一种不需要计算量化失真的快速码书训练算法 [1]

庞朝阳 孙世新

(电子科技大学计算机系 成都 610054)

摘 要 该文利用 LBG 算法迭代过程中质心序列收敛特性，提出了一种快速算法. 它的基本思想是，直接去掉 LBG 算法中量化失真计算，用质心序列收敛作停止条件. 我们用典型的测试图像 Lena 做实验. 实验结果表明，该算法与著名的 LBG 算法的 PSNR 相差小于 0.1dB，但它的运行时间至少比 LBG 的运行时间少一半.

关键词 向量量化，LBG 算法，质心序列，收敛

中图号 TN911.73

1 引 言

向量量化 (Vector Quantization, VQ[1]) 有较高的压缩比和较简单的结构，因此近 20 年来倍受关注 [1−9] 。 VQ 的关键是设计一个好的码书。根据目前较新或主要的码书训练方法 [2−9] 看，几乎都是用量化失真序列收敛作停止条件。因此寻找不需要计算量化失真的快速码书训练算法无疑是新的研究锲入点。另一方面，虽然目前各种训练算法各有其优点，但综合对峰值信噪比、运行时间、算法结构是否简单、普遍适用性考虑， LBG 算法 [2] 是目前性能最好的算法之一。更重要的是， LBG 算法代表了码书训练方法的基本思想。因此，如果我们能找到不需要量化失真序列收敛作停止条件的新算法无疑是有意义的。

2 质心序列收敛定理

定义 1 理想迭代训练算法，简称理想算法 根据 LBG 算法，我们可以设计关于分析 LBG 算法迭代过程中数据变化规律的只在理论上成立的无穷次迭代算法，称之为理想迭代训练算法，简称理想算法。该算法很简单，它只是去掉 LBG 算法中的停止条件 $\frac{D_{t-1}(Q_{t-1})-D_t(Q_t)}{D_t(Q_t)}\leq\varepsilon$ ，让其作无穷次循环而已。

定义 2 质心点序列 在理想算法第 t 次迭代过程中 $(0\leq t<\infty)$ ，每一个初始码字 $c_j^{(0)}$ $(1\leq j\leq m)$ 唯一对应一个质心点 $c_j^{(t)}$ 。 $\{c_j^{(t)}\}$ 便称作区域质心点序列，简称质心点序列，$(1\leq j\leq m,\ 0\leq t<\infty)$ 。

定理 1 在理想算法整个迭代过程中，若划分成的区域是可积且测度 (或说面积) 非零，则任意质心点序列收敛。 (利用泛函可证，详细证明见附录) 。

3 新算法

根据定理，可设计不需要计算量化失真，用质心序列收敛作停止条件的新算法如下：

(1) 初始化：给定训练集合 $T=\{x_i|x_i\in R^k,\ 1\leq i\leq n\}$，码书大小 m (其中 $m<<n$)，迭代门限值 $\varepsilon>0$，初始码书 $C_0=\{c_j^{(0)}|1\leq j\leq m\}$，置迭代次数 $t=0$，变量 $d_0=+\infty$ ；

[1] 2000-10-30 收到， 2001-03-12 定稿

“九五” 国家部级项目资助

(2) 依据现有码书按最近领域准则划分训练集合 $\varphi(C_t)=\{R_j^{(t)}|R_j^{(t)}\subset T,\ 1\le j\le m\}$；计算各个区域的质心 $c_j^{(t+1)}$ 并令 $C_{t+1}=\{c_j^{(t+1)}|1\le j\le m\}$；令归一化加权因子 $p_j^{(t+1)}=\frac{|R_j^{(t+1)}|+|R_j^{(t)}|}{2|T|}$，计算 $d_{t+1}=\sum_{j=1}^{m}p_j^{(t+1)}\|c_j^{(t+1)}-c_j^{(t)}\|$，若 $\frac{|d_t-d_{t+1}|}{d_{t+1}}\le\varepsilon$，停止 (码书 C_t 便是所求码书)，否则令 $t=t+1$ 转 (2)。

4 实　验

衡量算法的常用性能指标为运行时间、均方差 MSE(Mean Square Error)、峰值信噪比 PSNR (Peak Signal-to-Noise-Ratio)。按惯例，用欧几里德距离的平方进行度量。实验硬件条件：兼容机，CPU：赛扬 400，内存：64M；软件条件：Visual C++ 6.0。我们把 256×256 的 Lena 图像分割成 4×4 的小块作训练集，码书大小为 128。随机产生初始码书，执行新算法和 LBG 算法，得到码书。再根据该码书恢复相应的图像。实验表明 (表 1、图 1)：新算法与 LBG 算法的 PSNR 相差小于 0.1dB，重建图像基本相同，但新算法的运行时间至少比 LBG 的运行时间少一半。

表 1　新算法与 LBG 算法性能比较

初始码字距离	算法	时间 (s)	迭代次数	MSE	PSNR (dB)	重建图像
大于 0	新算法	141	11	92.56645	28.46627	图 1
(初始码书相同)	LBG	298	24	91.39499	28.52158	
大于 1024	新算法	98	7	85.33713	28.81942	
(初始码书相同)	LBG	208	16	83.65695	28.90578	
大于 4096	新算法	87	6	90.06482	28.58525	
(初始码书相同)	LBG	218	17	88.64934	28.65405	

测试条件：码字个数：128；停止门限：0.0001。

(a) Lena 原图　　(b) 新算法重建图像　　(c) LBG 重建图像

图 1　新算法与 LBG 算法的 Lena 重建图像比较

5 总　结

LBG 算法是典型的码书训练算法。它代表了码书训练方法的基本思想。本文证明了 LBG 算法迭代过程中区域的质心序列收敛特性。利用该特性，本文提出了一种快速算法。它的基本思想是，直接去掉 LBG 算法中量化失真计算，用质心序列收敛作停止条件。我们用典型的测试图像 Lena 做实验。实验结果表明，新算法与 LBG 算法的 PSNR 相差小于 0.1dB，重建图像基本相同，但新算法的运行时间至少比 LBG 的运行时间少一半。新算法与传统码书训练方法不一样，因为传统码书训练方法一般都是用量化失真序列收敛作停止条件 [2-9]，而新算法用质心序列收敛作停止条件。

附 录

定义 1 理想迭代训练算法，简称理想算法 根据 LBG 算法，我们可以设计关于分析 LBG 算法迭代过程中数据变化规律的只在理论上成立的无穷次迭代算法，称之为理想迭代训练算法，简称理想算法。该算法很简单，它只是去掉 LBG 算法中的停止条件 $\{[D_{t-1}(Q_{t-1})-D_t(Q_t)]/D_t(Q_t)\}\le\varepsilon$ ，让其作无穷次循环而已。理想算法具体步骤如下：

(1) 初始化 给定训练集合 $T(T\subset R^k$ ，将 T 理想化为非空有界闭集)，码书大小 m，迭代门限值 $\varepsilon>0$，一般用随机方法产生互不相同的初始码字作初始码书 $C_0=\{c_j^{(0)}|1\le j\le m\}$，$T$ 中向量的概率密度函数 $p(x)$，置迭代次数 $t=0$，设未优化时最大量化失真 $D_{-1}=\infty$ 。

设 $R_j^{(t)}$ 代表第 t 次迭代过程中第 j 个区域； $c_j^{(t)}$ 是区域 $R_j^{(t)}$ 的质心， $(1\le j\le m)$; $p_j^{(t)}(x)$ 代表第 t 次迭代过程中区域 $R_j^{(t)}$ 中的向量的概率密度函数。

(2) 依据码书 $C_t=\{c_j^{(t)}|1\le j\le m\}$ 划分训练集合 T 和计算失真：

$$\varphi(C_t)=\{R_j^{(t)}|R_j^{(t)}\subset T,1\le j\le m\}$$

且

$$\bigcup_i^m R_j^{(t)}=T,\quad R_j^{(t)}\bigcap_{j\ne k}R_k^{(t)}=\phi \tag{A-1}$$

通常按最近邻域准则 (Nearest Neighbor Rule, NNR 准则) 划分训练向量集合 T: $R_j=\{x|d(x,c_j)\le d(x,c_u),1\le u\le m,x\in T\}$, 计算整体量化失真 $D_t(Q_t)$ ：

$$D_t(Q_t)=E\{d(x,Q_t(x)\}=\int_{x\in T}p(x)d(x,Q_t(x))\mathrm{d}x \tag{A-2}$$

(3) 统计计算各个区域的质心作为新码字和各个区域的失真

$$c_j^{(t+1)}=E\{x|x\in R_j^{(t)}\}=\int_{x\in R_j^{(t)}}xp_j^{(t)}(x)\mathrm{d}x \tag{A-3}$$

计算区域 $R_j^{(t)}$ 的失真 $D_j^{(t)}$ $(1\le j\le m)$ ：

$$D_j^{(t+1)}=\int_{x\in R_j^{(t)}}p_j^{(t)}(x)d(x,c_j^{(t)})\mathrm{d}x \tag{A-4}$$

令新码书 $C_{t+1}=\{c_j^{(t+1)}|1\le j\le m\}$, $t=t+1$ 返回 (2) 。

定理 1 在理想算法整个迭代过程中，若划分成的区域是可积且测度 (或说面积) 非零，则在理想算法整个迭代过程中，任意质心点序列收敛。

证明 设由任意初始码字 $c_j^{(0)}$ 出发的质心点序列是 $\{c_j^{(t)}\}$ 。 $(1\le j\le m,0\le t<\infty)$ 。因为 T 为非空有界闭集，所以存在实数 $M>0$ ，使得对任意 $x\in F^k$ ，有

$$\|x\|\le M \tag{A-5}$$

对任意的第 t 次迭代产生的质心点 $c_j^{(t)}$ 和第 $t+h$ 次迭代产生的质心点 $c_j^{(t+h)}$ $(1 \le j \le m, 0 \le t, h < \infty)$ 我们有

$$d(c_j^{(t)}, c_j^{(t+h)}) = \|c_j^{(t)} - c_j^{(t+h)}\| = \left\| \int_{x \in R_j^{(t)}} x p_j^{(t)}(x) \mathrm{d}x - \int_{x \in R_j^{(t+h)}} x p_j^{(t+h)}(x) \mathrm{d}x \right\| \tag{A-6}$$

因为当 t 充分大时，即当充分迭代后，由初始码字 $c_j^{(0)}$ 出发而导致的区域 $R_j^{(t)}$ 必最终趋向一个稳定区域 R_j(理想化情况应是稳定区域 R_j 的 k 维面积 $\int_{x\in R_j} \mathrm{d}x \ne 0$)，否则 LBG 算法不成立。因此，第 t 次迭代产生的区域 $R_j^{(t)}$ 和第 $t+h$ 次迭代产生的 $R_j^{(t+h)}$ 与稳定区域 R_j 的 k 维"面积差"都应充分小，即存在 t_0，当 $t \ge t_0$ 时，对任意 $\varepsilon > 0$，都有

$$\left.\begin{aligned} \left\| \int_{x \in R_j^{(t)} - R_j} \mathrm{d}x \right\| \le \frac{\varepsilon}{4M} \\ \left\| \int_{x \in R_j^{(t+h)} - R_j} \mathrm{d}x \right\| \le \frac{\varepsilon}{4M} \end{aligned}\right\} \tag{A-7}$$

同样，对任意 $x \in R_j$ 有

$$\left| p_j^{(t+h)}(x) - p_j^{(t)} \right| \le \frac{\varepsilon}{2M \int_{x \in R_j} \mathrm{d}x} \tag{A-8}$$

(A-7)，(A-8) 式的几何意义是，充分迭代后，区域 $R_j^{(t)}$ 必最终趋向一个稳定区域 R_j，因此区域 $R_j^{(t)}$ 和第 $t+h$ 次迭代产生的 $R_j^{(t+h)}$ 与稳定区域 R_j 的 k 维"面积差"都应充分小，同样在区域 R_j 上的概率差 $|p_j^{(t+h)}(x) - p_j^{(t)}|$ 也应充分小。由 (A-6) 式和三角不等式得

$$\begin{aligned} d(c_j^{(t)}, c_j^{(t+h)}) &= \left\| \int_{x \in (R_j^{(t)} - R_j) \cup R_j} x p_j^{(t)}(x) \mathrm{d}x - \int_{x \in (R_j^{(t+h)} - R_j) \cup R_j} x p_j^{(t+h)}(x) \mathrm{d}x \right\| \\ &\le \left\| \int_{x \in R_j} x p_j^{(t)}(x) \mathrm{d}x - \int_{x \in R_j} x p_j^{(t+h)}(x) \mathrm{d}x \right\| \\ &\quad + \left\| \int_{x \in R_j^{(t)} - R_j} x p_j^{(t)}(x) \mathrm{d}x - \int_{x \in R_j^{(t+h)} - R_j} x p_j^{(t+h)}(x) \mathrm{d}x \right\| \\ &\le \left\| \int_{x \in R_j} x (p_j^{(t)}(x) - p_j^{(t+h)}(x)) \mathrm{d}x \right\| + \left\| \int_{x \in R_j^{(t)} - R_j} x p_j^{(t)}(x) \mathrm{d}x \right\| \\ &\quad + \left\| \int_{x \in R_j^{(t+h)} - R_j} x p_j^{(t+h)}(x) \mathrm{d}x \right\| \end{aligned} \tag{A-9}$$

由于 $0 \le p_j^{(t)} \le 1$,　$0 \le p_j^{(t+h)} \le 1$，从 (A-5), (A-7) 得：

$$\left\| \int_{x \in R_j^{(t)} - R_j} x p_j^{(t)}(x) \mathrm{d}x \right\| \le M \left\| \int_{x \in R_j^{(t)} - R_j} \mathrm{d}x \right\| < \frac{\varepsilon}{4} \quad 和 \quad \left\| \int_{x \in R_j^{(t+h)} - R_j} x p_j^{(t+h)}(x) \mathrm{d}x \right\| < \frac{\varepsilon}{4} \tag{A-10}$$

由 (A-5), (A-8) 式得

$$\left\|\int_{x\in R_j} x(p_j^{(t)}(x)-p_j^{(t+h)}(x))\mathrm{d}x\right\| \le \frac{\varepsilon}{2} \tag{A-11}$$

由 (A-9), (A-11) 式得：存在 t_0，当 $t\ge t_0$ 时，对任意 $\varepsilon>0$，都有 $d(c_j^{(t)},c_j^{(t+h)})<\varepsilon$。所以由任意初始码字 $c_j^{(0)}$ 出发，质心点序列 $\{c_j^{(t)}\}$ 收敛，$(1\le j\le m, 0\le t<\infty)$。 证毕

该定理成立的理想化条件是区域必须是致密的、可积的且最后的稳定区域 R_j 的 k 维“面积” $\int_{x\in R_j}\mathrm{d}x\ne 0$。换句话说，在实际应用中，定理只在包含很多点的区域成立，而对于点数太少的区域不成立。

参 考 文 献

[1] 高 文，多媒体数据压缩技术，北京，电子工业出版社， 1994 年 4 月，第一版.

[2] Y. Linde, A. Buzo, R. M. Gray, An algorithm for vector quantization design, IEEE Trans. on Comm., 1980, COM-28(1), 84–95.

[3] Timo Kaukoranta, P. Fränti, O. Nevalainnem, Vector quantization by lazy pairwise nearest neighbor method, Opt. Eng., 1999, 38(11), 1862–1868.

[4] J. Shanbehzadeh, P. O. Ogunbona, On the computational complexity of the LBG and PNN algorithms, IEEE Trans. on Image Processing, 1997, 6(4), 614–616.

[5] T. Kaukoranta, P. Fränti, O. Nevalainnem, Iterative split-and-merging algorithm for vector quantization codebook generation, Opt. Eng., 1998, 37(10), 2726–2732.

[6] B. Fritzke, The LBG-U Method for Vector Quantization—An Improvement over LBG Inspired from Neural Networks, Kluwer Academic Publisher, 1997.

[7] C. -M. Huang, R. W. Harris, A comparison of several vector quantization codebook generation approaches, IEEE Trans. on Image Processing, 1993, 2(1), 108-112.

[8] 张基宏，何振亚，一种指数型模糊学习矢量量化图像编码算法，通信学报， 1998, 19(10), 1-6.

[9] Chin-Chen Chang, Yu-Chen Hu, A fast LBG codebook training algorithm for vector quantization, IEEE Trans. on Consumer Electronics, 1998, CE-44(4), 1201–1208.

A FAST CODEBOOK TRAINING ALGORITHM WITHOUT THE COMPUTATION OF DISTORTION

Pang Chaoyang Sun Shixin

(*Computer Science Dept., UEST of China, Chengdu* 610054, *China*)

Abstract A fast codebook training algorithm without the computation of distortion by the property of centroid sequence convergence is presented in this paper. The performance of the new algorithm is tested by typical test image Lena. The result shows that the PSNR difference between the new algorithm and LBG is 0.1dB, but the running time of it is at most one half of LBG.

Key words Vector quantization, LBG algorithm, Centroid sequence, Convergence

庞朝阳： 男， 1970 年生，博士生、主要研究方向为图象压缩、算法分析和设计.

孙世新： 男， 1941 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为计算机科学理论、并行算法等.