

M 带均匀最大抽取滤波器组¹

刘泽民 李学斌

(北京邮电大学电信工程学院 北京 100876)

摘 要 采用同时考虑幅度和延时特性的 IIR 型通用参数滤波器作为构件组成滤波器组,以单个滤波器特性相互叠加为基础,设计时使相邻滤波器在交界频率点满足一定条件,并对各过渡带区的组合特性施以优化和采取抗混叠、串话措施,便可做到以一定精度逼近于信号完全重构的滤波器组,是新的设计理论和方法。

关键词 滤波器组, 通用参数滤波器, IIR 型滤波器, 混叠失真, 串话失真

中图分类号 TN911.7, TN713

1 引 言

M 带均匀最大抽取滤波器组的重构问题, 约在 70 年代人们就已开始进行研究, 并一直受到重视^[1-7]。近年来随着信息和通信技术的发展, 该问题更加受到人们关注, 将之列为信号处理在现代通信中的关键技术之一。图 1 所示为 M 带均匀最大抽取滤波器组的两种情况, 其中 (a) 为子带变换, (b) 为传送复用器, 二者是互为对偶系统。但迄今为止, 这一课题发展得还不够成熟, 主要是因为一方面研究者通常从分析-综合滤波器组完全重构的条件出发, 其要求苛刻, 难于进行; 另一方面滤波器传输函数通常设为经典参数形式, 由于考虑到稳定性等, 滤波器大多采用 FIR 型, 效率低而使结构复杂化。因此使问题复杂, 有时存在着难以处理的困难。因此目前在国内外, 大都采用二分带分级树型结构等一些特例。说明: 完全重构是指没有幅度、相位、混叠、串话失真(只有一公共恒定延时), 即使理论上满足, 实际中也做不到。本文工作是从可实用化观点考虑进行的。

本文是以单个滤波器特性相互叠加为基础, 采用通用参数滤波器作为基本构件, 在各相邻滤波器过渡带区进行特性优化以及采取有关抗混叠、串话措施, 提出了新的设计理论和方法, 结果达到可实用化程度。

2 通用参数滤波器简介

文献 [8] 提出的通用参数滤波器, 除其幅度特性仍具有通常的通用参数滤波器^[9]的一些特点(通带幅度特性为 Chebyshev 型, 阻带衰减特性可以任意指定, 以及带通和低通可统一处理等)外, 其通带延时特性也为 Chebyshev 型。其设计过程简介如下: 对带通情况, 采用的复变量 y 和 s 的变换式为

$$y^2 = (s^2 + 1)/(s^2 + a^2), \quad 0 < a < 1 \quad (1)$$

其中 s 表示模拟域广义频率, a 表示标称化的通带低边界频率, 1 表示标称化的通带高边界频率。对低通情况, $a = 0$ 。

按文献 [8] 将传输函数 $G(s)$ 中的传输零点变换至 y 平面

$$G(s) = N(s)/P(s) \quad (2)$$

这里设 $N(s)$ 中只含有因子 s^{m_0} 和四点组因子 $\prod_{j=1}^J [(s + c_{j1})^2 + c_{j2}^2][(s - c_{j1})^2 + c_{j2}^2]$, c_{j1} , c_{j2} 表示 s 平面四点组, J 表示四点组的数目, m_0 表示在 $s = 0$ 处衰减极点个数, m_∞ 则根据 $P(s)$ 的最高幂次数比 $N(s)$ 的最高幂次数所高的值来确定。有关对 $P(s)$ 和 $N(s)$ 的最高幂次,

¹ 2001-06-15 收到, 2002-05-28 改回

国家“863”计划基金资助项目(863-317-04-11-99)

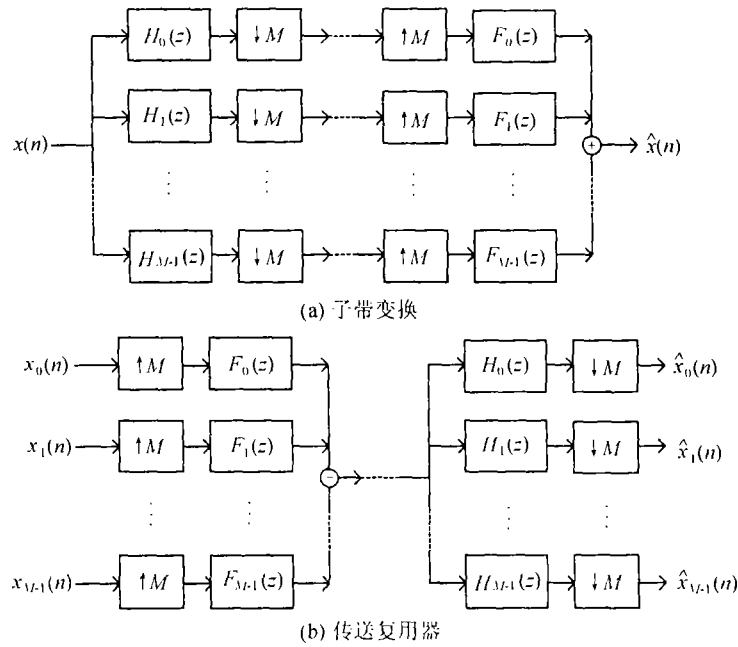


图 1 子带变换和传送复用器

以及 m_0 和 m_∞ 等的要求可见文献 [8]。

至于高通和带阻情况, 仅需将所讨论的变换式变换一下就可以了 [8]。

然后将 s 平面在 0 和 ∞ 处的衰减极点变换到 y 平面上去:

$$\left. \begin{aligned} s = 0, & \quad y_0 = \sqrt{1/a^2} \\ s = \infty, & \quad y_\infty = \sqrt{1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

至于 s 平面诸四点组, 左半或右半平面的一对共轭点变换后都分别为 y 平面上 $y_j \angle \theta_j/2$ 和 $y_j \angle -\theta_j/2$ 两点, 这里

$$\left. \begin{aligned} y_j &= \frac{\sqrt{[(c_{j1}^2 - c_{j2}^2 + 1)(c_{j1}^2 - c_{j2}^2 + a^2) + 4c_{j1}^2 c_{j2}^2]^2 + 4c_{j1}^2 c_{j2}^2 (a^2 - 1)^2}}{\sqrt{(c_{j1}^2 - c_{j2}^2 + a^2)^2 + 4c_{j1}^2 c_{j2}^2}} \\ \theta_j &= \text{tg}^{-1} \frac{2c_{j1} c_{j2} (a^2 - 1)}{(c_{j1}^2 - c_{j2}^2 + 1)(c_{j1}^2 - c_{j2}^2 + a^2) + 4c_{j1}^2 c_{j2}^2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

为了使通带波动个数最多, (3) 式中开根号后都取正值, (4) 式中 y_j 取正值, θ_j 都取绝对值不大于 $\pi/2$ 的角度。

然后构成 y 的如下多项式:

$$l(y) = e(y) + yf(y) = (y + y_0)(y + 1) \prod_{j=1}^J (y^2 + 2y_j \cos \frac{\theta_j}{2} y + y_j^2) \quad (5)$$

其中 $e(y)$ 是 y 的偶多项式, $yf(y)$ 是 y 的奇多项式。因子 $(y^2 + 2y_j \cos \frac{\theta_j}{2} y + y_j^2)$ 是根据式 $(y + y_j \angle \theta_j/2)^2$ 和 $(y + y_j \angle -\theta_j/2)^2$ 而得的。

按文献 [8], 衰减函数为

$$A = 10 \log \frac{10^{A_p/10} e^2 - y^2 f^2}{e^2 - y^2 f^2} \Big|_{y^2 = \frac{s^2+1}{s^2+\sigma^2}, s=j\omega} \quad (6)$$

应指出, (6) 式中 $A_p(\text{dB})$ 为通带指定的波动衰减, 在逼近过程中, 虽然 c_{j1} , c_{j2} 值在起变化, 但相应的波动衰减总是 A_p . 那么, 根据 (6) 式的 $\partial A(\omega)/\partial c_{j1}$ 和 $\partial A(\omega)/\partial c_{j2}$ 也就可以确定了.

由于非最小相位函数 $G(s)$ 可以分解为最小相位函数 $G_m(s)$ 和全通函数 $G_a(s)$ 的乘积, 并且最小相位函数的衰减特性和相位特性之间存在单一关系, 于是便可得出 $G(s)$, $G_m(s)$, $G_a(s)$ 的有关相位函数、延时函数的表示式:

$$\Phi(\omega) = \Phi_m(\omega) + \Phi_a(\omega) \quad (7)$$

$$\tau(\omega) = \tau_m(\omega) + \tau_a(\omega) \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau(\omega)}{\partial c_{j1}} &= \frac{\partial \tau_m(\omega)}{\partial c_{j1}} + \frac{\partial \tau_a(\omega)}{\partial c_{j1}} \\ \frac{\partial \tau(\omega)}{\partial c_{j2}} &= \frac{\partial \tau_m(\omega)}{\partial c_{j2}} + \frac{\partial \tau_a(\omega)}{\partial c_{j2}}, \end{aligned} \right\} j = 1, 2, \dots, J \quad (9)$$

具体计算式见文献 [8].

以上是在模拟域 s 中的讨论, 采用双线性变换并经推导就可得出在数字域中有关衰减、相位和延时的相应表示式. 以下应用是在数字域 z 中.

至于如何进行滤波器有关通带幅度和延时特性的最佳逼近, 以及设计时有关起始值选定等, 可参阅文献 [8].

说明: 通用参数滤波器通带幅度特性最佳逼近也可采用 Butterworth 型准则^[10], 通带延时特性最佳逼近也可采用最小平方型准则, 根据具体需要确定.

3 设计理论和方法

3.1 一般说明

用图 1 所示的子带变换来说明, 所得结果也可用于传送复用器.

按文献 [1], 图 1 所示子带变换的输入输出间表达式为

$$\hat{X}(z) = \sum_{i=0}^{M-1} X(zW^i)A_i(z) \quad (10)$$

其中 $W = e^{-j\frac{2\pi}{M}}$,

$$A_i(z) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} H_j(zW^i)F_j(z), \quad i = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (11)$$

$A_0(z)$ 表示整体滤波器组的特性, 而 $A_1(z), A_2(z), \dots, A_{M-1}(z)$ 表示其各项混叠, 总混叠失真值的计算采用文献 [11] 中的公式 $\sqrt{\sum_{i=1}^{M-1} |A_i(z)|^2}$.

本设计是以单个滤波器特性相互叠加为基础, 采用前述的通用参数滤波器作为构成单元, 各分析滤波器和其相应的综合滤波器的传输函数相同或差一负号, 原因如下述. 对分析和综合滤波器组中各滤波器的幅度特性的要求应如图 2 所示, 各滤波器的通带延时特性应是平的且延

时值相同。为了使复合后的频率特性在过渡带区可得以与通带部分衔接配合,各相邻滤波器的过渡带区的幅度特性应对其交界频率点相对称,在其交界频率点的幅度值为 0.707。为了减少混叠分量,各滤波器通带范围以外的衰减特性要陡。

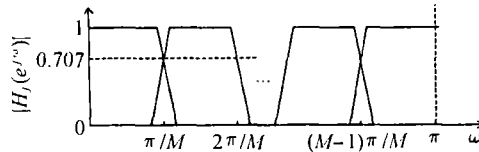


图 2 滤波器组中各滤波器的幅度特性要求

根据对子带变换的具体应用和具体要求,首先选定子带数 M ,再按第 2 节所述选定各滤波器的传输函数阶次和传输零点类型和数目,以及其具体指标要求。一般来说各滤波器的阶次与其四点组阶次之比约为 2:1 或略小。由于各 H_i 和各 F_i 的幅度特性不是理想的,故整个系统中存在有混叠分量,针对这里所讨论的分析与综合滤波器组情况,经对混叠项 $A_i (i = 1, 2, \dots, M-1)$ 分析可知,不能近似为零的混叠分量都成对地出现在交界频率 $\omega_s (= n \cdot \pi/M, n = 1, 2, \dots, M-1)$ 附近,在各交界频率点 ω_s 上的值为 $H_j(-\omega_s)F_j(\omega_s)$ (实数)。如采用下述关系式:

$$F_i = \pm H_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (12)$$

(12) 式中 i 为偶数时取正号, i 为奇数时取负号,再计及各滤波器在交界频率点的幅度值为 0.707,则上述的混叠分量值可相抵消,使各交界频率点的混叠值为零。

由于各 H_i 在交界频率点的幅度值为 0.707,又满足 (12) 式所示的关系,经分析可得出,两相邻在各交界频率点的相位差如能满足 $+\pi/2$ 或 $-\pi/2$ 的要求,则可使整体分析与综合滤波器组在各交界频率点的幅度值为 1。

3.2 具体设计过程

根据第 2 节和第 3.1 节所选定的起始数据及有关说明,首先对 H_0 (相应的 $F_0 = H_0$) 通带幅度进行 Chebyshev 或 Butterworth 型设计^[8,10],通带延时进行 Chebyshev 或最小平方型逼近^[8,9],使其满足上述所提特性要求,并保证在交界频率点 (π/M) 的幅度值为 0.707。然后将 H_0 固定,开始设计 H_1 (相应的 $F_1 = -H_1$),对 H_1 通带幅度特性进行与 H_0 相同的设计,并使 H_1 在其交界频率点 ($\pi/M, 2\pi/M$) 的幅度值为 0.707 外,还要求在交界频率点 (π/M) 上 H_0 和 H_1 的相位差为 $\pi/2$ 或 $-\pi/2$,以及进行 H_0 与 H_1 过渡带区和 H_1 通带复合延时特性的优化逼近。

具体步骤如下:

(1) 改变 H_1 四点组的诸参数 c_{j1}, c_{j2} , 根据参数 c_{j1}, c_{j2} 对 H_1 相位影响程度,确定各参数 c_{j1}, c_{j2} 变化量以微调 H_1 的相位,使 H_1 与 H_0 在交界点的相位差逼近 $\pi/2$ 或 $-\pi/2$,如在起始时相位差距 $\pi/2$ 或 $-\pi/2$ 较远,可先通过附加延时单元来移动相位。

(2) 采用第 2 节所述优化方法,改变 H_1 四点组诸参数 c_{j1}, c_{j2} ,以进行上述 H_0, H_1 的复合延时特性的优化逼近。

(3) 根据文献^[8,10],当滤波器通带幅度特性为 Butterworth 型设计时,参数 c_{j1}, c_{j2} 变化不会影响到交界频率点的幅度值,仍为 0.707;而当通带幅度特性为 Chebyshev 型设计时,参数 c_{j1}, c_{j2} 变化,虽然通带的波动衰减不变,但在交界频率点的幅度值会变化,这时对 c_{j1}, c_{j2} 加以微调,以使其值保持为 0.707。

上述三过程相互交替,一直到收敛为止。然后固定 H_0 和 H_1 (相应的 F_0 和 F_1),采用相同

方法进行 H_2 (相应的 F_2) 的设计, 并在 H_2 设计完成后开始设计 H_3 , 逐个进行, 直至 H_{M-1} (相应的 F_{M-1}) 为止。说明, 在逐个设计过程中, 各相邻 H_i (相应的 F_i) 的恒定延时值 n_0 要保持相互配合一致, 同时 n_0 值要尽可能小, 但各滤波器的延时失真又与之有关, n_0 大时延时失真会减小, 设计时应计及。

由于前述对分析与综合滤波器各过渡带起始时的选定要求, 对包含有过渡带的复合延时特性的优化逼近(通常延时特性情况可以反映出相应的幅度特性情况), 并且设计后分析与综合滤波器组在各交界频率点幅度值可近似为 1, 所以各相邻滤波器 H_i (相应的 F_i) 的幅度特性能相互配合一致, 各过渡带的复合幅度特性一般能满足所提出的要求。设计后在各交界频率点的前述有关混叠分量仍相互抵消, 混叠值近似为零, 由于相位变化的连续性, 在其邻近范围内混叠分量也可大为减小。

最后检验一下整体分析与综合滤波器组的幅度、延时和混叠失真。至此分析、综合和整体滤波器组的设计工作便告完成。

一般来说, 上述设计理论和方法, 可以做到以一定的精度逼近于信号完全重构的情况, 其幅度、延时和混叠失真在满足使用要求的容许范围内。当然, 必要时也可将有关滤波器组的起始值加以适当调整。

4 仿 真

下面是采用本文提出的设计方法的滤波器组设计结果的特性仿真, 包括滤波器组幅度特性、延时特性和混叠失真, 其中混叠失真是各混叠分量的幅度平方和的根。

例 1 子带数 $M = 4$, 滤波器采用 16 阶 Butterworth 型, 两个四点组, 低通在 $s = \infty$ 有 8 个衰减极点, 带通 I 在 $s = 0$ 和 $s = \infty$ 的衰减极点数分别为 3 和 5, 带通 II 在 $s = 0$ 和 $s = \infty$ 的衰减极点数分别为 5 和 3, 高通在 $s = 0$ 有 8 个衰减极点, 并经双线性变换转为数字域。设计结果如图 3。

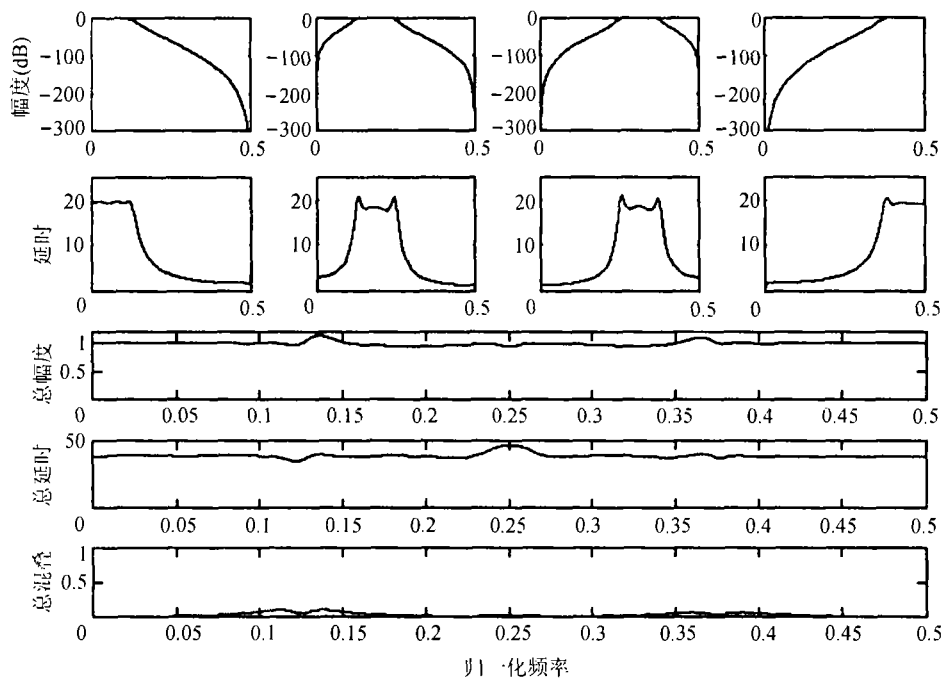


图 3 例 1 的特性

说明: 图中第 1 行和第 2 行分别是 4 个滤波器的幅度和延时特性, 第 3 行是滤波器组的幅度特性, 第 4 行是延时特性, 第 5 行是总混叠。

例 2 子带数 $M = 8$, 10 阶 Chebyshev 型, 两个四点组, 低通在 $s = \infty$ 有 2 个衰减极点, 高通在 $s = 0$ 有 2 个衰减极点, 带通在 $s = 0$ 和 $s = \infty$ 各 1 个衰减极点, 并经双线性变换转为数字域。通带幅度波动 0.5dB。设计结果如图 4。

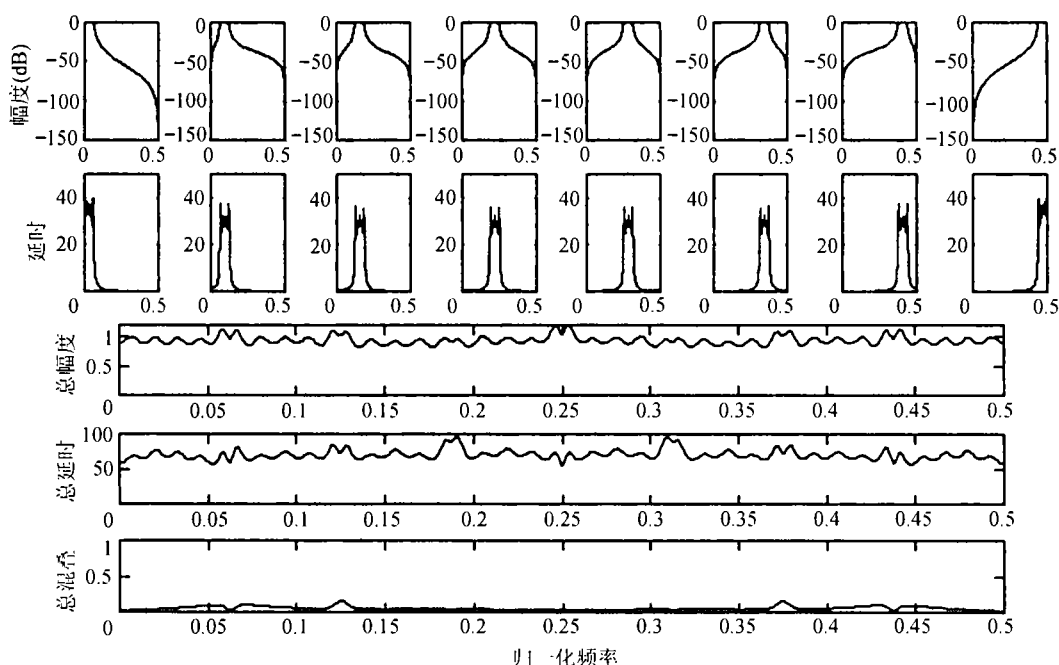


图 4 例 2 的特性

5 结 束 语

以上所完成的有关 M 带均匀最大抽取滤波器组重构的工作, 具有如下优点: 由于是以单个滤波器特性相互叠加为基础, 故计算简单, 可提高计算精度; 采用的是 IIR 型滤波器, 其阶次比其他方法通常采用的 FIR 型可低很多, 因而使整体结构大为简化; 不仅整体滤波器组可以做到其幅度、延时、混叠、串话失真在容许的要求范围内, 分析与综合滤波器组也可分别做到其幅度、延时特性同时最佳优化逼近; 分析滤波器组基本上可以得到 M 带正交基, 此特性目前具有重要的现实意义; 可以一定精度要求逼近信号完全重构情况, 达到可实用化程度。所得研究结果可应用于信息和通信中很多领域。

参 考 文 献

- [1] P. P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Englewood, NJ, PTR Prentice Hall, 1993, 187-390.
- [2] R. P. Ramachandran, *et al.*, Bandwidth efficient transmultiplexers, Part I: Synthesis, IEEE Trans. on SP, 1992, 40(1), 70-81.
- [3] R. P. Ramachandran, *et al.*, Bandwidth efficient transmultiplexers, Part II: Subband complements and performance aspects, IEEE Trans. on SP, 1992, 40(5), 1108-1121.

- [4] A. K. Soman, *et al.*, Linear phase paraunitary filter banks: theory, factorizations and designs, IEEE Trans. on SP, 1993, 41(12), 3480-3496.
- [5] M. S. Spurbeck, *et al.*, Least squares approximation of perfect reconstruction filter banks, IEEE Trans. on SP, 1998, 46(4), 968-978.
- [6] W. P. Zhu, *et al.*, An efficient approach for the design of nearly perfect-reconstruction QMF banks, IEEE Trans. on CASII, 1998, 45(8), 1161-1165.
- [7] 宗孔德, 多抽样率信号处理, 北京, 清华大学出版社, 1996, 150-228.
- [8] 刘泽民, 通用参数滤波器, 电子学报, 1981, 9(3), 1-10.
- [9] R. W. Daniels, Approximation Methods for Electronic Filter Designs, New York, McGraw-Hill, 1974, 105-168.
- [10] 周 正, 刘泽民, 通带衰减最大平坦型通用参数滤波器, 通信学报, 1984, 5(4), 62-67.
- [11] N. J. Fliege, Multirate Digital Signal Processing, Chichester, John Wiley & Sons, 1994, 185-186.

M-BAND UNIFORM MAXIMALLY DECIMATED FILTER BANKS

Liu Zemin Li Xuebin

(School of Telecom. Eng., Beijing Univ. of Posts and Telecom., Beijing 100876, China)

Abstract Based on overlapping individual filter character, IIR general parameter filters are used as units of filterbank, whose amplitude and delay characters are all considered. In designing, let filter frequency character in passband region meet the demand, then optimizing the integrated frequency character in transition region with some anti-aliasing or anti-cross-talk measures used, the resulting filter bank can be nearly perfect reconstruction in certain precision. This is a new theory and method of design for filter banks.

Key words Filterbank, General parameter filter, IIR filter, Aliasing distortion, Cross-talk distortion

刘泽民: 男, 1927 年生, 博士生导师, 教授, 中国电子学会会士, 中国通信学会会士, 主要研究方向为现代信号处理和智能技术.

李学斌: 男, 1967 年生, 博士, 研究方向为现代信号处理, 图像编码与图像水印.