

## 回归相关神经网络的分析与改进<sup>1</sup>

张永军 陈宗鹭\*

(国防科工委指挥技术学院 北京 101407)

\*(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

**摘 要** 本文分析了回归相关神经网络容量与动态范围之间的关系,指出在一定条件下,回归相关神经网络具有很高的存储容量。最后给出了几种改进网络性能的方案。

**关键词** 神经网络, 回归相关, 存储容量

**中图分类号** TN-052

### 1 引 言

Hopfield 网络模型可成功地用于联想记忆,取得了较好的结果。但 Hopfield 网络能存储的样本数量远远小于神经元的数目<sup>[1]</sup>。文献 [2] 提出了一种称为回归相关神经网络的网络结构,这种网络具有很高的存储容量<sup>[2,3]</sup>,一般情况下,为使网络具有高的存储容量,则要求网络的加权函数具有很高的动态范围<sup>[2,3]</sup>,本文研究了加权函数的动态范围与存储容量的关系,提出了几种改进网络性能的方法。

### 2 网络结构及其性能

回归相关神经网络的总体结构如图 1 所示,其中 X 层的详细结构示于图 2, Y 层和 Z 层的结构与 X 层的结构相同。这种网络很容易推广到 L 层的网络。

X 层的输出送到 Y 层的输入端,而 Y 层的输出送 Z 层的输入端, Z 层的输出再送回 X 层的输入端。图 2 中的单层结构又可分为两个子层,下面介绍每一层的作用,设  $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(M)}$  和  $Y^{(1)}, Y^{(2)}, \dots, Y^{(M)}$  为存储在回归相关网络中的 M 对 N 维向量,  $X^{(m)} = (x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, \dots, x_N^{(m)})^T$ ,  $Y^{(m)} = (y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, \dots, y_N^{(m)})^T$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , 且  $x_i^{(m)}, y_i^{(m)}, (i = 1, 2, \dots, N)$  取 1 或者 -1。令  $U_x = (X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(M)})$ ,  $U_y = (Y^{(1)}, Y^{(2)}, \dots, Y^{(M)})$ 。

设  $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$  为网络中的输入 X 层的当前向量,网络的运动方程可表示如下:

$$y_j = \operatorname{sgn} \left\{ \sum_{m=1}^M f[(XU_x)|_m] y_j^{(m)} \right\}, \quad (1)$$

式中的  $\operatorname{sgn}[x]$  为符号函数,  $f(x)$  为单调非降的加权函数,  $(XU_x)|_m$  表示向量  $(XU_x)$  的第 m 个分量。

<sup>1</sup> 1994-12-08 收到, 1995-04-13 定稿

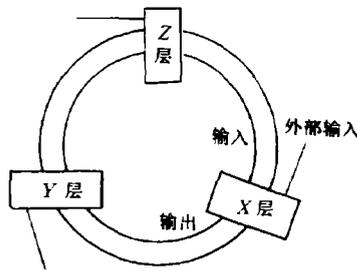


图 1 网络总体结构

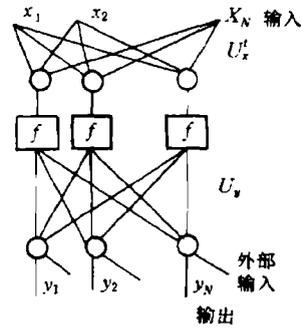


图 2 单层网络结构

在一定条件下，相关回归网络具有很高的存储容量，设加权函数具有  $f(x) = M^{u(x)}$  的形式，且  $u(x)$  的导数  $u'(x) \geq 1/2$ ，如果网络被一个存储向量  $X^{(m_0)}$  访问，则有

$$V_i = \sum_{m=1}^M f \left\{ \sum_{j=1}^N x_j^{(m_0)} x_j^{(m)} \right\} y_i^{(m)} = f(N) y_i^{(m_0)} + \sum_{m \neq m_0} f \left\{ \sum_{j=1}^N x_j^{(m_0)} x_j^{(m)} \right\} y_i^{(m)}, \quad (2)$$

式中  $V_i$  相当于网络中的神经元的净输入，(2) 式中的第一项的绝对值为  $f(N) = M^{u(N)}$ ，符号由  $y_i^{(m_0)}$  决定。第二项是  $(M-1)$  项之和，且其中每一项又是交叉项之和的函数。注意到  $m \neq m_0$  时， $\sum_{j=1}^N x_j^{(m_0)} x_j^{(m)} \leq N-2$ ，则有

$$\left| \sum_{m \neq m_0} f \left\{ \sum_{j=1}^N x_j^{(m_0)} x_j^{(m)} \right\} y_i^{(m)} \right| \leq (M-1) f(N-2). \quad (3)$$

又因  $u'(x) \geq 1/2$ ，由中值定理可得  $u(N) - u(N-2) = u'(\xi)[N - (N-2)] = u'(\xi) \cdot 2 \geq 1$ ，式中  $\xi \in [N-1, N]$ ，代入 (3) 式有  $(M-1) f(N-2) \leq (M-1) M^{u(N)-1} < M^{u(N)}$ ，即 (2) 式第一项的绝对值总大于第二项的绝对值。所以， $V_i$  的符号总是由 (2) 式的第一项的符号决定。

$$y_i = \text{sgn}(V_i) = \text{sgn}(y_i^{(m_0)}). \quad (4)$$

由此可知，当向量  $X^{(m_0)}$  访问网络时，对应的向量  $Y^{(m_0)}$  将由网络联想出来，进一步地可联想到  $Z$  层中的对应向量等等。

当访问的向量  $X^{(0)}$  不是网络存储的样本向量时，但与某一存储样本  $X^{(m_0)}$  具有最短的汉明距离，则同样可以证明，网络能联想出对应的向量  $Y^{(m_0)}$ 。

由上面的证明可知，在  $N$  维空间中最多有  $2^N$  个不同的向量，在这  $2^N$  向量中，只要  $m \neq m_0$  时，则  $\left| \sum_{j=1}^N x_j^{(m_0)} x_j^{(m)} \right| \leq N-2$ ，此时 (4) 式成立，由此可知网络最多能存储  $2^N$  个不同的向量，所以说网络具有很高的容量。但此时网络的吸引域半径为零，如果要保证网络具有  $d_H$  的吸引域半径，则网络最多能存储  $2^{N-2d_H}$  个样本向量。

为保证 (2) 式中  $V_i$  的符号由第一项决定，我们选取了动态范围很大的加权函数，因 (2) 式第二项是  $(M-1)$  项随机相加的，而其中每一项又是  $N$  项随机地相加之和的函数。所以加权函数  $f(x)$  的动态范围可适当地取小一些。

### 3 回归相关神经网络的改进

上一节研究了回归相关神经网络及其性能,若想要网络有很高的存储容量,则要求加权函数具有很大的动态范围,针对这一矛盾,本节从改进神经元结构、改进网络结构和选择适当的加权函数等几个方面提出了几种改进网络性能的方案。

#### 3.1 加权函数的选择

我们希望输入矢量  $X^{(0)}$  收敛到与其具有最短汉明距离的矢量  $X^{(m_0)}$  上,即

$$d_{\text{Hamming}}(X^{(0)}, X^{(m_0)}) < d_{\text{Hamming}}(X^{(0)}, X^{(m)}), \quad (5)$$

式中  $m = 1, 2, \dots, M$ ,  $m \neq m_0$ ,  $d_{\text{Hamming}}(X^{(0)}, X^{(m)})$  表示矢量  $X^{(0)}$  与  $X^{(m)}$  的汉明距离。

但是在 (5) 式成立时, (2) 式中的  $(M-1)$  项相加仍有可能使其绝对值大于第一项的绝对值,为了保证 (2) 式中的第一项的绝对值大于第二项的绝对值,我们希望对于大的  $x$ ,  $f(x)$  的变化大一些,即  $f''(x) > 0$ 。另外,为了降低第二项中  $(M-1)$  项相加的结果对联想正确性的影响,我们可设定一阈值  $T_r$ ,只有当相关值  $\sum_{j=1}^N x_j^{(0)} x_j^{(m)}$  大于门限  $T_r$  时,才参加 (2) 式第二项的求和运算,即取加权函数

$$f(x) = \begin{cases} g(x - T_r), & x \geq T_r; \\ 0, & x < T_r; \end{cases}$$

式中  $g(x)$  为一单调递增函数,且当  $x > 0$  时,  $g''(x) > 0$ 。 $T_r$  的选取与网络的吸引域半径  $d_H$  有关,一般情况下取  $T_r \leq N - 2d_H - 1$ 。

#### 3.2 改进输出节点结构

随着  $M$  的增大,导致错误的联想结果的原因是图 2 中输出节点  $M$  项求和,若输出节点改为如下运算则可避免这一现象。

$$y_i = \text{sgn} \left\{ \max_{1 \leq m \leq M} \left[ f \left\{ \sum_{j=1}^N x_j^{(m_0)} x_j^{(m)} \right\} y_i^{(m)} \right] + \min_{1 \leq m \leq M} \left[ f \left\{ \sum_{j=1}^N x_j^{(m_0)} x_j^{(m)} \right\} y_i^{(m)} \right] \right\}, \quad (6)$$

则  $f(x)$  只要为单调递增的函数,网络就能实现正确的联想。(6) 式的功能很容易用图 3 的结构和图 4 的电路来实现。

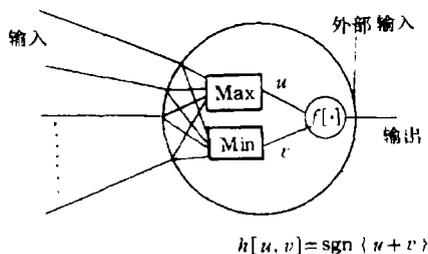


图 3 输出节点结构

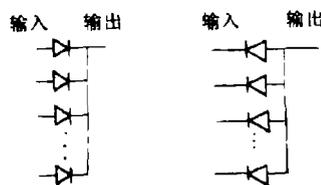


图 4 max 和 min 电路

也可将输出节点改为下述运算

$$y_i = \text{sgn} \left\{ f \left[ \sum_{j=1}^N x_j^{(m_y)} x_j^{(m_0)} \right] y_i^{(m_y)} \right\}, \quad (7)$$

式中  $m_y$  满足  $f\left\{\sum_{j=1}^N x_j^{(m_y)} x_j^{(m_0)}\right\} = \max_{1 \leq m \leq M} \left\{f\left(\sum_{j=1}^N x_j^{(m)} x_j^{(m_0)}\right)\right\}$ 。这一功能可用图 5 的输出节点结构和图 6 的电路来完成, 图 5 中各路的关断由图 6 中相应电阻上检测出来的电流来控制。

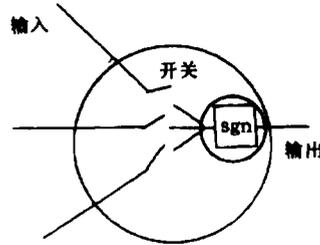


图 5 输出节点

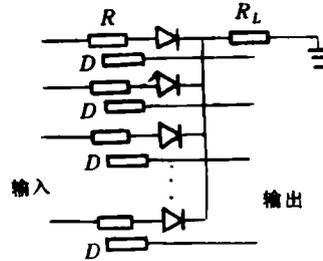


图 6 MAXNET 电路

### 3.3 自适应门限网络结构

若门限  $T_r$  能自适应地变化, 使图 2 第一子层的输出只有一路过这门限, 则网络具有很好的联想性能。令  $d_H^{(m)} = d_{\text{Hamming}}(X^{(0)}, X^{(m)})$ , 且有  $d_H^{(1)} \leq d_H^{(2)} \leq \dots \leq d_H^{(M)}$ , 在图 6 中只有  $d_H^{(1)}$  对应的一路有电流为

$$I_0 = \frac{1}{R} \left[ \sum_{j=1}^N x_j^{(0)} x_j^{(1)} - \sum_{j=1}^N x_j^{(0)} x_j^{(2)} \right]. \quad (8)$$

用一检测器“D”检测出电流值, 如光电耦合器就能作为检测器“D”, 检测出的电压与电流  $I_0$  有如下关系

$$V_0 = \alpha I_0, \quad (9)$$

式中  $V_0$  是相应的检测器输出的电压,  $\alpha$  为一常数, 将 (8) 式代入 (9) 式得

$$V_0 = \frac{\alpha}{R} \left[ \sum_{j=1}^N x_j^{(0)} x_j^{(1)} - \sum_{j=1}^N x_j^{(0)} x_j^{(2)} \right]. \quad (10)$$

令  $T_r = \sum_{j=1}^N x_j^{(0)} x_j^{(2)} = N - 2d_H^{(2)}$ , 则取  $f(x) = \begin{cases} \alpha(x - T_r)/R, & x \geq T_r; \\ 0, & x < T_r; \end{cases}$

$T_r$  是一个随输入矢量  $X^{(0)}$  变化的门限, 用图 7 所示的单层网络结构代替图 2 的单层网络就能实现上述自适应门限的功能。

上述几种改进方案大大降低了网络的动态范围, 电路实现简单, 并且保持了网络具有很高存储容量的优点。我们对上述几种方案进行了计算机模拟。在模拟中, 取  $M = 10$ 。10 个样本分别为  $8 \times 8$  的方阵组成的阿拉伯数字, 如图 8 所示。取  $L = 1$ , 图 9 给出了对应的部分样本。以这些样本为输入, 网络能联想出正确的结果。以外积加权的网络在  $M \gg 3$  时, 就会出现错误的联想, 且要求整个向量或大部分样本向量作为输入, 所以, 本文提出的网络明显改善了联想的性能。

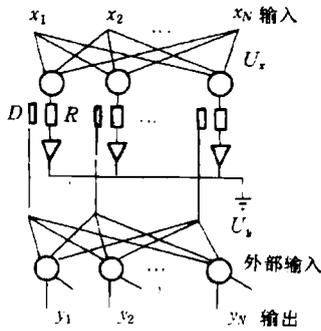


图 7 自适应门限单层网络结构

0123456789

图 8 存储在网络中的样本

0123456789

图 9 可正确联想的部分输入样本

## 4 结 论

本文研究了回归相关神经网络结构,分析了网络的性能,提出了从选择加权函数,改进网络节点结构和自适应变门限等方法改进网络性能的方案。采用外积学习算法的 Hopfield 网络存储样本与网络节点数之比为  $M/N = (1/4)\ln N$ , 加权数为  $N^2$  的量级;在相应的回归相关神经网络中节点数为  $(N + M)$ , 但加权数为  $2MN$ , 远远小于  $N^2$ , 且大部分节点的扇入数为  $M$ , 远远小于  $N$ 。当  $M \gg N$  时, 回归相关神经网络中的存储样本与节点数之比为  $M/(M + N) \approx 1$ , 大部分节点的扇入数为  $N$ 。所以从加权数和节点数来综合考虑, 回归相关神经网络具有较简单的结构。

## 参 考 文 献

- [1] McEliece J R. IEEE Trans. on IT, 1987, IT-33(4): 461-482.
- [2] Chiueh Tzi-Dar. IEEE Trans. on NN, 1991, NN-2(2): 275-284.
- [3] Zhang Yongjun, Chen Zongzhi. Recurrent Correlation Neural Network loop. IJCNN'92, Vol.2, Beijing: 1992, 109-114.

## ANALYSIS AND IMPROVEMENT OF RECURRENT CORRELATION NEURAL NETWORKS

Zhang Yongjun

(Institute of Command and Technology, COSTIND, Beijing 101407)

Chen Zongzhi

(Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing 100080)

**Abstract** This paper analyzes the relationship between capacity and dynamics in recurrent correlation neural network, and points out that in some conditions the recurrent correlation neural network has high memory capacity. Then this paper presents several methods for improving the performance.

**Key words** Neural network, Recurrent correlation, Memory capacity

张永军: 男, 1960年生, 副教授, 现主要从事的专业有信号处理, 雷达, 微波成像和人工神经网络。

陈宗鹭: 男, 1922年生, 研究员, 博士生导师, 现主要从事微波成像, 雷达, 信号处理, 信息论和人工神经网络的研究。