

瞬态激励下圆盘轴向电磁能量的流动规律

朱贤阳 汪文秉

(西安交通大学信控系 西安 710049)

任 朗

(西南交通大学电磁场与微波技术研究所 成都 610031)

摘要 本文给出了在瞬态均匀电流分布激励下,圆盘轴线上能量衰减的精确解。当激励波形选为矩形脉冲,且 $\tau < a/c$ 时,在靠近源的区域存在一个能量上升阶段,在达到最大值之后能量开始慢衰减,到无穷远处时即成为球面波衰减;无衰减区域是不存在的;能量上升阶段的范围决定于天线的尺寸以及脉冲的宽度。文中还给出了单频信号激励下,轴线附近的功率流管。单频解表明:在靠近源的区域存在一振荡区域,其幅度呈上升趋势,与 Silver 在 1949 年得出的结论不同。最后对时域能量上升段进行了解释,并对电磁导弹的一些问题进行了讨论。

关键词 电磁能量,圆盘,近区场, Fresnel 区,电磁导弹

1 引 言

1985 年 J. N. Brittingham^[1]提出了聚焦波模 (Focus Wave Modes) 概念,引起了广泛的注意^[2,3]。在此基础上 T. T. Wu^[4]引入了电磁导弹 (Electromagnetic Missiles) 这一新名词,即能量有限的源所辐射出的电磁脉冲能量的衰减在某一方向上可以做到比 r^{-2} 形式的球面波衰减律来得慢。

至今已有很多有关电磁导弹辐射、散射特性和实验分析的文献出现^[5-9]。一些作者指出:当电磁导弹辐射器是一圆盘时,若激励脉冲的宽度足够窄,则靠近源的轴线上存在一无衰减区^[8,10]。这些结论是在忽略标量位的前提下获得的,显然只是原问题的一个近似解。当观察点离源足够远时,标量位的贡献确实很小,但在靠近源的近区内,标量位的贡献不能忽略,因而必须重新考虑近区能量的衰减特性。在文献[11,12]中,有关频域中均匀电流分布下圆盘轴向上能量衰减特性的分析也同样是在近似条件下得出的。其结论是:在离源很近的区域内能量呈等幅振荡特性。这一结果也是近似的。分析结果表明应是增幅,然后过渡至 r^{-2} 的球面波衰减律;慢衰减的出现是由于所在区域处于高频分量的 Fresnel 区而造成的^[4]。

1992-07-15 收到,1993-03-10 定稿

朱贤阳 男,1967年生,博士生,主要研究方向是近区场和瞬态场。

汪文秉 男,1929年生,教授,博士生导师,研究方向为瞬态场和电磁散射。

任 朗 男,1913年生,教授,博士生导师,研究方向是天线和电磁场理论。

2 圆盘轴线上能量流动功率的解析表达式

辐射源圆盘的结构如图 1 所示。

假定圆盘上的电流密度沿 x 轴方向均匀分布, 记为 $I(t)$, 则空间任意一点的矢量位为:

$$\mathbf{A} = \oint \frac{\mu_0}{4\pi r'} I(\omega) \exp(-jkR) / R ds', \quad (1)$$

其中 $I(\omega)$ 为 $I(t)$ 的 Fourier 变换, R 为场点到源点的距离, k 为波数。则由 Maxwell 方程可求得空间任意一点场的表示式为

$$\mathbf{E} = 1/(j\omega\mu_0\epsilon_0)\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (2)$$

$$\mathbf{H} = 1/\mu_0\nabla \times \mathbf{A}. \quad (3)$$

至此并没有用到任何近似, 标量位的贡献也包含在其中, 这点可由洛仑兹规范看出。利用圆盘结构的对称性, 对上述两式进行分部积分, 则可得到轴线上场的解析表达式。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x(k, z) = \oint \left\{ \frac{\eta_0}{2} I(\omega) \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{a^2 + z^2} \right) \exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2}) - \exp(-jkz) \right] \right. \\ \left. + j \frac{\eta_0}{4k} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} I(\omega) \exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2}) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mathbf{H}_y(k, z) = \oint \frac{1}{2} I(\omega) \left[\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2}) - \exp(-jkz) \right], \quad (5)$$

其中 a 是圆盘的半径, η_0 是自由空间的特性阻抗。(4)、(5)两式适用于轴线上任何点。对上述两式进行反 Fourier 变换可得对应的时域表达式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x(t, z) = \oint \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{a^2 + z^2} \right) I \left(t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c} \right) - I \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{4\epsilon_0} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \int_{-\infty}^t I \left(t' - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c} \right) dt' \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_y(t, z) = \oint \frac{1}{2} \left[\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} I \left(t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c} \right) - I \left(t - \frac{z}{c} \right) \right], \quad (7)$$

其中 ϵ_0 是自由空间的介电常数, c 为光速。

当标量位被忽略时, 轴线上的场近似为

$$\mathbf{E}_x(k, z) \approx j\omega\mathbf{A} = \oint \frac{\eta_0}{2} I(\omega) [\exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2}) - \exp(-jkz)], \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_y(k, z) \approx \oint \frac{1}{2} I(\omega) [\exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2}) - \exp(-jkz)]. \quad (9)$$

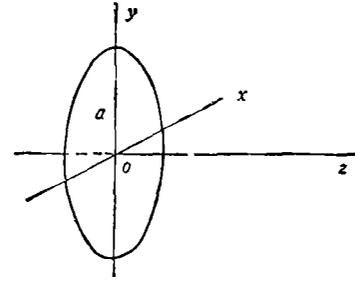


图 1 圆盘辐射器坐标系

对应的时域近似表达式为

$$E_z(t, z) = \dot{z} \frac{\eta_0}{2} \left[I\left(t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c}\right) - I\left(t - \frac{z}{c}\right) \right], \quad (10)$$

$$H_y(t, z) = \dot{y} \frac{1}{2} \left[I\left(t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c}\right) - I\left(t - \frac{z}{c}\right) \right]. \quad (11)$$

比较(6),(7)式与(10),(11)式可得标量位对场的贡献为

$$\begin{aligned} \Delta E_\phi &= \dot{z} \left\{ \frac{\eta_0}{4} \left[\frac{z^2}{a^2 + z^2} - 1 \right] I\left(t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c}\right) - \frac{1}{4\epsilon_0} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. \times \int_{-\infty}^t I\left(t' - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c}\right) dt' \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\Delta H_\phi = \dot{y} \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} - 1 \right) I\left(t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c}\right). \quad (13)$$

显然,当 z 足够大时,(12),(13)式的右边项都趋近于零,即标量位的贡献可以忽略。而当 z 与 a 可比拟时,标量位的作用就不可忽视了。(12)式中的积分项显然代表了电荷积累的作用。

由(6),(7)式可得 Poynting 矢量的时间积分如下:

$$\begin{aligned} G(x) &= \frac{\eta_0}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 + \frac{z}{2\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{z^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}} \right] I^2(t) dt \\ &\quad - \frac{\eta_0}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} + \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{z^2}{2(a^2 + z^2)} \right] I(t) I\left(t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2} - z}{c}\right) dt \\ &\quad - \frac{a^2}{8\epsilon_0(a^2 + z^2)^{3/2}} \left[\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \int_{-\infty}^{\infty} I\left(t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c}\right) \int_{-\infty}^t I\left(t' - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c}\right) dt' dt \right. \\ &\quad \left. - \int_{-\infty}^{\infty} I\left(t - \frac{z}{c}\right) \int_{-\infty}^t I\left(t' - \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{c}\right) dt' dt \right]. \quad (14) \end{aligned}$$

为简单起见,且为了便于与以前的结果比较,选幅度为一脉宽为 τ 的矩形脉冲作为激励源,对以上结果进行分析,可得

$$G(x) = \begin{cases} \frac{\eta_0 \tau}{4} \left[1 + \frac{z(a^2 + 2z^2)}{2(a^2 + z^2)^{3/2}} \right] - \frac{a^2 \tau^2}{16\epsilon_0} \frac{z}{a^2 + z^2}, & z \leq \frac{a^2 - c^2 \tau^2}{2c\tau}; \\ \frac{\eta_0 \tau}{4} \left[1 + \frac{z(a^2 + 2z^2)}{2(a^2 + z^2)^{3/2}} \right] - \frac{\eta_0}{4} \left[\frac{(2c\tau + z)z}{2c\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{c\tau - z - \sqrt{a^2 + z^2}}{2c} \right. \\ \quad \left. + \frac{c\tau z^2 + z^2}{2c(a^2 + z^2)} \right] - \frac{a^2}{8\epsilon_0(a^2 + z^2)^{3/2}} \left[\frac{z\tau^2}{2\sqrt{a^2 + z^2}} - \frac{a^2 + 2z^2}{2c^2} \right. \\ \quad \left. - \frac{\tau z}{c} - \frac{\tau^2}{2} + \frac{z\sqrt{a^2 + z^2}}{c^2} + \frac{\tau\sqrt{a^2 + z^2}}{c} \right], & z \geq \frac{a^2 - c^2 \tau^2}{2c\tau}. \end{cases} \quad (15)$$

同样,根据(10),(11)式可得忽略标量位时对应的结果为

$$G'(z) = \begin{cases} \frac{\eta_0 \tau}{2}, & z \leq \frac{a^2 - c^2 \tau^2}{2c\tau}; \\ \frac{\eta_0 \tau}{2} + \tau - \frac{\sqrt{a^2 + z^2} - z}{c}, & z > \frac{a^2 - c^2 \tau^2}{2c\tau}. \end{cases} \quad (16)$$

由(15),(16)式即可得到两种情况下轴线上能量的衰减特性,如图2所示。图中不同的曲线对应于不同的脉宽,与文献[8]的结果比较可以看出,在靠近源的区域($z < (a^2 - c^2 \tau^2)/(2c\tau)$),能量不但没有下降,反而是一关于距离 z 的单调增函数,文献[8]中的无衰减段实际上是不存在的,这显然是由于忽略标量位的结果。当递增过程达到最大值以后,即开始单调下降,由初始的慢衰减逐渐过渡到球面波衰减,即能量有一个先向轴线集中然后扩散的过程。能量上升阶段的范围是由 τ 和 a 决定的($z_{\max} = (a^2 - c^2 \tau^2)/(2c\tau)$)。当 a 太小或 τ 太大,即 $\tau > a/c$ 时,上述能量上升阶段将消失。反之范围也越大,同时最大值附近区域变化也越来越平缓。当激励波形退化为 δ 脉冲时,能量上升阶段成为无衰减段,且此范围趋于无穷。而 δ 脉冲是不可实现的,故可实现信号辐射的能量都不存在无衰减段。

由此可以推测上升阶段的存在是由高频分量引起的。因此有必要对单频谱波激励情况下的辐射特性进行研究。

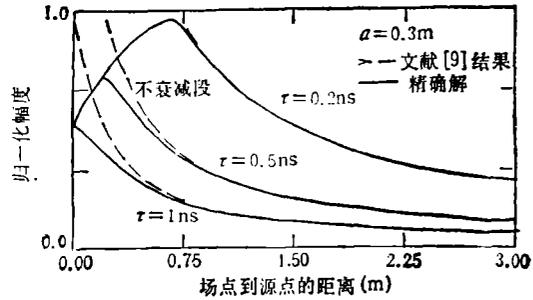


图2 轴线上能量的衰减特性

3 单频信号激励下圆盘轴线上场的衰减特性和关于电磁导弹的讨论

我们知道复能流功率的实部代表了能量的流动部分,因而根据(4)、(5)式可得单频谱波(幅度为1,同相分布)激励下圆盘轴线上能量流动的功率为

$$P(k, z) = R_e(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = z \frac{\eta_0}{8} \left[\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \left(1 + \frac{z^2}{a^2 + z^2} \right) - \left(1 + \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right)^2 \cos(k(\sqrt{a^2 + z^2} - z)) + 2 - \frac{1}{k} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \sin(k(\sqrt{a^2 + z^2} - z)) \right]. \quad (17)$$

注意到上述结果同样没有引入任何近似。由(17)式可作出单频激励下轴线上能量流动的特性图,见图3。文献[11]中的结果见图4。

由图可见,在靠近源的区域,存在一个非等幅振荡区域,其振幅随着场点与源点之间距离的增大而增大,达到最大值点后,即开始单调下降。而 Silver 关于这一模型的结论是,存在一等幅振荡区域,然后单调下降。这是由于 Silver 在分析这一问题时用到了

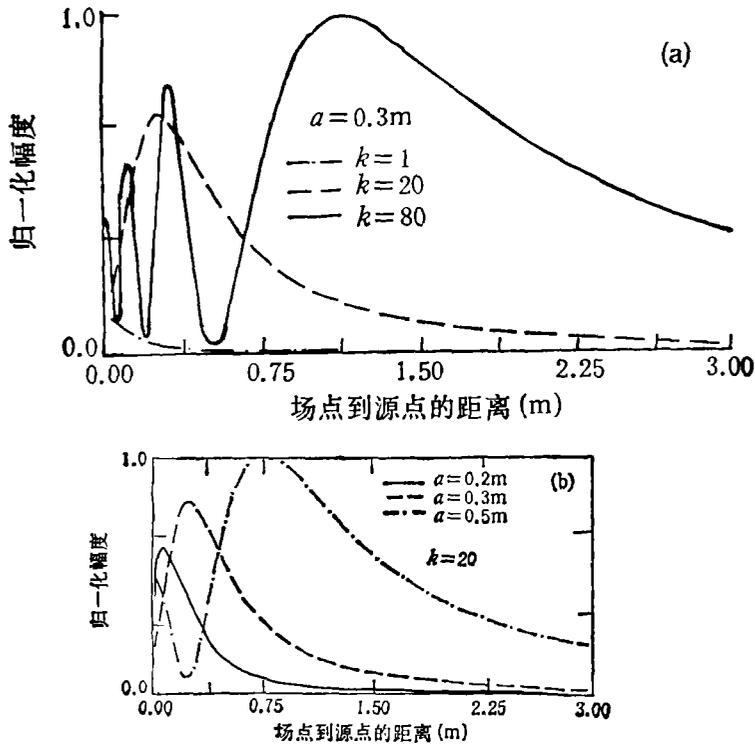


图3 单频激励下轴线上能量流动特性图
(a) 频率不同 (b) 圆盘半径不同

近似条件。由图可知,场点离源点的距离越小, Silver 的结果越不准确,其近似的精度在小于第一个最小值(从右向左数)的轴向距离处开始严重地变坏。

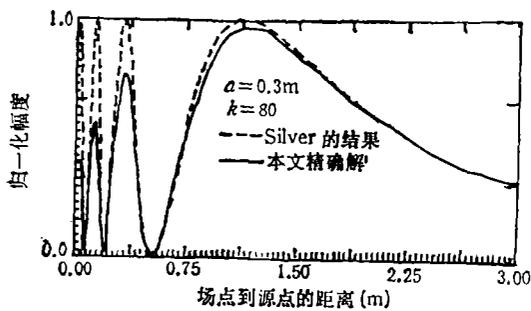


图4 精确解与近似结果的比较(单频)

上述振荡区域的范围是由圆盘的半径和频率决定的。频率越高或圆盘的半径越大,则振荡区域的范围越大,反之亦然。事实上,上述振荡区的范围是接近区和 Fresnel 区域的划分准则确定的。

若频率很高,即 k 很大时,(17)式中的最后一项可以忽略。因为从图中已观察到最大值位置随频率的增高而右移,因此为了求出最大值的位置,可以认为 $z \gg a$, 则有下列近似:

$$\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \approx 1, \tag{18}$$

$$\sqrt{a^2 + z^2} - z \approx z + \frac{a^2}{(2z)} - z = \frac{a^2}{(2z)}. \tag{19}$$

由(18)、(19)和(17)式可得

$$P(k, z) \approx z \frac{\eta_0}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{ka^2}{2z}\right) \right]. \tag{20}$$

这样,当 $ka^2/(2z) = \pi$, 即 $z = a^2/\lambda$ 时, P 取最大值。当 k 很大时, 此式是极好的近似, 它描述了振荡区范围与频率和圆盘半径的关系, 且表明最大值位于 Fresnel 区内。

为了更直观地了解轴线附近能量流动的规律, 作出能量管(见图 5)。能量管表面上任一点的切线方向代表该点的能量流动方向, 即能量流线的方程由下式确定:

$$P_x/dx = P_y/dy = P_z/dz. \quad (21)$$

能量管内通过任一横截面的能量为常量, 横截面积小的地方意味着能量流动功率大。

由图 5 可见, 近轴区域内, 能量随 z 增大而变化的规律是, 向轴向集中, 然后离开轴扩散; 再集中, 再扩散……到达最大值后, 则不再向轴线集中, 而呈扩散状态直至按球面波衰减。

对于矩形脉冲而言, 其频谱分量分布于零至无穷。不同的频率分量对应于不同的最大辐射点, 所有这些频率分量的贡献叠加在一起, 即构成了时域能量的衰减特性。因此, 若要求能量慢衰减的距离增大, 则必须提高高频分量在脉冲中所占的比重, 或者增大圆盘的半径。

对于电磁导弹而言, 其时域波形条件要求脉冲有陡峭的前沿, 这在频域看来即意味着增大高频分量的范围, 扩大 Fresnel 区。这一条件与上述频域的要求是一致的。

事实上, 时限信号的频谱范围虽是无限的, 但其能量主要集中于某一定的频带内, 例如矩形脉冲的能量集中于 $0 \sim 1/\tau$ 范围内, 高于某一频率的频率分量的幅度很小, 因而对总场的贡献可忽略不计。另一方面, 从天线的角度出发, 也可以认为实际脉冲信号的频谱分量落在一定的频段内, 即慢衰减区域的大小实际上是由特定的频段控制。在实际应用中, 人们所关心的只是离源有限远处的辐射场。因此只要能使激励脉冲的频段控制于一定的范围内, 则可以得到比球面波衰减慢的辐射场。研究电磁导弹的关键即在于提高天线的电尺寸和带宽, 以及窄脉冲的获取。但脉冲过窄时, 必须考虑传播媒质对高频分量衰减的限制。

另外, 由于非远区各频率分量衰减特性的差异, 波形将随传播距离变化。而在远区, 波形只因方位不同而异。由此可见, 电磁导弹不满足 J. N. Brittingham 所提出的聚焦波模中“一直不色散”的条件。

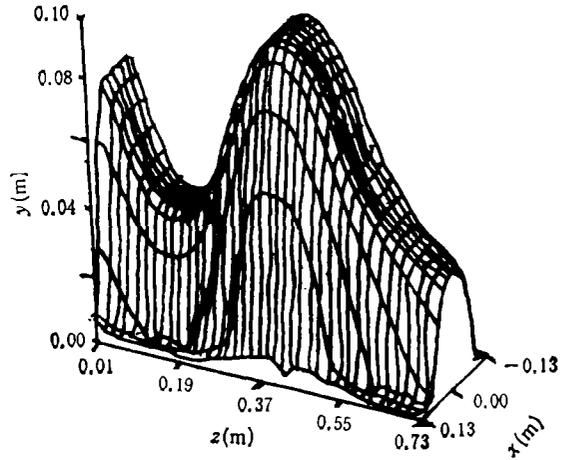


图 5 圆盘近轴能量管

4 结 论

从以上分析及讨论中, 可以得到以下几个结论:

(1) 在矩形脉冲激励下, 无衰减区并不存在。当脉宽与圆盘半径满足 $a/c > \tau$ 这一

条件时,轴线上存在一能量逐渐递增的区域。这一现象可以解释为不同频率分量辐射结果的叠加。文献[8]中的不衰减段是由于忽略标量位而引起的。

(2) 在单频信号激励的情况下,轴线上的能量衰减存在一个振荡区域,且在此区域内,振幅随着距离的增加而增大。这一结论修正了 Silver (或见文献[12])的等幅振荡的结论。在达到最大值之后 ($z_{\max} \approx a^2/\lambda$),即开始单调下降,下降的速率与频率和圆盘半径有关。

(3) 电磁导弹实质上是由不同频率 Fresnel 区的贡献叠加而成,从而证明了 T. T. Wu 关于电磁导弹的解释。实现电磁导弹的关键在于波形设计。

(4) 电磁导弹存在着波形失真的问题。

(5) 目前看来,在利用无载脉冲作近距离探测(例如,浅层地下埋设物的探测)时,有利用电磁导弹原理的这种可能。虽然高频分量在地层中的衰减很快,但对于同一信号来说,我们可以采用大口径天线的方式,增大慢衰减区的范围,从而扩大探地雷达的作用范围。

参 考 文 献

- [1] Brittingham J N. J. Appl. Phys., 1983, 54(3): 1179—1189.
- [2] Ziolkowski R W. J. Math. Phys., 1985, 26(4): 861—863.
- [3] Ziolkowski R W, Besieris I M, Shaarawi A W. Proc. IEEE, 1991, 79(10): 1371—1378.
- [4] Wu T T. J. Appl. Phys., 1985, 57(7): 2370—2373.
- [5] Wu T T, *et al.* J. Appl. Phys., 1987, 62(10): 4036—4040.
- [6] Wu T T, *et al.* IEEE Trans. on AP, 1989, AP-37(1): 39—44.
- [7] Wen Geyi, Ruan Chenli, Lin Weigan. J. Appl. Phys., 1991, 70(1): 1—3.
- [8] 阮成礼,万长华. 科学通报,1991,6(10): 783—785.
- [9] Shen Haoming, Wu T T. J. Appl. Phys., 1989, 66(9): 4025—4033.
- [10] 梁昌洪,王 刚. 电磁导弹的慢衰减特性及激励波形研究. 1991年全国微波会议论文集. 陕西三原: 1991, 438—449.
- [11] Silver S. Microwave antenna theory and design. MIT Rad. Lab. Ser. Vol. 12. McGraw-Hill, 1949, Chapter 6.
- [12] 泽尔 E V, 邱文杰译,口径天线与绕射理论. IEE 电磁波丛书第十分册. 成都: 成都电讯工程学院出版社, 1987,第五章.

ELECTROMAGNETIC ENERGY FLOW PATTERN ON THE AXIS OF A CIRCULAR DISK BY TRANSIENT EXCITATION

Zhu Xianyang Wang Wenbing
(*Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*)

Ren Lang
(*Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031*)

Abstract The exact energy flow pattern on the axis of a circular disk by transient excitation is presented. It is shown that non-decaying region does not appear when the source is chosen to be a rectangular pulse, on the contrary, there exists a uprising region on the axis when the width of the pulse is less than a/c . After reaching its maximum value, the energy decays slowly until the law of r^{-2} is met. The scale of the uprising region is dependent upon the size of the antenna and the width of the pulse. The energy flow line tube excited by a harmonic wave is also given. It is also shown that there is a oscillatory region near the source, the amplitude is also uprising, which is quite different compared with the conclusion drawn by S. Silver (1949). Finally, the phenomenon of energy uprising in time domain is explained and some problems about the electromagnetic missiles are also expounded.

Key words Electromagnetic energy, Circular disk, Near field, Fresnel region, Electromagnetic missiles