

# 一种双正弦信号的快速频率测量方法

张昌菊 唐 斌

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**摘要:** 信号频率测量在雷达信号处理中起到重要的作用。基于 DFT 和自相关理论, 该文提出了一种双正弦信号频率的快速估计方法。该方法先用 DFT 估计其中一个频率及其幅度, 以此频率对信号解调并对消该频率成分, 最后利用自相关理论估计信号的频差。计算机模拟证实了方法具有精度高、测频速率快的特点。

**关键词:** 宽带数字接收机, 双正弦信号, 快速测频, 自相关处理

**中图分类号:** TM935, TN957.5      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1009-5896(2005)10-1585-03

## Fast Frequencies Measurement Method for Dual Sinusoidal Signals

Zhang Chang-ju      Tang Bin

(School of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract** The frequency measurement for dual signals is crucial in radar signal processing. A method, which realizes the fast frequency measurement for dual sinusoidal signals basing on DFT and autocorrelation theory, is given. Firstly, one frequency and its amplitude are determined by DFT, with which to demodulate the signals and eliminate the corresponding component. Then, the gap of the two frequencies is estimated using the autocorrelation theory. Computer simulation confirms that the method is of high precision and fast frequency measurement.

**Key words** Wideband digital receiver, Dual sinusoidal signals, Fast frequency measurement, Autocorrelation processing

### 1 引言

利用带通采样技术及高效下变频技术的宽带数字侦察接收机, 需要目标信号频率信息对其进行引导, 这就要求对高达 2GHz~18GHz 的雷达信号采样后的数据进行精确的频率估计<sup>[1]</sup>。随着雷达技术的迅速发展, 雷达信号越来越复杂, 迫切要求能够在低信噪比条件下精确快速地测量各个频率分量。在现代信号处理基础上发展起来的多信号高分辨率算法和时-频分析等方法都可用于数字接收机的多信号测频, 但运算复杂度大, 难以达到数字接收机的实时要求。而国内外一些针对 Prony, MUSIC, ESPRIT 等的改进算法涉及到对信号子空间和噪声子空间的特征分解, 计算矩阵繁琐, 不易在硬件中实现<sup>[2]</sup>。目前, 单信号测频已有一些成果<sup>[3]</sup>。硬件可实现的多信号测频几乎都是利用 DFT 将信号变换到频域上处理, 在单信号测频的基础上进行多次迭代, 即 Clean 的思想<sup>[4,5]</sup>。文献[2]给出了 Prony 算法测频, 利用信号的自相关值构成一元二次方程, 通过解方程得到两频率分量值。该方法计算方便、运算量小, 但受噪声影响很大, 不适于雷达信号处理。文献[5]给出了基于 FFT 的多信号测频算法流程图, 通过对功率谱谱峰的第一次搜索得到第一个频率分量

值, 并将此频率分量对应的功率谱置零; 再进行第二次谱峰搜索, 计算第二个频率分量值, 将对应的功率谱置零。如此迭代下去, 可测得多个频率分量值。该方法运算简单, 但时间花销在谱峰检测和带宽估计上, 测量精度受门限、噪声影响较大。本文提出了一种利用 DFT 和自相关理论的工程可实现性高的双信号频率测量方法。计算机仿真验证了该方法能够有效地实现对双正弦信号的频率测量, 满足工程应用中双信号测频速度少于 10 μs, 5dB 信噪比环境下频率估计误差不大于 1MHz 的要求。

### 2 频率测量方法

假设包含频率为  $f_1$  和  $f_2$  的双正弦信号, 采样后得到  $N$  点序列  $x(n)$ , 可写为

$$x(n) = A_1 e^{j2\pi f_1 n / f_s} + A_2 e^{j2\pi f_2 n / f_s} + u(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

其中  $A_1$  和  $A_2$  分别为两频率分量相应的幅度值;  $f_s$  为采样频率;  $u(n)$  为零均值高斯白噪声。 $x(n)$  的 DFT 定义为

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn / N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

通过 FFT 计算  $N$  点 DFT, 并在频谱图上经过一次谱峰搜索,

找到最大峰值对应的位置  $k_m$  和幅度  $A_m$ 。于是信号的其中一个频率成分的频率和幅度分别为

$$\hat{f}_1 = k_m \cdot f_s / N \tag{3}$$

$$\hat{A}_1 = A_m / N \tag{4}$$

构造信号  $x_1(n) = e^{-j2\pi\hat{f}_1 n / f_s}$ ，利用  $x_1(n)$  对  $x(n)$  解调，且消去直流分量，有

$$\begin{aligned} x_2(n) &= x(n) \cdot x_1(n) - \hat{A}_1 \\ &= A_1 e^{j2\pi(f_1 - \hat{f}_1)n / f_s} - \hat{A}_1 + A_2 e^{j2\pi(f_2 - \hat{f}_1)n / f_s} \\ &\quad + u(n) e^{-j2\pi\hat{f}_1 n / f_s} \end{aligned} \tag{5}$$

当测频误差  $\varepsilon = f_1 - \hat{f}_1$  足够小，有

$$x_2(n) \approx A_2 e^{j2\pi(f_2 - \hat{f}_1)n / f_s} + u(n) e^{-j2\pi\hat{f}_1 n / f_s} \tag{6}$$

因此，容易导出  $N$  点  $x_2(n)$  的自相关函数为

$$\begin{aligned} R_{x_2}(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x_2(n) x_2^*(n+m) \\ &= A_2^2 e^{-j2\pi\Delta f m / f_s} + \sigma_u^2 \delta(m) e^{j2\pi\hat{f}_1 m / f_s}, \\ &\quad -(N-1) \leq m \leq (N-1) \end{aligned} \tag{7}$$

其中频差  $\Delta f = f_2 - \hat{f}_1$ ， $\delta(m)$  是单位冲击函数。

因为

$$R_{x_2}(1) = A_2^2 e^{-j2\pi\Delta f / f_s} = A_R e^{j\theta_R} \tag{8}$$

所以，对  $R_{x_2}(1)$  取相位  $\theta_R = -2\pi\Delta f / f_s$ ，得到

$$\Delta \hat{f} = -\frac{\theta_R f_s}{2\pi}, \quad \hat{A}_2 = \sqrt{A_R}, \quad \hat{f}_2 = \hat{f}_1 + \Delta \hat{f} \tag{9}$$

由以上推导可知，结合 DFT 快速测频算法和自相关测频方法可以对含噪声双正弦信号的频率进行准确估计。此外，我们还注意到

$$R_{x_2}(m) = A_2^2 e^{-j2\pi\Delta f m / f_s}, \quad R_{x_2}(m+1) = A_2^2 e^{-j2\pi\Delta f (m+1) / f_s} \tag{10}$$

$$R_{x_2}(m) \cdot R_{x_2}^*(m+1) = A_2^4 e^{j2\pi\Delta f / f_s} \tag{11}$$

这样，可以利用多次  $\Delta f$  的估计值来提高对它的测量精度。

### 3 仿真验证

#### 3.1 不同方法的测频

选取频率分量对应的幅度值分别为  $A_1 = 1$ ， $A_2 = 0.9$ ， $f_s = 100\text{MHz}$ ， $N = 64$ ， $\text{SNR} = 5\text{dB}$ ，分别对文献[2]的 Prony 方法、文献[5]的 FFT 迭代算法和本文方法进行仿真。仿真结果如表 1 所示。

从表 1 中可以看出，本文方法在采样点数有限、低信噪比下有较好的测频精度，优于文献[2]和文献[5]的方法。不

管两个频率之间是正频率差还是负频率差，本文方法都能比较精确地测量两个频率成分；随着采样点数  $N$  和信噪比 SNR 的增大，测量准确度增加； $\Delta f$  和  $f_2$  的估计精度依赖于 FFT 测量  $f_1$  的准确度。

#### 3.2 采样点数 $N$ 和信噪比 SNR 对方法性能的影响

(a) 取  $A_1 = 1$ ， $A_2 = 1$ ， $f_1 = 21\text{MHz}$ ， $f_2 = 26\text{MHz}$ ， $f_s = 90\text{MHz}$ ， $\text{SNR} = 5\text{dB}$ ， $N$  取 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 时分别进行了 20 次独立实验，得到本文方法、文献[2]方法和文献[5]方法估计频率的均方根误差(RMSE)随采样点数  $N$  的变化曲线如图 1 所示。

从图中可看到，本文方法和文献[5]都是先利用 FFT 测量其中一个频率，因此对第 1 个频率的测量性能相似，而本文方法对第 2 个频率的测量性能明显高于文献[5]方法；同时，这两种方法都优于文献[2]的方法。

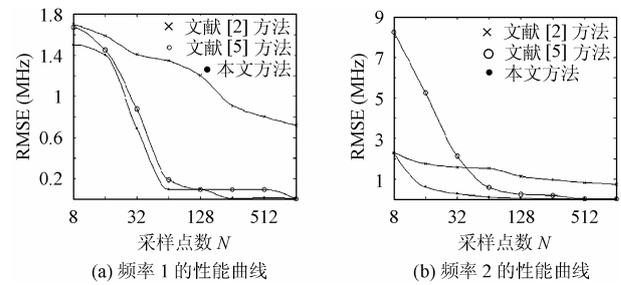


图 1 SNR 为 5dB 的频率估计

RMSE 随采样点数  $N$  的变化曲线

(b) 参数同(a)， $N = 64$ ，SNR 取 -10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25dB 时分别进行了 20 次独立实验，得到本文方法、文献[2]方法和文献[5]方法估计频率的均方根误差(RMSE)随 SNR 的变化曲线如图 2 所示。

从图 2 中可明显看出，估计第 2 个频率时，本文方法性能大大高于文献[2]和文献[5]的方法，这是因为自相关算法提高了信噪比，改善了测频精度。同时，图 1 和图 2 均表明了在了  $N = 64$  和  $\text{SNR} = 5\text{dB}$  时能精确地确定信号频率，满足宽带数字接收机中对测频精度的要求。

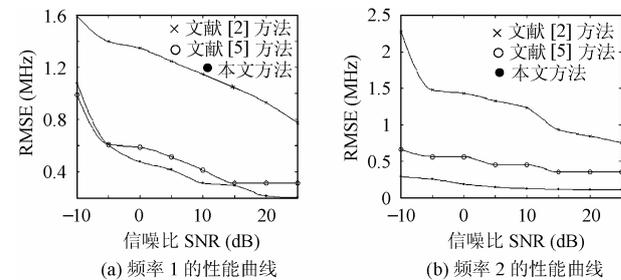


图 2 采样点数为 64 的频率

估计 RMSE 随 SNR 的变化曲线

表 1 不同测量参数下的双信号测频

实际值(MHz) ( $f_1, f_2$ )	测量值(MHz)		
	本文方法	文献[2]方法	文献[5]方法
(35, 20)	(35.21293, 20.31250)	(35.34583, 20.88053)	(34.37500, 20.31250)
(29, 24)	(28.95346, 23.43750)	(27.60006, 23.23904)	(29.68750, 23.43750)
(10, 17)	(10.12265, 17.18750)	(10.12627, 14.40359)	(9.375000, 17.18750)
(32, 28)	(32.11348, 28.12500)	(31.42257, 22.65423)	(31.25000, 28.12500)

#### 4 方法运算量及比较

$N$  点 FFT 的运算量为  $(N/2)\log_2 N$  次复数乘法和  $N\log_2 N$  次复数加法;  $R_{x_2}(l)$  的运算量为实数乘法  $(4N - 3)$  次, 实数加法为  $3(N - 1)$  次;  $x_2(n)$  的计算量为实数乘法  $4N$  次, 实数加法  $(3N + 1)$  次。与采用 FFT 迭代算法的运算量比较, 该方法不用二次谱峰搜索, 测量频差时采用自相关方法, 运算量小、测频快速, 能抑制噪声对信号的影响, 使测频精度得到很大改善。

方法可以从如下方面改进: (1)采用重心法、插值法等对 DFT 测频结果进行修正, 提高 DFT 的测频精度; (2)利用多个自相关值的乘积来估计  $\Delta f$ , 提高对  $\Delta f$  的测量精度, 此时只需增加较少的乘法和加法运算量。

#### 5 结束语

通过理论和仿真分析表明, 本文所述方法简单有效, 容易实现对双信号的快速测频。这能够提高数字侦察接收机的测频速度, 提高接收机对多信号的处理能力。该方法的性能分析还表明, 其运算量小、速度快, 能够对双信号进行高精度的频率估计。因此, 该方法对数字接收机中多信号测频部

分的研究具有重要的理论和实际意义。

#### 参 考 文 献

- [1] Tsui J. Digital Techniques for Wideband Receivers. USA: Artech House, Inc, 2002: 5 - 9.
- [2] Marple S L. Digital Spectral Analysis with Applications. New Jersey: Prentice-Hall, 1987: 303 - 321.
- [3] 郭德淳, 张俊, 费元春. 一种数字侦察接收机的快速测频方法. 现代雷达, 2002, 24(4): 57 - 59.
- [4] Novak I. Statistical analysis of high-accuracy measurement of radio frequency carrier signals from DFT spectra. CPEM'90 Digest Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Ottawa, Canada, June 1990: 434 - 435.
- [5] 姜大龙. 数字式接收机与信号处理中的几个问题的研究. [硕士学位论文], 北京: 北京航空航天大学学报, 2002: 45 - 48.

张昌菊: 女, 1981 年生, 硕士生, 现从事雷达数字接收技术研究.  
唐 斌: 男, 1964 年生, 博士(后), 教授, 博士生导师, 目前主要研究方向包括电子对抗技术及系统、雷达抗干扰能力提高新一代移动通信系统中的多阵元收发技术及系统等.