平滑算法(Adaptive Weighted Spatial Smoothing: AWSS)

2.1 AWSS算法的原理描述

考虑N元等距线阵，间距为d，各阵元均为各向同性阵元，远场处有一个期望信号和M个窄带干扰以平面波入射(波长为λ)，到达角度分别为θ_0和θ_k($k=1,2,\cdots,M$)，阵列接收数据为

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{A}_N\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t) \tag{1}$$

式中$\boldsymbol{X}(t)$为$N\times1$快拍数据矢量，$\boldsymbol{X}(t)=\left[x_1(t),\cdots,x_N(t)\right]^{\mathrm{T}}$，本文中，符号$*$代表复数共轭，上标T表示矩阵转置，上标H表示矩阵的共轭转置。$\boldsymbol{N}(t)$为$N\times1$阵列阵元噪声矢量，$\boldsymbol{N}(t)=\left[n_1(t),\cdots,n_N(t)\right]^{\mathrm{T}}$。$\boldsymbol{S}(t)$为信号矢量，$\boldsymbol{S}(t)=\left[s_0(t)\,s_1(t)\cdots s_M(t)\right]^{\mathrm{T}}$，$s_k(t)$为第$k$个信源的复包络。$\boldsymbol{A}_N$为阵列流形矩阵，$\boldsymbol{A}_N=\left[\boldsymbol{a}(\theta_0)\quad\boldsymbol{a}(\theta_1)\cdots\quad\boldsymbol{a}(\theta_M)\right]$，其中$\boldsymbol{a}(\theta_k)=[1,e^{j\beta_k},\cdots,e^{j(N-1)\beta_k}]^{\mathrm{T}}$，$k=0,1,\cdots,M$为第$k$个信源的方向向量，$\beta_k=(2\pi/\lambda)d\sin(\theta_k)$。

阵列的协方差矩阵$\boldsymbol{R}$定义为

$$\boldsymbol{R}=E\left[\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t)\right]=\boldsymbol{A}_N\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{A}_N^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}_N \tag{2}$$

其中$\boldsymbol{R}_S=E\left[\boldsymbol{S}(t)\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(t)\right]$为信号干扰相关矩阵，$\boldsymbol{I}_N$为$N$维单位阵。

经典空间平滑(Spatial Smoothing，SS)算法使平滑后的等效阵列协方差矩阵仍保留信源的角度信息，且使原来的信号干扰相关矩阵由秩损恢复为平滑后的满秩。当干扰和期望信号相干(完全相关)时，信号干扰相关矩阵的秩为1；当干扰和期望信号完全不相关时，信号干扰相关矩阵为满秩，且其第1行、第1列除(1,1)元素外均应为零(称之为完全去相关条件)。空间平滑只是使平滑后的信号干扰相关矩阵为满秩，但对其第1行和第1列的元素没有约束，所以只能部分去相干。加权空间平滑则通过对各子阵列协方差矩阵求加权平均，达到恢复秩和满足完全去相关条件的目的，因此，加权空间平滑在理想条件下可以完全去相干，即使存在非理想误差，加权空间平滑也具有一定的去相干能力。

将阵列划分为相互重叠的L个子阵，对应每个子阵中阵元个数为$m=N-L+1$，加权前向空间平滑(Weighted Forward Spatial Smoothing，WFSS)算法将前向阵列协方差矩阵中所有L个m阶子矩阵进行加权平均，而权值的优化以平滑后等价的信号干扰相关矩阵第1行和第1列除第1个元素外均逼近0为目标(当然也是满秩的)。

设$\boldsymbol{R}_k$为第k个子阵的协方差矩阵，由子阵平滑的平移不变性，$\boldsymbol{R}_k$可表示为

$$\boldsymbol{R}_k=\boldsymbol{A}_m\boldsymbol{D}^{(k-1)}\boldsymbol{R}_S(\boldsymbol{D}^{(k-1)})^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}_m \tag{3}$$

$\boldsymbol{D}=\mathrm{diag}[e^{j\beta_0},e^{j\beta_1},e^{j\beta_2},\cdots,e^{j\beta_M}]$为对角阵，$\boldsymbol{A}_m=\left[\boldsymbol{a}_m(\theta_0)\ \boldsymbol{a}_m(\theta_1)\cdots\boldsymbol{a}_m(\theta_M)\right]$为$m\times(M+1)$阵列流形矩阵，$\boldsymbol{a}_m(\theta_k)=\left[1,e^{j\beta_k},\cdots,e^{j(m-1)\beta_k}\right]^{\mathrm{T}}$为$m\times1$维信源方向向量。

加权前向平滑后等价的m维阵列协方差矩阵$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}}$为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}}=\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\boldsymbol{R}_k w^*(k) \tag{4}$$

$\boldsymbol{W}_S=[w(1),w(2),\cdots,w(L)]^{\mathrm{T}}$为子矩阵的加权向量，如果$\boldsymbol{W}_S=[1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}$，则加权前向空间平滑算法退化为前向空间平滑(Forward Spatial Smoothing，FSS)算法。将式(3)代入式(4)得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}}&=\boldsymbol{A}_m\left[\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\boldsymbol{D}^{(k-1)}\boldsymbol{R}_S\left(\boldsymbol{D}^{(k-1)}\right)^{\mathrm{H}}w^*(k)\right]\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{H}}+\left[\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}w^*(k)\right]\sigma^2\boldsymbol{I}_m\\&=\boldsymbol{A}_m\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}S}\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{H}}+\sigma_W^2\boldsymbol{I}_m\end{aligned} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}S}=\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\boldsymbol{D}^{(k-1)}\boldsymbol{R}_S(\boldsymbol{D}^{(k-1)})^{\mathrm{H}}w^*(k) \tag{6}$$

$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}S}$为加权前向平滑后的等效信号干扰相关矩阵，$\sigma_W^2=\left[\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}w^*(k)\right]\sigma^2$。本文中加权平滑所用的加权向量$\boldsymbol{W}_S$由阵列数据求得，所以称之为自适应加权空间平滑，而且由本文方法求得的$\boldsymbol{W}_S$为实数向量，则式(5)中的噪声项仍可写成噪声功率乘以单位阵的形式。

由式(6)得$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}S}$的第$(i,j)$个元素为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}S}(i,j)=\frac{1}{L}\boldsymbol{R}_S(i,j)\sum_{k=1}^{L}w^*(k)e^{j(k-1)\Delta\beta_{i,j}},\quad i,j=0,1,\cdots,M \tag{7}$$

其中$\Delta\beta_{i,j}=\beta_i-\beta_j=-\Delta\beta_{j,i}$，完全去相关条件等价为：寻求最优加权向量$\boldsymbol{W}_S$使$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}S}$第1行和第1列的元素除$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}S}(1,1)$外均为零，即

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{L}w^*(k)e^{j(k-1)\Delta\beta_{0,j}}=\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}[1,e^{j\Delta\beta_{0,j}},\cdots,e^{j(L-1)\Delta\beta_{0,j}}]^{\mathrm{T}}=0,\\&\sum_{k=1}^{L}w^*(k)e^{j(k-1)\Delta\beta_{j,0}}=\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}[1,e^{-j\Delta\beta_{0,j}},\cdots,e^{-j(L-1)\Delta\beta_{0,j}}]^{\mathrm{T}}=0,\\&\qquad j=1,2,\cdots,M\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

令$\boldsymbol{a}(\theta_{V,j})=\left[1,e^{j\Delta\beta_{0,j}},\cdots,e^{j(L-1)\Delta\beta_{0,j}}\right]^{\mathrm{T}}$，具有范德蒙结构，可看作是第$j$个虚拟干扰源(virtual interference)的导向矢量，干扰角度为$\theta_{V,j}$，$\Delta\beta_{0,j}=(2\pi/\lambda)d\sin(\theta_{V,j})$。现在假设一虚拟自适应阵列的阵元数等于上述$N$元阵进行加权空间平滑时的子阵数$L$，虚拟阵的其它特性(如阵元间距、阵元特性等)同上面的N元阵，因$\Delta\beta_{j,0}=-\Delta\beta_{0,j}=(2\pi/\lambda)d\sin(-\theta_{V,j})$，则式

(8)可化为$\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta_{V,j})=0$，$\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(-\theta_{V,j})=0$，$j=1,2,\cdots,M$。为保持$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wfS}}(1,1)=\boldsymbol{R}_S(1,1)$，由式(7)得$\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}[1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta_{V,0})=L$，$\theta_{V,0}=0$相当于虚拟期望信号的方向。写成：

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta_{V,j})=0,\\&\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(-\theta_{V,j})=0,\quad j=1,2,\cdots,M\\&\boldsymbol{W}_S^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta_{V,0})=L,\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

我们知道，自适应波束形成即在保证期望信号接收的同时，在干扰角度方向产生自适应零陷，使自适应权矢量对干扰的响应接近为 0，则求解式(9)最优加权向量$\boldsymbol{W}_S$的优化问题可等效为当虚拟期望信号方向在 0°且有$2M$个互不相关干扰从角度$\theta_{V,j}$，$-\theta_{V,j}$($j=1,2,\cdots,M$)入射到L元虚拟阵列上时的自适应波束形成的最优权值$\boldsymbol{W}_{V\mathrm{opt}}$求解问题。

下面利用阵列接收数据来构造满足上述问题的L元虚拟阵列接收数据协方差矩阵，从而求出虚拟波束形成问题的自适应权矢量，作为满足式(9)的加权向量$\boldsymbol{W}_S$的近似解。

2.2 构造虚拟波束形成问题求加权向量$\boldsymbol{W}_S$

利用原始阵列接收数据，通过一定处理可以得到期望信号方向在 0°，$2M$个干扰从角度$\theta_{V,j}$，$-\theta_{V,j}$($j=1,2,\cdots,M$)入射到L元阵列上时的虚拟自适应波束形成问题所需的阵列协方差矩阵，求解此虚拟自适应阵列的最优权向量即可作为最优加权向量$\boldsymbol{W}_S$的近似解。

2.2.1 由阵列数据构造虚拟波束形成的协方差矩阵　为了清楚地说明虚拟波束形成中所用协方差矩阵的构造过程，这里先以构造一个N元阵列虚拟波束形成的协方差矩阵为例来说明，然后给出求式(9)的近似解所需的L元虚拟波束形成问题的协方差矩阵的构造方法。N元阵虚拟波束形成问题的构造步骤为：

(1) 移相变换　假设期望信号方向θ_0可以估计得到，对上面的N元等距线阵，构造移相变换矩阵$\boldsymbol{B}_N=\mathrm{diag}(1,e^{-j\beta_0},\cdots,e^{-j(N-1)\beta_0})$，$\beta_0=(2\pi/\lambda)d\sin(\theta_0)$，$\boldsymbol{B}_N$为$N$维对角阵，对阵列接收数据进行如下变换：$\boldsymbol{Y}(t)=\boldsymbol{B}_N\boldsymbol{X}(t)$，则变换后的阵列协方差矩阵为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_Y&=E\left[\boldsymbol{B}\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t)\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\right]=\boldsymbol{B}_N\boldsymbol{A}_N\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{A}_N^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_N^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}_N\\&=\boldsymbol{A}_V\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{A}_V^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}_N\end{aligned}\tag{10}$$

$$\boldsymbol{A}_V=\boldsymbol{B}_N\boldsymbol{A}_N=[\boldsymbol{a}_{V,0}\quad\boldsymbol{a}_{V,1}\quad\ldots\quad\boldsymbol{a}_{V,M}]\tag{11}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_{V,i}&=\boldsymbol{B}_N\boldsymbol{a}(\theta_i)=[1,e^{j(\beta_i-\beta_0)},\cdots,e^{j(N-1)(\beta_i-\beta_0)}]^{\mathrm{T}}\\&=[1,e^{j\Delta\beta_{i,0}},\cdots,e^{j(N-1)\Delta\beta_{i,0}}]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{a}(-\theta_{V,i})\end{aligned}\tag{12}$$

$\Delta\beta_{i,0}=(2\pi/\lambda)d\sin(-\theta_{V,i}),\quad i=0,1,\cdots,M$，显见：移相变换后的阵列数据等效为期望信号在 0°方向，干扰在$-\theta_{V,j}$方向，这里角度取为负值是为了与第 2.1 节中保持一致。

(2) 构造镜像干扰　对移相变换后的阵列协方差矩阵$\boldsymbol{R}_Y$求实部相当于在阵列数据中增加$\theta_{V,j}$方向的干扰，证明如下(为了方便，这里忽略噪声)：由式(10)−式(12)，$\boldsymbol{Y}(t)$可写成$\boldsymbol{Y}(t)=\sum_{k=0}^{M}s_k(t)\boldsymbol{a}(-\theta_{V,k})$，则$\boldsymbol{R}_Y=E\{\boldsymbol{Y}(t)\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}(t)\}=\sum_{i=0}^{M}\sum_{j=0}^{M}\boldsymbol{a}(-\theta_{V,i})\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(-\theta_{V,j})E\{s_i(t)s_j^*(t)\}$，取其实部得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{Y,\mathrm{real}}&=\frac{\boldsymbol{R}_Y+\boldsymbol{R}_Y^*}{2}\\&=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{M}\sum_{j=0}^{M}\Big\{\boldsymbol{a}(-\theta_{V,i})\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(-\theta_{V,j})E\{s_i(t)s_j^*(t)\}\\&\quad+\boldsymbol{a}^*(-\theta_{\mathrm{V},i})\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(-\theta_{V,j})E\{s_i^*(t)s_j(t)\}\Big\}\\&=E\{[\boldsymbol{Y}(t)+\boldsymbol{Y}'(t)][\boldsymbol{Y}'(t)+\boldsymbol{Y}'(t)]^{\mathrm{H}}\}\end{aligned}\tag{13}$$

$\boldsymbol{Y}'(t)=\sum_{k=0}^{M}s_k^*(t)\boldsymbol{a}(\theta_{V,k})$，可见，对阵列协方差矩阵取实部后的阵列数据相当于在原来干扰的镜像角度方向加入了对应的共轭干扰信号。至此，通过对阵列接收数据进行处理构造出的协方差矩阵$\boldsymbol{R}_{Y,\mathrm{real}}$等效为期望信号方向为 0°方向，在$\theta_{V,j}$，$-\theta_{V,j}$方向存在$2M$个干扰时阵列接收数据的协方差矩阵。

与式(9)要求的虚拟波束形成问题要求的阵列数据相比，其一，移相变换和对$\boldsymbol{R}_Y$取实部没有改变信号源的相关特性，因此，进行虚拟波束形成求加权向量时还需考虑去相干问题；其二，式(9)的虚拟阵列为L元阵列，而构造的$\boldsymbol{R}_{Y,\mathrm{real}}$为$N$元阵的数据。为解决这两个问题，对上述步骤进行如下修改，即得L元虚拟波束形成问题的协方差矩阵的构造方法

(1) 首先对阵列接收数据进行移相变换：$\boldsymbol{Y}(t)=\boldsymbol{B}_N\boldsymbol{X}(t)$。

(2) 对变换后的数据进行前向或前后向空间平滑，子阵阵元数取为L，则平滑次数为$N-L+1=m$，依前所述，对平滑得到阵列协方差矩阵取实部即得满足式(9)虚拟波束形成问题条件的阵列协方差矩阵$\boldsymbol{R}'_{Y,\mathrm{real}}$($L\times L$矩阵)。

由式(10)得：$\boldsymbol{R}_Y=E\left[\boldsymbol{B}_N\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t)\boldsymbol{B}_N^{\mathrm{H}}\right]=\boldsymbol{B}_N\boldsymbol{R}\boldsymbol{B}_N^{\mathrm{H}}$，又由空间平滑不改变信号源的角度信息，所以虚拟波束形成协方差矩阵的构造步骤可进一步修改为

(1) 对阵列接收数据$\boldsymbol{X}(t)$进行空间平滑，子阵阵元数取为L，得到平滑后的阵列协方差矩阵$\boldsymbol{R}'$($L\times L$矩阵)。

(2) 令$\boldsymbol{B}_L=\mathrm{diag}(1,e^{-j\beta_0},\cdots,e^{-j(L-1)\beta_0})$，$\boldsymbol{R}'_Y=\boldsymbol{B}_L\boldsymbol{R}'\boldsymbol{B}_L^{\mathrm{H}}$，对$\boldsymbol{R}'_Y$取实部得$\boldsymbol{R}'_{Y,\mathrm{real}}$。则移相变换矩阵的维数由$N\times N$维降低为$L\times L$维，计算量得到降低。

2.2.2 进行虚拟波束形成　由构造出的协方差矩阵$\boldsymbol{R}'_{Y,\mathrm{real}}$($L\times L$矩阵)求虚拟波束形成的最优权矢量$\boldsymbol{W}_{V\mathrm{opt}}$为

$$\boldsymbol{W}_{V\mathrm{opt}}=(\boldsymbol{R}'_{Y,\mathrm{real}})^{-1}\boldsymbol{a}_{V,0},\quad\boldsymbol{a}_{V,0}=[1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}\tag{14}$$

由以上的原理可得，$\boldsymbol{W}_{V\mathrm{opt}}$近似满足式(9)。由于虚拟波束形成要在$2M$个干扰方向形成零陷，所以应满足$L\ge 2M+1$。由于式(14)中$\boldsymbol{R}'_{Y,\mathrm{real}}$，$\boldsymbol{a}_{V,0}$均为实数量，则$\boldsymbol{W}_{V\mathrm{opt}}$为实数向量。

2.3 自适应加权空间平滑波束形成

由于虚拟波束形成器的权矢量$\boldsymbol{W}_{V\mathrm{opt}}$在虚拟干扰方向产生零陷，即$\boldsymbol{W}_{V\mathrm{opt}}$为式(9)的近似解，令$\boldsymbol{W}_S=\boldsymbol{W}_{V\mathrm{opt}}$，作为加权

向量代入式(4)对原始阵列数据进行加权空间平滑，然后进行波束形成，求得自适应阵列的权向量：

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}} &= \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{W}_S^*(k) \\ \boldsymbol{W}_{\mathrm{opt}} &= \mu\boldsymbol{R}_{\mathrm{wf}}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta_0) \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

以上是自适应加权前向平滑(Adaptive Weighted Forward Smoothing，AWFS)，容易推广到自适应加权前后向平滑(Adaptive Weighted Forward-Backward Smoothing，AWFBS)算法。

根据以上的讨论，自适应加权空间平滑波束形成的算法流程总结如下：

(1) 构造虚拟波束形成问题求加权空间平滑的加权向量 $\boldsymbol{W}_S$ 的近似解。(a) 构造虚拟波束形成所需的协方差矩阵；(b) 进行虚拟波束形成求 $\boldsymbol{W}_S$ 的近似解。

(2) 进行加权空间平滑，得到去相关后的阵列协方差矩阵。

(3) 对去相关后的阵列协方差矩阵进行 MVDR 波束形成。

3 仿真结果与性能分析

3.1 仿真试验

设天线阵为 12 元等距线阵，阵元间距为 0.5 倍的波长，干扰与期望信号完全相干，均为窄带信号且从远场入射，干扰从旁瓣进入，快拍数均取为 500，仿真结果均为 100 次蒙特卡罗仿真平均得到，为方便起见，这里只对存在 1 个相干干扰的情况进行仿真，由算法的原理推导可知，这并不影响对算法性能的验证。取 SMI 算法作为未作相干处理时的波束形成性能参考，SMI 算法的权矢量为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{smi}} = \mu\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta_0)$，$\boldsymbol{R}$ 为式(2)所示的阵列协方差矩阵。仿真中所有的协方差矩阵均由有限快拍数据估计得到。

试验 1 几种空间平滑算法的方向图比较

期望信号方向为 0°，输入信噪比(SNR)为 10dB，1 个相干干扰，干扰角度为 15°，干扰噪声比(JNR)为 30dB，空间平滑子阵列的阵元数 L 取为 5，图 1 为采用各种空间平滑算法的波束形成方向图比较，为了说明不同平滑算法波束形成干扰零陷的深浅，在干扰角度 15°处局部放大。如图 1 所示，由于干扰与期望信号相干，SMI 算法不能分辨期望信号和干扰的空间角度，此时自适应阵列对期望信号和干扰均加以抑制(可能在二者的等效合成方向形成零陷)，其方向图在干扰方向不能形成零陷，而是出现峰值。前向平滑(FS)和前后向平滑(Forward-Backward Smoothing，FBS)则只能部分去相关，在干扰方向的增益略由下降，但仍未形成零陷。自适应加权空间平滑(AWFS，AWFBS)则能完全去相干，在干扰方向形成深的零陷。

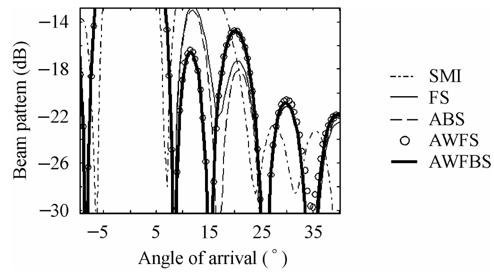

图 1 几种空间平滑算法波束形成的方向图比较

Fig.1 Beampatterns of the beamformers employing different spatial smoothing algorithms

试验 2 AWSS 与 SS 算法的输出信干噪比比较

(1) 期望信号方向为 0°，输入信噪比(SNR)为 10dB，1 个相干干扰，干扰噪声比(JNR)为 30dB，空间平滑子阵列的阵元数 L 取为 5，对相干干扰角度为 10°至 50°时阵列的输出信干噪比(Signal to Interference-Noise Ratio，SINR)进行仿真，图 2(a)示出各种空间平滑算法的输出信干噪比曲线。

(2) 期望信号方向变为 30°，相干干扰角度从−20°至 20°变化，其它仿真条件同(1)，图 2(b)示出各种空间平滑算法的输出信干噪比曲线。从图 2 可以得出如下结论：自适应加权空间平滑(AWSS)算法能得到比空间平滑(SS)算法更高的输出信干噪比，只有在少数奇异角度(可能是阵列的固有零陷角度)上，二者的性能才接近一致；AWFS 与 AWFBS 算法的性能几乎完全相同。

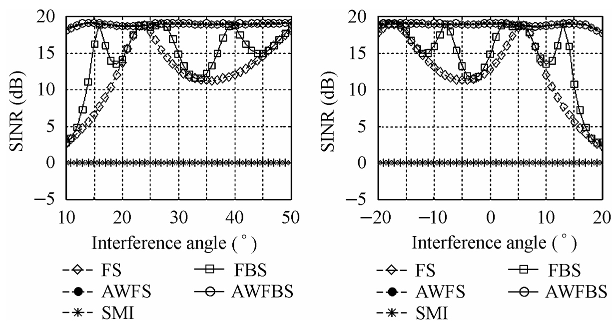

图 2 (a) 阵列输出 SINR 随干扰角度的变化
(b) 阵列输出 SINR 随干扰角度的变化

Fig.2 (a) SINR comparison versus the interference angle
(b) SINR comparison versus the interference angle

试验 3 子阵孔径对 AWSS 和 SS 算法性能的影响

期望信号方向为 0°，输入信噪比为 10dB，1 个相干干扰，干扰方向为 30°，干扰噪声比为 30dB，考察子阵孔径大小对各种空间平滑算法性能的影响，图 3 示出各种空间平滑算法的输出信干噪比随子阵阵元个数 m 变化的曲线，可以看出，自适应加权空间平滑算法不仅能得到比经典空间平滑算法更高的输出信干噪比，而且子阵孔径越大，输出信干噪比越高。

试验 4 输出信干噪比(SINR)随输入信噪比(SNR)变化的比较

期望信号方向为 0°，1 个相干干扰，干扰方向为 15°，

干扰噪声比为 30dB，图 4 为阵列输出 SINR 随输入信噪比变化的情况，如图 4 所示，自适应加权空间平滑算法能得到比空间平滑算法更高的输出信干噪比。但如果输入信噪比 SNR 增加至比输入干扰噪声比 JNR 大得多时，虚拟波束形成得到的零陷变浅，式(9)不能得到满足，加权空间平滑的去相干性能变差。在实际应用环境中，SNR 一般比 JNR 小得多，所以加权空间平滑算法可得到有效应用。

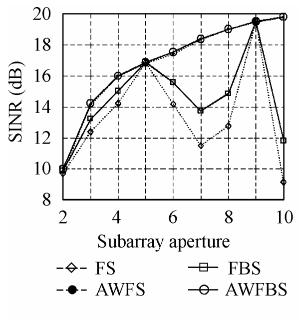

图 3　阵列输出 SINR 随子阵孔径的变化

Fig.3 SINR comparison versus subarray aperture

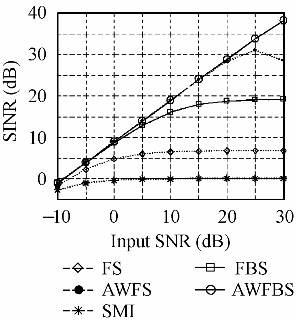

图 4　阵列输出 SINR 随 SNR 的变化

Fig.4 SINR performance versus the input SNR

3.2　性能分析

3.2.1　AWSS 与 SS 算法的输出信干噪比比较　如图 2 所示，SMI 算法的输出信干噪比最低(对应于图 1 中其方向图在干扰方向形成峰值)，自适应加权空间平滑(AWSS)算法能得到比空间平滑(SS)算法更高的输出信干噪比，且 SS 算法的输出信干噪比随干扰角度的变化较大，干扰角度与期望信号角度愈近(但不进入主瓣)，输出信干噪比越低，这是因为空间平滑的去相干性能是与期望信号和干扰角度的相对位置有关系的。空间平滑算法的去相干性能与期望信号和干扰角度的角度差有关，二者角度相差越大，去相干效果越明显，输出信干噪比越高。

AWSS 算法的输出信干噪比在不同干扰角度上几乎不变，这是因为自适应加权空间平滑得到的信号干扰相关矩阵为式(6)，虚拟波束形成自适应加权空间平滑能使信号相关系数趋于零值($\boldsymbol{R}_{\mathrm{wfS}}$ 的第 1 行、第 1 列除第 1 个元素外均趋于零)，有效降低信号干扰之间的相干性，因而 AWSS 算法去相干性能与干扰角度无关，所以其输出信干噪比几乎不随干扰角度变化。而 SMI 算法由于信号和干扰相干对波束形成性能的影响不随干扰角度变化，所以其输出信干噪比也不随干扰角度变化。总之，干扰角度愈接近期望信号角度(但不进入主瓣)，AWSS 算法相对 SS 算法的性能改善就愈明显。

图 2 中，AWFS 与 AWFBS 算法的性能几乎完全相同，这是因为 AWFBS 算法相对 AWFS 算法只是空间平滑次数增加了一倍，而自适应加权空间平滑算法主要是通过虚拟波束形成来去相干，因此在子阵大小 m 相同(即虚拟波束形成时空间平滑次数相同)时，空间平滑次数增加一倍对输出信干噪比无明显改善。尽管如此，AWFBS 算法平滑次数的增加有利于增强算法的鲁棒性。

3.2.2　子阵孔径对AWSS和SS算法性能的影响　从试验 3 可得出如下结论：SS算法是通过空间平滑去相干的，要得到好的去相干效果(对应较高的输出信干噪比)，要求的平滑次数要高，但子阵孔径也小，这种阵列孔径损失带来的阵列增益损失与去相干效果相矛盾，所以图 3 中FS，FBS算法的曲线出现起伏，其最高点对应最佳子阵大小。而AWSS算法主要是通过自适应加权的作用去相干，所以用于空间平滑的子阵数可以比较小，对应子阵孔径较大，即AWSS算法减小了空间平滑带来的阵列孔径损失。而且，随着子阵孔径的增大，L 元虚拟阵列自适应波束形成时空间平滑的次数($N-L+1=m$)越大，虚拟波束形成问题的解就越接近最优加权向量$\boldsymbol{W}_S$，加权空间平滑的去相干性能就越好，因此图 3 中AWFS和AWFBS算法的曲线随子阵阵元数 m 上升。由加权空间平滑时 $m \ge M$ 及虚拟空间平滑时 $L \ge 2M+1$ 可得，空间平滑时子阵列孔径应满足：$M \le m \le N-2M$，因此在自适应加权空间平滑中，子阵孔径应在保证阵元个数大于信源数目且平滑次数大于虚拟信源数目的情况下尽量取较大值。当干扰源数目较多时，因需满足 $L \ge 2M+1$，平滑次数较多，则AWSS算法改善阵列孔径损失的性能不明显。因此，AWSS算法特别适用于干扰源数目较少时的情况。

另外，当干扰包含相干干扰和非相关干扰时，对非相关干扰，$\boldsymbol{R}_S(1,j)=0$，$\boldsymbol{R}_S(j,1)=0$，由式(7)得 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{wfS}}(1,j)=0$，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{wfS}}(j,1)=0$，不影响本算法的应用，所以本文提出的算法可应用于任意干扰组合的情况。

4　结束语

本文提出一种用于自适应阵列的自适应加权空间平滑算法，通过构造虚拟自适应波束形成问题求取用于子阵加权的加权向量，然后对阵列原始数据进行加权空间平滑自适应波束形成。新的加权空间平滑算法只需知道期望信号的到达方向，充分利用阵列接收数据进行自适应加权空间平滑，有效降低期望信号和干扰之间的相干性。理论分析与仿真结果表明，与空间平滑算法相比，自适应加权空间平滑算法可用更少的平滑次数去相干，得到较大的子阵孔径，从而减小阵列孔径损失。

参 考 文 献

[1]　Shan T J, Kailath T. Adaptive beamforming for coherent signals and interference. *IEEE Trans. on Acoustics*, *Speech*, *and Signal Processing*, 1985, 33 (3): 527–536.

[2]　Yeh C C, Wang W D. Coherent interference suppression by an antenna array of arbitrary geometry. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1989, 37 (10): 1317–1322.

[3]　Lee T S, Lin T T. Coherent interference suppression with complementally transformed adaptive beamformer. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1998, 46 (5): 609–617.

[4] Lu Ming, He Zhen-ya. Adaptive beamforming using split-polarity transformation for coherent signal and interference. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1993, 41(3): 314–324.

[5] 赵永波，张守宏. 存在相干干扰时的最优波束形成. 通信学报，2002, 23 (2): 113–121.

[6] Elmaraazey M. An adaptive spatial smoothing technique for beamforming in the presence of correlated arrivals. Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Chicago, Illinois, USA, May 1993, Vol. 1: 208–211.

[7] Tang Jun, Peng Ying-ning. A new adaptive spatial smoothing method. Proceedings of the IEEE International Symposium on Antennas and Propagation Society, Columbus, OH, Jun. 2003, Vol. 3: 284–287.

[8] Pei S C, Yeh C C, Chiu S C. Modified spatial smoothing for coherent jammer suppression without signal cancellation. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1988, 36(3): 412–414.

[9] Wang Bu-hong, Wang Yong-liang, Chen Hui. Weighted spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals. Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, San Antonio, Texas, USA, Jun. 2002, Vol. 2: 668–671.

丁前军： 男，1977年生，博士生，从事电子对抗、阵列信号处理技术研究.

王永良： 男，1965年生，教授，博士后，博士生导师，现为武汉空军雷达学院雷达兵器运用工程全军重点实验室主任，中国电子学会无线电分会委员，已发表论文130多篇，收入三大检索60多篇，出版专著两部，主要研究方向为雷达技术、阵列信号处理、自适应信号处理等.

张永顺： 男，1961年生，教授，博士生导师，主要研究方向为雷达系统、电子对抗、自适应信号处理等.

陈　辉： 男，1974 年生，讲师，研究方向为超分辨谱估计、空时自适应处理.