

缓变截面周期波导色散特性的研究*

金菊英 钱景仁

(中国科学技术大学,合肥)

摘要 本文用等效电路法推导了双圆锥缓变截面波导周期结构的色散方程,并在不同的结构参量的条件下计算了若干条色散曲线。从而为实现宽带运用而选择最佳尺寸提供了理论依据。最后,通过实验证实了理论的可靠性。

关键词 回旋管;缓变截面周期波导;等效电路法;色散特性

1. 引言

回旋管以其高功率、高效率、短波长辐射的特点有着广泛的应用领域,受到人们的普遍重视。从目前来看,快波回旋器件的研究与实践比较广泛,也比较深入,但慢波回旋器件的前景也是诱人的。科学家们对慢波回旋器件的物理机制进行的研究指出,慢波回旋器件的作用机理是韦伯(Weibel)不稳定性。文献[1]的作者从相干回旋辐射的观点出发,分析讨论了韦伯不稳定性放大机理的相位条件,并提出了慢波回旋放大器(SWCA)周期性高频结构的设想。

慢波结构可以采用介质波导,也可以采用周期波导,而周期波导结构与介质波导相比,在用作新型宽带高功率毫米波器件——慢波回旋放大器的慢波系统时,具有束波耦合阻抗高、工艺制造简单、没有高介电常数材料带来真空兼容性问题等优点。因此,文献[1]作者提出的周期波导结构的设想是很有价值的。本文就周期波导结构的色散特性进行分析研究,并对回旋慢波器件的研制给出了某些有意义的结论。

2. 色散方程的推导

众所周知,慢波系统的色散特性就是其相速 v_p 随频率 f 变化的特性。或者经变换[†]将色散特性表示成 $K=f(\beta)$ 的关系。色散特性的分析方法可以有多种。本文在文献[2]的基础上,在临界截面上采用等效反射系数的概念,从而有可能用等效电路方法来分析研究色散特性。

双圆锥周期波导系统在波传播方向上呈周期性。由弗洛奎(Floquet)定理得知,波在任意周期性结构中传播时,波有如下关系。

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{b_n}{b_{n-1}} = M \quad (1)$$

式中 $M = e^{-\gamma l}$, l 为空间周期, γ 为传播常数。 a , b 分别代表正向波和反向波振幅。

* 1987年4月13日收到,1988年7月30日修改定稿。

这就是说, 在一给定频率下, 对一确定的传输模式, 沿周期系统传输的波在任一截面上的场分布与离该截面一个周期远处的场分布仅相差一个复常数因子。因此分析周期系统的传输特性可只取一个周期波导段。

图 1 中, 从 0 至 z_d 为一个周期, $z = 0$ (或 $z = z_d$), $z = z_s$ 截面是某模式的截止截面(或称为临界截面), 该面随频率和模式而变动。

设 ρ_0 和 ρ_s 分别为 $z = 0$ 与 $z = z_s$ 临界截面上的反射系数。由结构上的对称性可知:

$$\rho_0 = \rho_s = \rho = |\rho|e^{i\theta},$$

需要特别指出的是, ρ_0, ρ_s 并不是截面上真实的反射系数, 仅仅是等效反射系数, 是文献[2]作者为了把几何光学法(WBKJ法)推广到包括临界截面在内的区域, $0 \leq z \leq z_s$, 而引入的一个等效边界条件。由图 1 可知:

$$\left. \begin{aligned} a'_n &= a_{n-1}e^{-i\Phi} \\ b'_n &= b_{n-1}e^{i\Phi} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 Φ 代表缓变截面波导中传播波通过 0 到 z_s 波导段所引起的总的相位移。所以

$$\Phi = 2 \int_0^{z_s} \beta_n(z) dz,$$

在 $z = z_s$ 与 $z = z_d$ 两个临界截面之间的过渡段, 尽管场分布是复杂的, 但正向波与反向波可以通过 S 参量建立起简单的关系。即把过渡段用一个四端网络来等效, 其网络参量采用 S 参量。则:

$$\left. \begin{aligned} b'_n &= s_{11}a'_n + s_{12}b_n \\ a_n &= s_{21}a'_n + s_{22}b_n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由网络对称、无耗以及 S 参量各元素的物理意义可知, $S_{11} = S_{22} = |\rho|e^{i\theta}$, $S_{12} = S_{21} = \tau e^{i\varphi}$, 其中 τ, φ 分别为该网络的传输系数的模和辐角, 且 $\tau = \sqrt{1 - |\rho|^2}$, $\varphi = \theta, \pm \frac{\pi}{2}$ 。

将(1),(2)式代入(3)式, 经化简整理得:

$$\left. \begin{aligned} S_{11}e^{-i\Phi}a_n + (S_{12}M - e^{i\Phi})b_n &= 0 \\ (M - S_{21}e^{-i\Phi})a_n - S_{22}Mb_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

方程组(4)有非零解的条件是

$$\begin{vmatrix} S_{11}e^{-i\Phi} & S_{12}M - e^{i\Phi} \\ M - S_{12}e^{-i\Phi} & -S_{11}M \end{vmatrix} = 0$$

由此可得出:

$$\cos \beta_n l = \frac{1}{\tau} \cos(\Phi - \varphi) \quad (5)$$

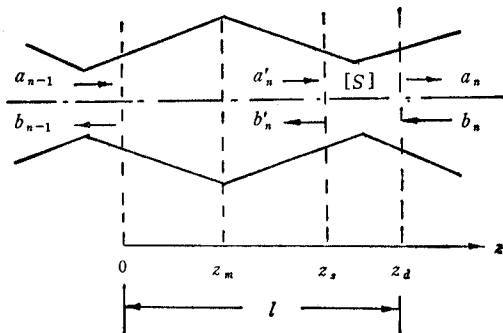


图 1 单个周期的双圆锥波导段

(5)式就是波在周期结构中传播的色散方程。它反映了周期结构对波传播的影响。

我们知道,周期系统中传播的波是由无数个空间谐波组成的,其传播常数 β_n 可表示成

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{2n\pi}{l}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

由此可知,周期系统的色散曲线只要给出 $K-\beta_0 l$ 曲线即可,其余 $n \neq 0$ 的部分,由 $K-\beta_0 l$ 曲线在 βl 轴上推移 $2n\pi$ 即得 $K-\beta_n l$ 的曲线。所以可将(5)式改写成:

$$\cos \beta_0 l = \frac{1}{\tau} \cos (\Phi - \varphi) \quad (6)$$

该方程得出的色散曲线就是 $0-\pi$ 的基波色散曲线。

3. 色散曲线的分析

由色散方程出发画出 $K=f(\beta)$ 的色散曲线,首先要找出 Φ, φ, τ 和 K 的关系。由上面分析已知总相移 Φ 为:

$$\Phi = 2 \int_0^{z_M} \beta_n(z) dz \quad (7)$$

$$\beta_n(z) = \sqrt{K^2 - K_c^2} = \frac{\mu_{01}}{a} \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (8)$$

其中 $\xi = \frac{K}{K_c} = \frac{Ka}{\mu_{01}}$, $a = a_c + z \tan \theta$, a_c 是临界截面处的半径; μ_{01} 是圆电模 H_{01}^0 的 $J_0'(u) = 0$ 的第一个根,其 $\mu_{01} = 3.832^{1)}$; K 是自由空间波数; K_c 是截止波数, $K_c = \frac{\mu_{01}}{a}$ 。

将(8),(9)两式代入(7)式得

$$\Phi = \frac{2\mu_{01}}{\tan \theta} [\sqrt{\xi_M^2 - 1} - \tan^{-1} \sqrt{\xi_M^2 - 1}]$$

式中: $\xi_M = \frac{Ka_M}{\mu_{01}} > 1$, θ 为圆锥角。

求 τ 和 φ 的问题,实质上就是求临界截面的等效反射系数 ρ 的问题。文献[2]已经给出了求 ρ 的全部公式和方法,这里不再赘述。

最后色散方程可表示为:

$$\cos(\beta_0 l) = \frac{1}{\tau} \cos \left[\frac{2\mu_{01}}{\tan \theta} (\sqrt{\xi_M^2 - 1} - \tan^{-1} \sqrt{\xi_M^2 - 1}) - \theta'_s \right] \quad (10)$$

式中 $\theta'_s = \theta_s + \frac{\pi}{2}$

由(10)式可见,色散曲线与双圆锥周期波导的结构参量有关,为使讨论条理化,令:

$$C = \frac{a_M}{a_m},$$

1) 本文计算以圆电模 H_{01}^0 为例。

其中 a_M , a_m 分别是圆锥波导的最大半径与最小半径。然后以 θ , C 为参变量, 画出 $\xi_M(K) - \beta_0 l$ 曲线, 这就是所讨论的双圆锥周期波导的色散曲线。

根据以上思路, 由计算机算出六条曲线, 并分为 a, b 两组, 其曲线的对应参量 θ 和 C 值见图 2。

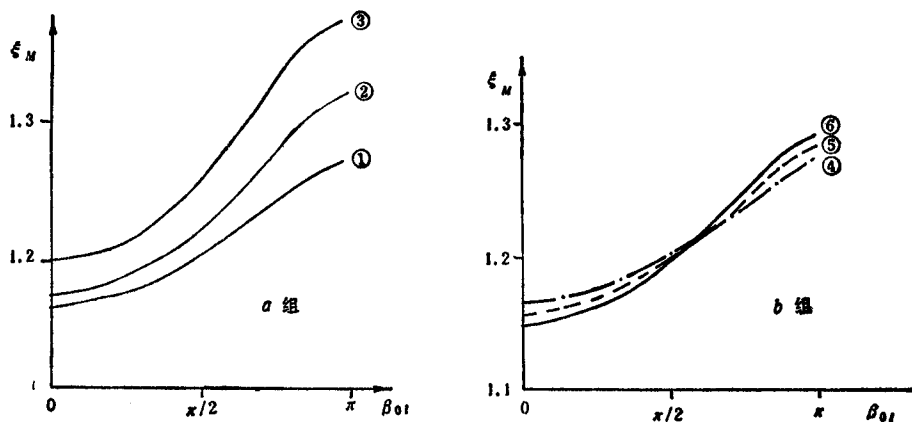


图2 双圆锥周期波导的色散曲线

a 组 ① $\theta = 22^\circ$, $C = 1.35$;
② $\theta = 25^\circ$, $C = 1.35$;
③ $\theta = 30^\circ$, $C = 1.40$

b 组 ④ $\theta = 22^\circ$, $C = 1.35$;
⑤ $\theta = 22^\circ$, $C = 1.33$;
⑥ $\theta = 22^\circ$, $C = 1.31$

由 a 组曲线可以看出:

(1) 当 θ 增加时, 对应曲线的 $\xi_{\max}$ 增长比 $\xi_{\min}$ 快, 即 $|\xi_{\max} - \xi_{\min}|$ 随 θ 的增大而增大, 也就是通带随 θ 的增大而变宽。

(2) 当 θ 增大时, 色散减弱。在色散曲线中表现为相速 v_p (数值上等于曲线上的点与原点 0 连线的斜率) 在 ξ (或 ω) 变化时, 变化不大。故可以在较宽的频带内与电子注保持同步, 实现宽带工作。但是色散方程中有关公式都是在 θ 比较小的前提下导出的, 所以 θ 太大, 误差也就大。

由 b 组曲线可以看出: 当 θ 固定, C 较小时, 频带较宽, 群速 v_g 与相速 v_p 也较相近。这有利于在频带内保持电子注与 v_p 的同步。

但是对周期结构尺寸的选定不仅要考虑宽频带工作的要求, 还要兼顾增益, 即耦合阻抗要高, 由上述诸因素来决定 θ 和 C 的选取。

4. 色散特性的测量

因为双圆锥缓变周期波导是一种对称系统, 因此用谐振法测量色散特性是合适的, 方法也简便、精确。实验模型的结构参量为: $\theta = 15^\circ$, $C = 1.24^{[1]}$ 。

经计算, $a_M = 6\text{mm}$, $a_m = 4.85\text{mm}$, $l = 8.6\text{mm}$ 。

根据谐振法原理可知^[3], 如取 N 个单元的周期系统, 并在其两端的镜像对称面上加以短路, 组成如图 3 所示的谐振腔, 其谐振条件为:

1) 由于测量系统的限制, 没有选择最佳尺寸进行实验。

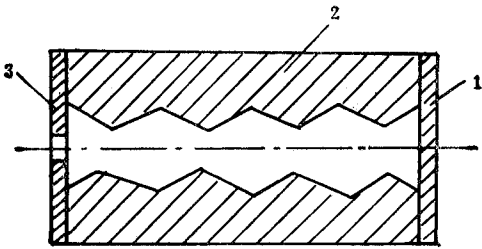


图3 实验模型示意图
1.短路板, 2.周期波导, 3.耦合膜片

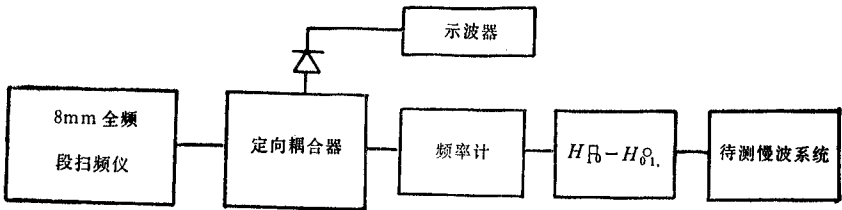


图4 谐振法测色散的方框图

$$\beta_0 l = \frac{n}{N} \pi, \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N)$$

图3所示的谐振腔就是真实的实验模型示意图,图中 $N = 4$ 。

谐振法测色散特性的实验装置如图4所示。

因为实验系统中采用 $H_{10}^0-H_{01}^0$ 模式变换器及过渡器,所以当用 8mm 全频段扫频仪扫频时,示波器显示出来的谐振波形比较乱。因此,为了使实验结果可靠,在测试中十分注意鉴别真假谐振点,并且对耦合膜片的耦合孔的大小和位置都进行了精心的设计和计算。

实验结果与理论计算值的比较如表1所示:

表 1

$\beta_0 l = \frac{n}{4} \pi$	理 论 计 算 值		实 验 结 果	
	$f_{(\text{GHz})}$	ξ_M	$f_{(\text{GHz})}$	ξ_M
$\frac{1}{4} \pi$	34.25	1.123	34.30	1.124
$\frac{2}{4} \pi$	35.01	1.148	35.25	1.155
$\frac{3}{4} \pi$	36.1	1.184	36.0	1.181
π	37.0	1.213	37.0	1.213

由此可见,实验值与理论值是比较接近的,实验证明了理论分析是正确的。此项分析研究为慢波回旋器件的一种新型的慢波结构设计提供了理论依据和方法。

参 考 文 献

- [1] Guo Hezhong, Chen Zenggui, Conference Digest of the Fifth International Conference on Infrared and Millimeter Waves, 1980, p. 94.
- [2] 钱景仁, 电子学通讯, 4(1982)1, 8—19.
- [3] 沈致远, 微波技术, 1980 年, 第四期, 第 370 页.

DISPERSION CHARACTERISTICS FOR PERIODICAL WAVE- GUIDE WITH SLOW-VARYING CROSS-SECTIONS

Jin Juying Qian Jingren

(China University of Science and Technology, Hefei)

Abstract The dispersion equation is derived by using the equivalent circuit method for periodical waveguides with double conical slow-varying cross-sections. Some dispersion curves with different parameters of the construction are calculated. Thus, the theoretic basis is provided for selecting optimum dimensions to realize the wide-band gyrotron designs. Finally, theoretic predication is demonstrated by experimental results.

Key words Gyrotron; Periodical waveguide with slow-varying cross-section; Equivalent circuit method; Dispersion characteristics