

短波跳频系统中分组 Turbo 码在阻塞干扰下的性能分析¹

甘良才 蒋光明 马 斌

(武汉大学电子信息学院 武汉 430079)

摘 要 该文基于短波跳频 (FH) 系统的特点, 对短波跳频系统中分组 Turbo 码的联合上界进行了分析和推导, 给出了该编码在阻塞干扰存在的情况时平均误码率上限的数学表达式. 并对分组 Turbo 码在短波阻塞信道下的性能进行了数值模拟, 结果表明: 分组 Turbo 码用于跳频系统时, 在短波慢瑞利衰落的信道下, 当信噪比为 20dB, 信号阻塞比为 30dB 时, 可使系统的比特误码率由 10^{-3} 降为 10^{-5} .

关键词 分组 Turbo 码, FH, 短波, 联合上界

中图分类号 TN911.22, TN911.4

1 引 言

卷积 Turbo 码^[1]作为一种新的编码结构与译码算法的结合, 其性能接近于香农限, 人们在对其原理进行探讨的同时, 也开始将其扩展到分组 Turbo 码^[2], 并且应用到各种通信系统中^[3,4] 并对其性能进行了分析^[5]. 通过对分组 Turbo 码和卷积 Turbo 码性能比较, 发现在高码率时, 分组 Turbo 码仍能保持较好的性能, 这对高码率数据传输提供了保障. 随着对 Turbo 码研究的深入, 分组 Turbo 码也开始从研究向应用发展. 例如在无线宽带网 802.16 协议中就采用分组 Turbo 码作为其物理层的纠错编码.

尽管近年来对分组 Turbo 码的研究较多, 但分组 Turbo 码在短波跳频系统中的应用至今仍然较少. 而分组 Turbo 码的纠突发错误的能力能较好地应用于短波突发错误信道, 为此有必要对 Turbo 码在短波信道中的性能进行研究^[6]. 然而, 对于实际的短波跳频系统, 往往存在阻塞干扰, 部分频带干扰等等^[7]. 其中阻塞干扰是最常见的一种干扰方式, 因此本文在文献 [6] 的基础上对分组 Turbo 码在短波信道中误码率的联合上界进行了探讨, 并且对其在阻塞干扰下的性能进行了分析.

2 分组 Turbo 码与系统模型

首先简要介绍一下分组 Turbo 码, 以及本文所涉及到的系统模型. Pyndiah^[2] 提出的分组 Turbo 码实际上是由两个分组码的子码相乘得来的, 即乘积码. 这种编码方案对于纠正短波信道中的突发错误是一种极佳的编码形式.

分组 Turbo 码的行码 C_1 和列码 C_2 分别具有参数 (n_1, k_1, d_1) , (n_2, k_2, d_2) , 其中 n_1, n_2 表示各子码的码字长度, k_1, k_2 表示各码的信息码元数, d_1, d_2 是指汉明距离. 显然行码和列码经过相乘后, 乘积码 $C(n, k, d)$ 的码长变为 $n = n_1 \times n_2$, 码距变为 $d = d_1 \times d_2$, 信息元 $k = k_1 \times k_2$. 采用这样的编码后使得码长增加, 码距变大, 从而纠错能力得到很大的提高.

译码器采用软输入软输出 (SISO) 的译码结构. 软输入译码采用契斯 (Chase) 译码. 假设信号发送后到达输入译码器的序列为 $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)$, 得到的硬判决序列 $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$,

¹ 2002-02-25 收到, 2002-12-11 改回
国家自然科学基金资助项目 (项目批准号 69772015)

则该序列中每个码元的可信度可由下式得到:

$$\Omega'(q_j) = \frac{2}{\sigma^2} (r_j + \sum_{l=1, l \neq j}^n r_l c_l^{+1(j)} p_l) \tag{1}$$

式中 σ^2 为高斯噪声的均方差, p_l 由下式定义:

$$p_l = \begin{cases} 0, & c_l^{+1(j)} = c_l^{-1(j)} \\ 1, & c_l^{+1(j)} \neq c_l^{-1(j)} \end{cases} \tag{2}$$

式中 $c_l^{+1(j)}$ 和 $c_l^{-1(j)}$ 分别为子码中与接收序列欧氏距离最近的两个码字.

假设 σ 是恒定的, 则可得到

$$r'_j = r_j + \sum_{l=1, l \neq j}^n r_l c_l^{+1(j)} p_l \tag{3}$$

式中 r'_j 为软输出信息. 若定义 $w_j = \sum_{l=1, l \neq j}^n r_l c_l^{+1(j)} p_l$, w_j 为与卷积 Turbo 码相似的外信息, 利用这种外信息便可进行 Turbo 译码. 通常求 r'_j 可用 $r' = \beta \times q_j$ 来计算^[6], 其中 β 为可信度系数.

在 Turbo 译码的时候, 第 m 级行 (列) 译码器的输入端采用如下的迭代译码公式译码:

$$R(m) = [R] + \alpha(m)[W(m)] \tag{4}$$

m 代表译码的级数, α 为量化因子^[2], $W(m)$ 表示第 m 级外信息.

本文所研究的短波跳频系统, 其跳速为 2560 跳/s, 跳频频点为 64 个. 采用的是 BPSK 调制和相干解调. 码元速率为 5120bit/s 的情况下, 跳频序列经宽间隔处理后, 由于跳频点驻留时间极短, 码元之间时间间隔较宽, 不易产生码间串扰. 因此, 该系统信道模型可近似为非选择性慢瑞利衰落信道^[8], 当信道交织深度达到 10 时, 可以认为在每一跳上的信号衰落幅度是恒定的, 并且是独立的.

本文所讨论的系统模型如图 1 所示.

图 1 中的模型为一种离散形式, 发射的编码信号 x_k 经过短波信道传输, 接收端进行解跳、采样后, 接收信号为 $y_k = \alpha_k x_k + n_k + J_k$, 其中 α_k 表示由于信道衰落引起的衰减因子, 其概率密度函数满足瑞利分布; 噪声分量 n_k 为零均值的高斯随机变量, 双边功率谱密度为 $N_0/2$; 阻塞干扰分量 J_k 为零均值的高斯随机变量, 双边功率谱密度为 $N_j/2$; 在该模型下码元瞬时信噪比 $\tau = \alpha_k^2 E_b / (N_0 + N_j)$.

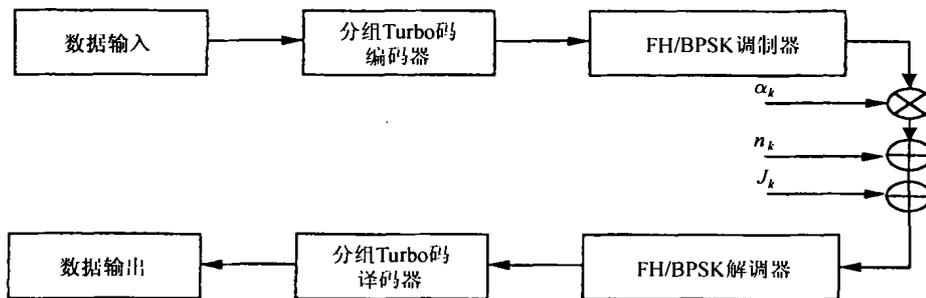


图 1 FH/BPSK 系统模型

3 分组 Turbo 码比特误码率 (BER) 的联合上界

假设在接收端采用信道探测技术, 可以估计出瑞利衰减因子 $\alpha_k = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)^{[5]}$, 则译码器可以采用修正后的欧氏距离公式

$$m(r_n, x_n; \alpha_k) = \sum_{i=1}^n |r_i - \alpha_i x_i|^2 \quad (5)$$

定义 $P(x, \hat{x})$ 是译码器将码字序列 x 错译成 \hat{x} 的概率, 一旦出现这种情况, $m(r_n, x_n; \alpha_k) \geq m(r_n, \hat{x}_n; \alpha_k)$ 成立, 即 $\sum_{i=1}^n |r_i - \alpha_i x_i|^2 \geq \sum_{i=1}^n |r_i - \alpha_i \hat{x}_i|^2$ 成立; 对于一个给定的 α_k , 其条件概率为

$$P(x, \hat{x} | \alpha_k) = \Pr \left\{ \sum_{i=1}^n 2\alpha_i n_i (\hat{x}_i - x_i) \geq \sum_{i=1}^n |\alpha_i (x_i - \hat{x}_i)|^2 \right\} \quad (6)$$

式中 $\sum_{i=1}^n |\alpha_i (x_i - \hat{x}_i)|^2$ 可以化简为 $\sum_{i=1}^n |\alpha_i (x_i - \hat{x}_i)|^2 = 4 \sum_{p=1}^d \alpha_{i_p}^2 E_S$, 而 α_{i_p} 表示两个码字序列不相同的码元处的衰落因子, d 为 x, \hat{x} 两个序列之间的汉明码距, E_S 为单个码元的能量. 假设 $X = \sum_{i=1}^n 2\alpha_i n_i (\hat{x}_i - x_i)$, 由于 n_i 是零均值高斯向量并且其均方差为 σ^2 , 所以随机向量 X 服从高斯分布, 其均值为零; 均方差为 $\sigma_X^2 = 16\sigma^2 \sum_{p=1}^d \alpha_{i_p}^2 E_S$. 因此, (6) 式可以简化为

$$P(x, \hat{x} | \alpha_k) = Q \left(4 \sum_{p=1}^d \alpha_{i_p}^2 E_S / \sigma_X \right) = Q \left(\sqrt{2R \frac{E_b}{N_0} \sum_{p=1}^d \alpha_{i_p}^2} \right) \quad (7)$$

而

$$P(x, \hat{x}) = E[P(x, \hat{x} | \alpha_k)] \quad (8)$$

将 (7) 式代入 (8) 式, 并且利用 $Q(x) \leq e^{-x^2/2}/2$, α_k 服从瑞利分布, 便可得到

$$P(x, \hat{x}) \leq \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 + RE_b/N_0} \right]^d \quad (9)$$

假设发送的码字为全零码字, 则 BER 的联合上界为

$$P_W \leq \sum_{t=1}^n A(t) P(x, \hat{x}) \quad (10)$$

式中 $A(t)$ 为码重为 t 的码字数目^[9]. 将 (9) 式代入 (10) 式, 便得到联合上界为

$$P_W \leq \frac{1}{2} \sum_{t=d_{\min}}^n A(t) \left[\frac{1}{1 + RE_b/N_0} \right]^t \quad (11)$$

式中 d_{\min} 为该乘积码的最小汉明距离. 乘积码的两个子码由线性分组码组成, 它们的重量分布可以根据分组码来求取.

如果在接收端未得到瑞利衰减因子, 则欧氏距离可写为

$$m(r_n, x_n; \alpha_k) = \sum_{i=1}^n |r_i - x_i|^2 \quad (12)$$

同理, 可得到 $P(x, \hat{x}|\alpha_k) = Q(\sqrt{\frac{2RE_b}{dN_0}} \sum_{p=1}^d \alpha_{i_p})$, 进而可得到

$$P(x, \hat{x}) \leq \frac{1}{2} E \left[\exp \left(-\frac{RE_b}{dN_0} \left(\sum_{p=1}^d \alpha_{i_p} \right)^2 \right) \right] \quad (13)$$

令式中 $\sum_{p=1}^d \alpha_{i_p} = A$, 将 (13) 式再作进一步化简, 且假定每一跳的衰减幅度是恒定并且独立, 且乘积码码距 d 较大. 根据中心极限定理, A 趋于高斯分布, 且均值为 $m_A = dm_a$, 均方差 $\sigma_A^2 = d\sigma_a^2$ (m_a 和 σ_a^2 为瑞利衰落因子的均值和均方差).

因为 A 为高斯变量, 可以得到 (13) 式的简化形式为

$$P(x, \hat{x}) \leq \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{1 + 2R(E_b/N_0)\sigma_a^2}} \exp \left[-\frac{dR(E_b/N_0)m_a^2}{1 + 2R(E_b/N_0)\sigma_a^2} \right] \quad (14)$$

同理可得联合上界为 $P_w \leq \sum_{t=d_{\min}}^n A(t)P(x, \hat{x})$, 此处的 $P(x, \hat{x})$ 由 (14) 式计算. 从 (11) 式和 (14) 式可以看出: 由于乘积码的汉明距离为两个子码汉明距离的乘积, 其值明显增加, 且随着汉明距离的增大其码字的误码率按指数数量级下降.

在信噪比较高的情况下, 误信率可根据下式求出^[10]:

$$P_b = \sum_{j=1}^N \frac{j}{N} \binom{N}{j} E[P(x, \hat{x})] \quad (15)$$

式中 N 为码字序列的长度.

4 分组 Turbo 码在 FH 系统中的性能

在跳频通信系统中常常会遇到阻塞式干扰, 这种阻塞式干扰在跳频频带内可以认为是带限高斯白噪声^[7], 因此, 整个系统噪声可以认为是白噪声和阻塞噪声的叠加, 其噪声功率谱密度可以近似为

$$N_n/2 = N_0/2 + N_j/2 \quad (16)$$

式中 N_0 为高斯白噪声功率谱密度, N_j 为阻塞噪声功率谱密度.

在 FH 系统中将 (9) 式和 (15) 式中的 N_0 用 N_n 代替, 由此可得到码字序列的错误概率为

$$\begin{aligned} P_w &\leq \sum_{t=d_{\min}}^N A(t) E \left[\exp \left[-R \frac{E_b}{N_n} \sum_{p=1}^d \alpha_{i_p}^2 \right] \right] \\ &= \sum_{t=d_{\min}}^N A(t) E \left[\exp \left(-R \frac{1}{(N_0 R'/P) + (J/P)(R'/W)} \sum_{p=1}^d \alpha_{i_p}^2 \right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} P(x, \hat{x}) &\leq \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{1 + 2R\sigma_a^2/[(N_0 R'/P) + (J/P)(R'/W)]}} \\ &\quad \cdot \exp \left[-\frac{dRm_a^2/[(N_0 R'/P) + (J/P)(R'/W)]}{1 + 2R\sigma_a^2/[(N_0 R'/P) + (J/P)(R'/W)]} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

式中 N 代表码字序列的长度. (18) 式中 R' 为比特率, P 为发射功率, J 为阻塞噪声功率, W 为跳频带宽. W/R' 为系统的处理增益.

将 (17) 式或 (18) 式代入 (15) 式可得到码字的 BER.

5 数值模拟

鉴于上述的理论分析是基于理想交织的情况的，在该前提下码字中各个码符所受到的衰落完全独立，要做到这一点，事实上是很难达到的，而对分组 Turbo 码在具体系统下的实际性能需通过仿真得到。本文对这种码字在跳频系统下的性能进行了模拟，并且与其他编码方法进行了比较。

根据文献 [2]，乘积码的两个子码均由扩展的 BCH(32, 26, 4) 码组成，译码采用四次迭代，在迭代过程中选取以下参数：

$$\alpha(m) = [0.0, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0, 1.0], \quad \beta(m) = [0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]$$

与之进行比较的编码采用扩展的 BCH(32, 26, 4)，交织深度为 32，译码采用软判决译码。

在信号阻塞功率比 (SJR) 分别为 15dB，20dB 和 30dB 时，两种编译码方法的 BER 分别如图 2- 图 4 所示。

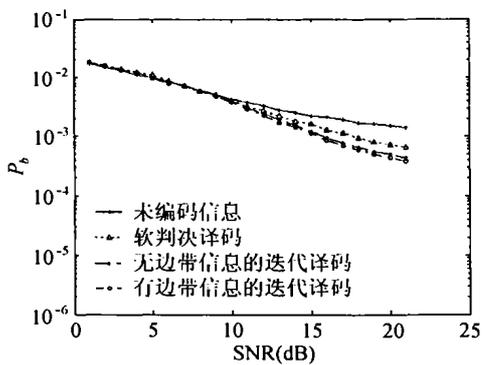


图 2 SJR=15dB 时 SNR 与 BER P_b 的关系

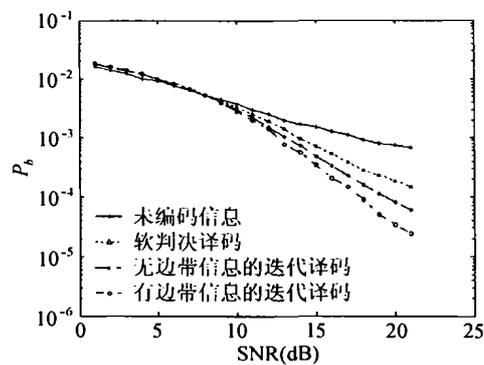


图 3 SJR=20dB 时 SNR 与 BER P_b 的关系

从图 2- 图 4 可见：采用分组 Turbo 码的性能比软判决译码的性能要好，当 SJR 为 30dB、BER 约为 10^{-4} 时，分组 Turbo 码比软判决译码可节省 2dB 的功率；当信号阻塞功率比较大时，采用分组 Turbo 码可以获得较好的结果，但是噪声和阻塞干扰影响比较大时，这种编码反而使系统 BER 增加；当 SJR 为 15dB 时，随着信噪比的增加，分组 Turbo 码给系统带来的编码增益较小，而当 SJR=20dB 和 30dB 时，随着信噪比的增加， P_b 降低较快。若接收端有辅

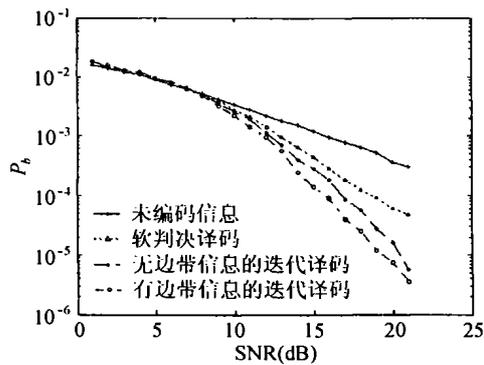


图 4 SJR=30dB 时 SNR 与 BER P_b 的关系

助信息，当 SJR=20dB 时， P_b 在 SNR=19dB 时降为 10^{-4} ；当 SJR=30dB 时， P_b 在 SNR=20dB 时降为 10^{-5} 。同时可见：当辅助信息存在的时候，BER 将会进一步下降。

6 结 论

通常跳频 (FH) 系统在短波瑞利衰落信道下, BER 在 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 左右, 当存在阻塞干扰的时候其系统的 BER 增加更厉害 (见图 2—图 4), 难以满足数据通信对 $P_b < 10^{-5}$ 的要求。显然纠错编码是改善系统性能的必要措施之一, 本文通过数值模拟表明: 采用分组 Turbo 码可以使系统的性能获得很大的改善, 且迭代次数为 4 时, 以扩展的 BCH(32,26,4) 码构成的乘积码为例, 当 SJR=30dB, SNR=20dB 时, $BER < 10^{-5}$ 。同时还可见: 在接收端辅助信息存在的情况下, 其 BER 将会更大程度的得到改善, 以 SJR=30dB, SNR=20dB 时为例, BER 降低一半, 因此, 分组 Turbo 编码在短波跳频系统中的应用可以大大改善该系统在阻塞干扰下的性能。

参 考 文 献

- [1] C. Berrou, A. Glavieux, Near Shannon limit error-correcting coding and decoding, Turbo-codes, IEEE Trans. on Communications[J], 1996, 44(10), 1261-1271.
- [2] R. M. Pyndiah, Near-optimum decoding of product codes: Block Turbo codes[J], IEEE Trans. on Communications, 1998, 46(8), 1003-1010.
- [3] D. Divsalar, F. Pollara, Turbo codes for PCS applications[C], Proc. of the 1995 Symposium on Information Theory, Seattle, 1995, 54-59.
- [4] J. D. Andersen, Turbo coding for deep space applications[C], Proc. of the 1995 Symposium on Information Theory, Seattle, 1995, 36.
- [5] E. k. Hall, S. G. Wilson, Design and analysis of Turbo codes on Rayleigh fading channels[J], IEEE Journal on Selected areas in communications, 1998, 16(2), 160-174.
- [6] 甘良才, 马斌, 李伟华, 短波 FH/DQPSK 系统中分组 Turbo 码的性能分析 [J], 通信学报, 2002, 23(4), 91-97.
- [7] 沈允春著, 扩谱技术 [M], 北京, 国防工业出版社, 1995, 235-236.
- [8] 沈琪琪, 朱德生, 短波通信 [M], 西安, 西安电子科技大学出版社, 1997, 127-128.
- [9] 王新梅, 肖国镇编著, 纠错码—原理与方法 [M](修订本), 西安, 西安电子科技大学出版社, 2001, 73.
- [10] G. C 小克拉克著, 聂涛译, 数字通信中的纠错编码 [M], 北京, 国防工业出版社, 1988, 19.

PERFORMANCE ANALYSIS OF BLOCK TURBO CODE IN SHORT WAVE FH SYSTEM WITH THE BARRAGE JAMMING

Gan Liangcai Jiang Guangming Ma Bin

(College of Electronic and Information, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract Based on the characteristics of Frequency Hopping(FH) system, the union-upper-bound of Block Turbo Codes (BTCs) in the short wave FH system is analyzed and deduced. The union-upper-bound equation for BTCs is given out in the barrage jamming. The numerical simulation of the BTCs is performed in short-wave jamming channel. When the signal-to-jamming ratio is 30dB, and signal-to-noise ratio is 20dB, simulation results show that using BTCs in FH system can reduce the bit error rate from 10^{-3} to 10^{-5} .

Key words Block Turbo code, FH, Short-wave, Union-upper-bound

甘良才: 男, 1942 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 自适应数字通信与扩频通信, 个人通信与移动通信, 软件无线电等。

蒋光明: 男, 1978 年生, 硕士生, 主要研究方向: 扩频通信, 纠错码。

马斌: 男, 1978 年生, 硕士生, 主要研究方向: 扩频通信, 纠错码及其 CPLD 实现。