

电大尺寸开口腔体电磁散射特性的 DDM/FEM-BIE 混合法分析¹

何小祥 徐金平*

(南京航空航天大学信息科学与技术学院 南京 210016)

*(东南大学毫米波国家重点实验室 南京 210096)

摘 要: 该文将超松弛重叠及非重叠区域分裂法 (DDM) 与矢量有限元方法 (EB-FEM)、边界积分方程 (BIE) 法相结合对三维电大尺寸开口腔体的电磁 (EM) 散射特性进行分析。通过 DDM 将原腔体分解成若干子腔体, 在各子腔体内应用 EB-FEM 进行分析。腔体间应用矢量传输条件进行耦合, 最终腔体内电场分布通过迭代获得。在原腔体口面, 运用积分方程进行描述。在分析过程中, 将传输条件和 BIE 统一成第三类边界条件形式。最后给出的数值结果验证了 DDM/FEM-BIE 混合方法分析腔体的电磁散射特性的精确性及高效性。

关键词: 区域分裂法, 矢量有限元方法, 边界积分方程

中图分类号: O441 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)03-0500-05

DDM/FEM-BIE Approach for Analyzing EM Scattering of Electrically Large Open-Ended Cavities

He Xiao-xiang Xu Jin-ping*

(Coll. of Info. Sci. and Tech., Nanjing Univ. of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 210016, China)

*(State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract Edge Based Finite Element Method (EB-FEM) is combined with overlapping or nonoverlapping overrelaxation Domain Decomposition Method (DDM) and Boundary Integral Equation (BIE) for analyzing the electromagnetic (EM) scattering of electrically large open-ended cavities. The cavity is partitioned into several small subdomains. EB-FEM is applied in every subdomain. The coupling of each neighboring subdomains is realized by vector transmission condition, and the electric field distribution in the cavity is found by iteration. BIE is added on the aperture of the original cavity. Both the BIE and transmission condition are transformed into the third boundary condition. Several numerical results are presented, which demonstrate that the proposed approach is accurate and efficient for analysis of the EM scattering of open-ended cavities.

Key words Domain decomposition method, Edge based finite element method, Boundary integral equation

1 引言

近年来, 电大尺寸复杂结构腔体的电磁散射问题特别引人关注。由于腔体结构复杂, 高频方法很难满足精度要求, 难以奏效; 应用高低频混合方法对腔体的散射特性进行分析^[1,2], 获得

¹ 2002-09-24 收到, 2003-05-27 改回

教育部“高等学校骨干教师资助计划”项目和国家自然科学基金 (60271035) 资助课题

了一些较好的数据结果,但在高低频交界面上需要进行高低频耦合处理,分析过程烦琐;传统的低频方法受到计算机内存的限制,很难对电大尺寸目标进行分析。文献[3]通过混合阶 FEM 对电大尺寸腔体进行分析,得到很好的数据结果,但仍然受到实际计算机内存的限制。

区域分裂法 (DDM)^[4] 可以很好地解决应用低频方法对电大尺寸目标进行分析时计算机内存不足的问题。将电大尺寸目标分解成几个小子域,在各子域内应用低频方法进行分析^[5-7],子域间通过传输边界条件进行耦合。这种方法既具备了应用低频方法对复杂结构适应性强的优越性,又大大减轻了对计算机内存的需求。EB-FEM 对计算机内存的需求较低 (仅为 $O(N)$, N 为未知数个数),是一种较好的分析电大尺寸目标的低频方法。文献[5,6]将不重叠 DDM 分别与标量有限元 (NB-FEM) 和 EB-FEM 相结合成功地对目标的电磁散射特性进行了分析,但没有对重叠 DDM 进行讨论。

本文将 DDM 与 EB-FEM, BIE 相结合对电大尺寸腔体进行分析。将原腔体分解成几个小子腔体,在各子腔体内应用 EB-FEM 进行处理。通过传输边界条件实现各子腔体间的耦合,最终腔体内部的电场分布通过迭代获得。在腔体口面应用 BIE 进行描述。BIE 与传输条件统一成第三类边界条件形式,使得 FEM 分析非常方便。

2 原理

令各子域间重叠区域为零,重叠 DDM 即退化为非重叠 DDM,所以本文以下部分都以重叠 DDM 为例进行讨论。应用 DDM/FEM-BIE 对如图 1 所示的腔体进行分析。将原腔体分成 m 个较小的子腔体,各子腔体及各子腔体间重叠区域编号如图 1,在子腔体 Ω_k 内,电场满足:

$$\nabla \times (1/\mu_r \nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

在完纯导电面上,电场满足 $\hat{n} \times \mathbf{E} = 0$, $\hat{n}$ 为完纯导电面单位外法向矢量。

在原腔体的口面,利用等效磁流代替腔体内的电磁散射贡献,实现腔体内外的耦合。腔体以外总磁场可用积分方程表达为

$$\mathbf{H}^{\text{tot}}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}^{\text{ref}}(\mathbf{r}) - \frac{2jk_0}{Z_0} \iint_{\text{apt}} [\hat{z} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}')] \cdot \overline{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' \quad (2)$$

其中 $\hat{z}$ 为口面单位法向矢量, $\mathbf{E}$ 为总电场, k_0 为自由空间波数, Z_0 为自由空间波阻抗, $\mathbf{H}^{\text{inc}}$ 为入射磁场, $\overline{\mathbf{G}}_0$ 为自由空间并矢格林函数, j 为虚数单位,积分下标 apt 代表腔体口面。

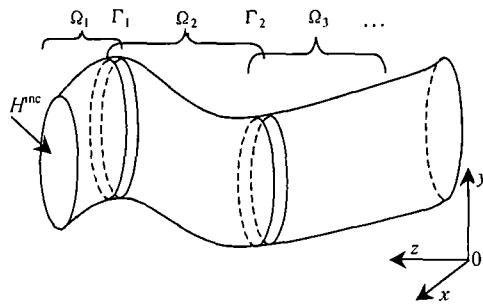


图 1 腔体剖分示意图

在 Ω_k 的相邻区域 Ω_j 内, Ω_k 的边界 $\partial\Omega_k$ 上, Ω_j 对子域 Ω_k 的耦合有如下关系:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}_k^{n+1} \times \hat{n}_k \times \hat{n}_k + jk_0 \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} \mathbf{E}_k^{n+1} \times \hat{n}_k \\ = \alpha (\nabla \times \mathbf{E}_k^n \times \hat{n}_k \times \hat{n}_k + jk_0 \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} \mathbf{E}_k^n \times \hat{n}_k) \\ + (1.0 - \alpha) \times (\nabla \times \mathbf{E}_j^n \times \hat{n}_j \times \hat{n}_j - jk_0 \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} \mathbf{E}_j^n \times \hat{n}_j) \end{aligned} \quad (3)$$

其中电场 $\mathbf{E}$ 的上标表示迭代次数, 下标表示子域. $\hat{n}_k, \hat{n}_j$ 分别为 k 子域和 j 子域的单位外法向, μ_r, ε_r 分别为相对磁导率和相对介电常数, α 为超松弛因子.

通过化简, 式 (2)、式 (3) 都可用如下统一的第三类边界条件形式表达:

$$\hat{n} \times \left[\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right] + P(\mathbf{E}) = \mathbf{U}^{\text{inc}}$$

其中对于式 (2) 有:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{E}) &= -2k_0^2 \hat{z} \times \iint_{\text{apt}} [\hat{z} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}')] \cdot \overline{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' \\ \mathbf{U}^{\text{inc}} &= -2jk_0 Z_0 \hat{z} \times \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (4)$$

对于式 (3) 有:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{E}) &= -jk_0 \sqrt{\varepsilon_r / \mu_r} \mathbf{E}_{k\text{tg}}^{n+1} \\ \mathbf{U}^{\text{inc}} &= \alpha (\hat{n}_k \times \nabla \times \mathbf{E}_k^n - jk_0 \sqrt{\varepsilon_r / \mu_r} \mathbf{E}_{k\text{tg}}^n) + (1.0 - \alpha) \\ &\quad \times \left[\left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E}_j^n \right) \times \hat{n}_j - jk_0 \sqrt{\varepsilon_r / \mu_r} \mathbf{E}_{j\text{tg}}^n \right] \end{aligned} \quad (5)$$

tg 表示场的切向, 式 (2)、式 (3) 与式 (1) 相结合便构成了子域 Ω_k 上的边值问题. 其对应的等价泛函为

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega_k} \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \right] dV - \iint_{\partial\Omega_k} \left[\frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot P(\mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot \mathbf{U}^{\text{inc}} \right] dS \quad (6)$$

若 Ω_k 与原腔体口面交界, 将式 (4) 代入式 (6), 否则只需在相邻的各子域内的 Ω_k 的边界 $\partial\Omega_k$ 上将式 (5) 代入式 (6) 积分即可.

应用矢量有限元方法, 使用四面体网格离散子域 Ω_k , 并在各有限元单元内应用线性插值函数 $\mathbf{E}^e = \sum_{i=1}^6 \mathbf{N}_i \cdot C_i$ 来近似表示其中的电场量. $\mathbf{N}_i$ 为矢量基函数, C_i 是待求系数. 将插值函数代入式 (6) 中积分, 通过 Ritz 方法分析过程, 即可获得相应的线性方程组, 应用预处理的双共轭梯度法解此线性方程组, 求得 Ω_k 内电场系数数列 $\{E\}_{\text{sub}}^0$, 进而求得子域 Ω_k 内的初始电场分布. 依照以上方法可求得其它各子域内的初始电场分布. 通过迭代, 最终获得整个电大尺寸腔体内电场分布, 及原腔体的散射特性.

3 结果与分析

以下算例都以图 2 所示的无限大接地矩形腔体为例, 根据以上分析过程, 应用 DDM/FEM-BIE 方法进行分析所得.

EB-FEM 通过 DDM 能够对电大尺寸目标的电磁散射问题进行分析, 从而有效拓宽了 EB-FEM 的应用范围。图 3 为应用非重叠 DDM/FEM-BIE 计算得到的长、宽、高分别为 $a = 1\lambda$ 、 $b = 1\lambda$ 、 $c = 3\lambda$ 的无限大接地矩形腔体的 VV 极化 RCS 曲线。沿 z 方向分成 3 个子腔体, $\alpha = 0$, 迭代 12 次。可以看出, 在 0° 到 90° 的整个范围内, 与文献 [3] 数据吻合得非常好。使用了 DDM 技术降低内存需求是显而易见的: 本例中, 剖分以 10 段 $/\lambda$ 为例, 未使用 DDM 技术时, 未知数的个数为 23150, 而使用 DDM 技术后未知数的个数降为 7930, 内存消耗仅约为原来的三分之一。从理论上讲, 划分子域越多, 内存节省越多, 当然迭代次数越多, 收敛速度越慢。

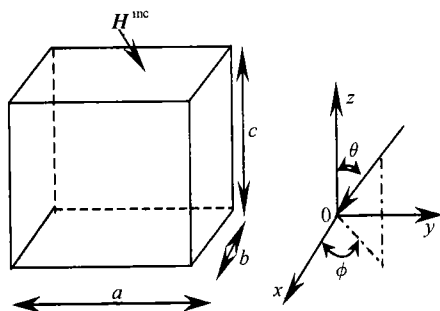


图2 矩形腔体尺寸结构示意图

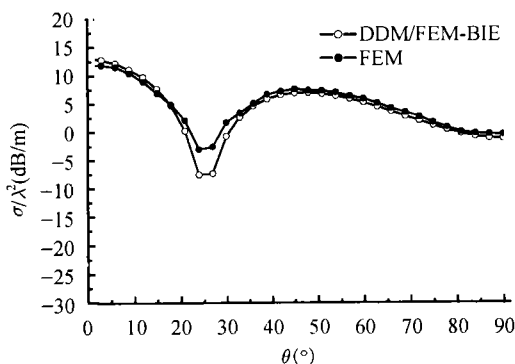


图3 腔体 VV 极化 RCS 曲线

对于 $b = a = 1.5\lambda$, $c = 0.6\lambda$ 的腔体, 图 4 为应用超松弛重叠 DDM 技术分析所得 VV 极化曲线, 其中 α 为 0.3, 腔体沿 z 方向划分 3 个子腔体, 迭代 15 次即可达到很好的收敛结果。由图 4 可以看出, 应用重叠 DDM/FEM-BIE 方法分析所得数值结果与文献 [3] 数据也吻合非常好。由于重叠 DDM 在计算时间或收敛速度上并没有显示出比非重叠 DDM 有非常明显的优点, 另一方面, 各子腔体间的重叠区域使得有限元方程未知量增加, 所以非重叠 DDM 的应用更为普遍。

图 5 为应用超松弛非重叠 DDM/FEM-BIE 方法将 $a = 2\lambda$, $b = 2\lambda$, $c = 3\lambda$ 腔体沿 z 方向划分为 3 个子腔体, 超松弛因子 α 是 0.4。迭代 12 次后得到原电大尺寸腔体的 VV 极化 RCS 曲线, 并与文献 [3] 中应用混合阶有限元进行分析所得结果进行了对比。可以看出, 在腔体电尺寸很大的情况下, DDM/FEM-BIE 方法仍然能有效应用。

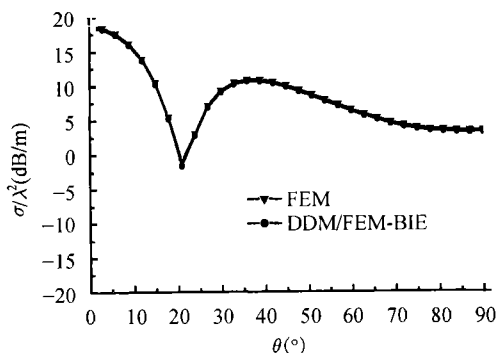


图4 腔体 VV 极化曲线

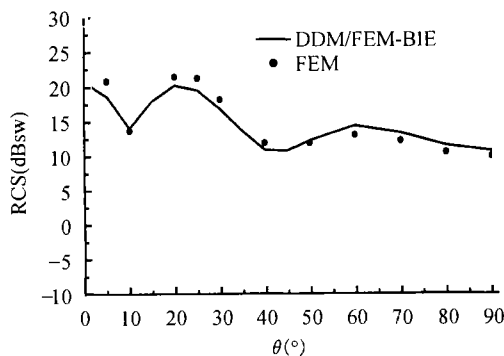


图5 腔体 VV 极化 RCS 曲线

4 结论

本文应用超松弛重叠及非重叠 DDM 与矢量有限元法相结合对电大尺寸腔体的散射特性进行了分析计算。DDM 方法通过将原腔体分解成几个小腔体, 在小腔体内应用矢量有限元进行分析, 既具备了矢量有限元分析问题能适应复杂几何结构和材料特性的优越性, 又大大减少了程序运行中对内存的需求, 从而很好地解决了矢量有限元法作为一种低频方法分析电大尺寸腔体时内存不足的问题。

参 考 文 献

- [1] Robert Lee, Tsc-Tong Chia. Analysis of electromagnetic scattering from a cavity with a complex termination by means of a hybrid ray-FDTD method. *IEEE Trans. on AP*, 1993, 41(11): 1560–1569.
- [2] Ross D C, Volakis J L. Hybrid finite element-model analysis of jet engine inlet scattering. *IEEE Trans. on AP*, 1995, 43(3): 277–285.
- [3] Liu Jian, Jin Jian-ming. A special higher order finite-element method for scattering by deep cavities. *IEEE Trans. on AP*, 2000, 48(5): 694–703.
- [4] Despres B. Domain decomposition method and the Helmholtz problem[c]. Proc. Int. Symp. Mathemat. Numerical Aspects Wave Propagate Phenomena, Strasbourg, France, SIAM ed., 1992: 44–52.
- [5] Stupfel B. A fast-domain decomposition method for the solution of electromagnetic scattering by large objects. *IEEE Trans. on AP*, 1996, 44(10): 1375–1385.
- [6] Stupfel B. A domain decomposition method for the vector wave equation. *IEEE Trans. on AP*, 2000, 48(5): 653–660.
- [7] 汪杰, 尹雷, 洪伟. 区域分裂法及其在三维散射中的应用. 电波科学学报, 2000, 15(3): 334–338.

何小祥: 男, 1976 年生, 博士生, 主要研究方向: 计算电磁学、电磁散射。

徐金平: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 计算电磁学、天线与电磁散射、毫米波理论与技术、电磁兼容。