

多信号源方向和频率估计中通道失配 和阵元互耦的一次性补偿¹

王学礼 李舜酩* 陈仲仪** 俞靖**

(西安交通大学机械工程学院 西安 710049)

* (西北工业大学 西安 710072)

** (浙江大学机械系 杭州 310027)

摘要 本文分析了空间谱估计中多信号源方向和频率估计中通道失配和阵元互耦导致系统性能下降的机制,克服了现有矫正方法只能针对单频信号补偿某个影响因素的局限性,提出了通道失配和阵元互耦的综合补偿新技术,大大提高了误差矫正的精度。首次在同时估计多信号源方向和频率估计中应用误差补偿技术,文中方法简便易行,消声室声学实验证明了该方法是成功的。

关键词 空间谱, 方向频率估计, 矫正

中图分类号 TN911.23

1 引言

基于阵列协方差矩阵特征值分解的测向技术对模型误差相当敏感,使得系统不易实现。这一重要问题已引起国内外研究人员的重视。人们对通道失配、阵元互耦、阵元位置误差等作了较为详细的分析,得出了一些结果^[1-4]。这些方法各有优缺点,但它们都以传统的MUSIC法为基础,即只讨论了相同中心频率(一般是单频正弦信号)的情况,对于不同中心频率的情况,这些方法不再适用。本文讨论了多信号源频率和方向同时估计时通道失配、阵元互耦误差的综合影响机制,首次尝试在同时估计多信号源频率和方向时,对误差作较全面补偿技术的研究,提出了一种实用的误差综合补偿技术,消声室实验证明了该方法是成功的。

2 频率、方向同时估计简述

设有 G 个等间隔排列的全向线阵处于高斯噪声环境中,有 M 个正弦平面波以不同的方向角 θ_m 入射到基阵上。假定信号和噪声互相独立,信号源间互不相关或只有部分相关。不考虑误差影响时,阵元 g 在采样数为 i 时的接收信号 x_{ig} 包括 s_{ig} 和环境噪声 w_{ig} 。即

$$x_{ig} = s_{ig} + w_{ig}, \quad (1)$$

式中 x , s 和 w 均为复数。 $i = 1, 2, \dots, I$, $g = 1, 2, \dots, G$ 。(1)式用矩阵形式表示为

$$[X] = [S] + [W]. \quad (2)$$

矩阵 $[S]$ 中的每个元素与平面波信号的幅度 a_m 、频率 f_m 和入射角 θ_m 有关。同时也与阵

¹ 1998-06-11 收到, 1999-01-28 定稿

浙江省自然科学基金委员会的资助课题, 项目编号: 593049

元相对参考点的选取有关。[S] 和 [W] 中的每个元素取如下形式:

$$S_{ig} = \sum_{m=1}^M a_m \exp[j2\pi f_m i] \exp[-j(g-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C], \quad (3)$$

$$X_{ig} = \sum_{m=1}^M a_m \exp[j2\pi f_m i] \exp[-j(g-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C] + W_{ig}, \quad (4)$$

式 d 中为阵元间距, C 为声速。

设 $a_{imt} = \exp[j2\pi f_m i]$, $b_{mgt} = a_m \exp[-j(g-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C]$, 由 a_{imt} 组成矩阵 $[A_t]$, 阶数为 $I \times M$ 。假定入射平面波的初相位为零, 这并不影响最终结果的一般性。由 b_{mgt} 组成矩阵 $[B_t]$, 阶数为 $M \times G$ 。 $[B_t]$ 的每个元素表征因阵元位置不同以及信号入射角和频率的不同而在阵元 g 上引起的相位差。(2) 式可表示为

$$[X] = [A_t][B_t] + [W]. \quad (5)$$

假定噪声均值为零, 方差为 σ^2 , 则接收信号数据的时间协方差矩阵 $[R_t]$ 为

$$\begin{aligned} [R_t] &= \overline{[X][X]^H} = \overline{[S][S]^H} + \overline{[W][W]^H} = [A_t][B_t][B_t]^H[A_t]^H + \sigma^2[I] \\ &= [A_t][P][A_t]^H + \sigma^2[I]. \end{aligned} \quad (6)$$

对 $[R_t]$ 做如下特征值分解, 根据定义有

$$[R_t]v_i = \lambda_i v_i. \quad (7)$$

代入 (6) 式得

$$[A_t][P][A_t]^H v_i = [R_t]v_i - \sigma^2[I]v_i = (\lambda_i - \lambda_{\min})v_i. \quad (8)$$

λ_{\min} 为对应 $\overline{[W][W]^H}$ 的本征值。

根据开始时的约定, 入射信号互不相关或只有部分相关。所以只要阵元的尺度和阵元数目足够大, 就可使 $[P]$ 的非对角线项趋于零。于是 $[P]$ 为正定的非奇异方阵。(注: 当有信号源在同方向同频率时, 可能导致 $[P]$ 为非正定的非奇异方阵, 此时应改变阵列中心线的方向)。其秩为 M 。又因为 $I > M$, 所以 $[A_t]$ 的秩不大于 M 。 $[A_t][P][A_t]^H$ 是奇异的, 它只能有 M 个非零的本征值, 另外有 $G - M$ 个等于零的本征值。由于存在噪声, 这 $G - M$ 个本征值取最小的本征值 λ_{\min} 。当 $i = M + 1, M + 2, \dots, I$ 时, $\lambda_i = \lambda_{\min}$, (8) 式右边为零。有

$$[A_t][P][A_t]^H v_i = 0. \quad (9)$$

上式只有满足以下条件才成立:

$$[A_t]^H v_i = 0. \quad (10)$$

由 $v_{M+1}, v_{M+2}, \dots, v_I$ 矢量构成的空间称为噪声子空间, 由一组矢量 a_1, a_2, \dots, a_M 构成的空间称为信号子空间。(9) 式证明了信号子空间和噪声子空间的正交性。知道了本征矢量 $v_{M+1}, v_{M+2}, \dots, v_I$, 就可由 (10) 式求多重信号的频率。

由于接收的信号存在噪声, $[R_t]$ 是非奇异的。如果求出入射信号矢量 $a'_m(\omega)$ 和 $v_i (i = M + 1, M + 2, \dots, I)$ 的内积, 即求这两个矢量间距离。定义时间-频率伪谱 P_t , 改变 ω 的值, 使这个距离最小时, 就可以认为找到了入射信号的频率。

$$P_t(\omega) = 1 / \sum_{i=M+1}^I |v_i^H a'_m|, \quad a'_m = [\exp(j\omega), \exp(j2\omega), \dots, \exp(jI\omega)]^T, \quad (11)$$

若对 (2) 式的数据矩阵转置, 使得 $[X]$ 的列方向代表空间取样, 行方向代表时间取样, 且转置后的矩阵加撇表示, 则有

$$x'_{ig} = s'_{ig} + w'_{ig}. \quad (12)$$

类似 (6) 式, 可得空间协方差矩阵 $[R_s]$:

$$\begin{aligned} [R_s] &= \overline{[X']}[X']^H = \overline{[S']}[S']^H + \overline{[W']}[W']^H = [B_s][A'_s][A'_s]^H[B_s]^H + \sigma^2[I] \\ &= [B_s][Q][B_s]^H + \sigma^2[I]. \end{aligned} \quad (13)$$

类似 (9), (10) 式, 当 $g = M + 1, M + 2, \dots, G$ 时, 可以得出 $[B'_s]^H v_g = 0$. 并相似地定义空间-方位伪谱 P_s :

$$\begin{aligned} P_s(\omega, \theta) &= 1 / \sum_{g=M+1}^G v_g^H b_m, \\ b_m &= \{\exp[-j(1-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C], \exp[-j(2-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C], \dots, \\ &\quad \exp[-j(G-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C]\}^T. \end{aligned} \quad (14)$$

由 (11) 式求出每个 ω_m , 换算成 f_m 逐个代入 (14) 式, 并做 θ_m 搜索, 可求得与 f_m 相对应的 θ_m .

3 综合误差影响分析

实际系统中的模型误差总是存在的, 以通道失配为例. 设第 g 个通道对于第一个通道的失配系数为 $\rho_g = \xi_g \exp(j\varphi_g)$, $g = 2, 3, \dots, G$. $\rho_1 = 1$, 则第 g 个通道的输出应表示为

$$Z_{ig} = \sum_{m=1}^M a_m \exp[j2\pi f_m i] \rho_g \exp[-j(g-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C] + W_{ig}, \quad (15)$$

上式用矩阵形式表示为

$$[Z]_{I \times G} = L A_d (\Gamma_1 U)^T + [W]_{I \times G}, \quad (16)$$

其中 $L = [l_1, \dots, l_M]$, $l_m = \{\exp[j2\pi f_m i], \dots, \exp[j2\pi f_m I]\}^T$; $A_d = \text{diag}[a_1, \dots, a_M]$; $\Gamma_1 = \text{diag}[1, \rho_2, \dots, \rho_G]$; $U = [u_1, \dots, u_M]$, $u_m = \{\exp[-j(1-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C], \dots, \exp[-j(G-1)2\pi f_m d \cos(\theta_m)/C]\}^T$. 因模型误差的影响是相乘性的, 它是阵列和各通道的固有特性, 与信号无关, 则同时考虑两种模型误差时, (16) 式变为

$$[Z]_{I \times G} = L A_d (\Gamma_1 \Gamma_2 U)^T + [W]_{I \times G}, \quad (17)$$

其中 Γ_1 、 Γ_2 分别为通道特性不一致、阵元间互耦引入的误差因子. Γ_2 是阵元负载阻抗 Z_L 归一化的阻抗 Z_0 的逆, Z_0 表示为

$$Z_0 = \begin{bmatrix} 1 + Z_{11}/Z_L & Z_{12}/Z_L & \dots & Z_{1G}/Z_L \\ Z_{21}/Z_L & 1 + Z_{22}/Z_L & \dots & Z_{2G}/Z_L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{G1}/Z_L & Z_{G2}/Z_L & \dots & 1 + Z_{GG}/Z_L \end{bmatrix}. \quad (18)$$

利用前面所述的方法确定声源频率和方位角, 则对 (17) 式及其逆转并分别求时间协方差矩阵 R_t 和空间协方差矩阵 R_s , 得

$$R_t = LA_d(\Gamma_1\Gamma_2U)^T\{(\Gamma_1\Gamma_2U)^T\}^H A_d^H L^H + \sigma^2[I] = L[P]L^H + \sigma^2[I], \quad (19)$$

$$\begin{aligned} R_s &= (\Gamma_1\Gamma_2U)A_d^T L^T (L^T)^H (A_d^T)^H (\Gamma_1\Gamma_2U)^H + \sigma^2[I] \\ &= (\Gamma_1\Gamma_2U)[Q](\Gamma_1\Gamma_2U)^H + \sigma^2[I]. \end{aligned} \quad (20)$$

可以证明 $[P]$ 和 $[Q]$ 是正定的。由 (19) 和 (20) 式可见, 模型误差不影响时间频率谱, 而只影响空间方位谱, 可定义时间频率谱同 (11) 式, 而空间方位谱则变为

$$P_s(\omega, \theta) = 1 \left/ \sum_{g=M+1}^G |(\Gamma_1\Gamma_2u_g)^H b_m|. \quad (21)$$

b_m 同 (14) 式中的 b_m 。这时噪声子空间不再与信号方向矢量 u_g 正交, 而与 $(\Gamma_1\Gamma_2u_g)$ 正交。若不进行校正, 它必定影响方位角估计的精度, 甚至无法判断其方向。

4 预置声源标定技术

模型误差的校正, 目前主要有三类方法: 第一类是所谓自校准方法, 它的基本思想是将模型看成一组待估计的参数, 从而利用各种多维搜索方法来求得最优, 同时估计出方向谱和模型误差, 此类算法运算量大, 运算时间长。第二类是从硬件着手进行补偿, 但代价高昂。第三类是采用辅助源的校正方法, 先由理论上准确知道的声源的相关矩阵及其特征结构得到补偿因子的准确估计, 然后利用它来达到校正的目的。

预置声源标定技术的具体操作如下: 对于测向系统中使用的阵列, 通常可通过理论计算或实际测量获得较精确的阵元自阻抗 Z_{ii} 和互阻抗 Z_{ij} , 从而求得阻抗矩阵 $Z_0^{[3]}$ 。则 $\Gamma_2 = Z_0^{-1}$ 。而 Γ_1 在一段时间内是不变的, 令

$$\Gamma_1 = \text{diag}[1, \xi_2 \exp[j\varphi_2], \dots, \xi_G \exp[j\varphi_G]] = \text{diag}[1, P_2, \dots, P_G]. \quad (22)$$

设有一已知频率 f_1 、方向 θ_1 的校正信号源, 对校正信号的协方差矩阵 R_s 作特征分解, 设其特征值 λ_i 和相应的特征向量 v_i 满足

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &> \lambda_2 = \dots = \lambda = \sigma^2, \\ E_G^H [\Gamma_1 Z_0^{-1} u_1] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

其中 $E_G = [v_2, \dots, v_G]$ 且 $v_i = [v_{i1}, \dots, v_{iG}]^T$, ($i = 2, \dots, G$)。由于 E_G 和 $Z_0^{-1} u_1$ 均为已知, 令

$$Z_0^{-1} u_1 = [b_1, \dots, b_G]^T, \quad (24)$$

则 (23) 式可整理成

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_{22} & \bar{v}_{23} & \cdots & \bar{v}_{2G} \\ \bar{v}_{32} & \bar{v}_{33} & \cdots & \bar{v}_{3G} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \bar{v}_{G2} & \bar{v}_{G3} & \cdots & \bar{v}_{GG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 P_2 \\ b_3 P_3 \\ \vdots \\ b_G P_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{v}_{21} b_1 \\ -\bar{v}_{31} b_1 \\ \vdots \\ -\bar{v}_{G1} b_1 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

式中上横线表示复共轭。解此方程可得 P_g , ($g = 2, \dots, G$), 从而估计出 Γ_1 。然后代入 (21) 式, 就可消除模型误差对空间方位谱估计的影响。

5 声学实验验证

为验证此方法的可行性,我们在杭州市电声厂全消声室做了验证实验。实验仪器布置框图如图 1 所示。

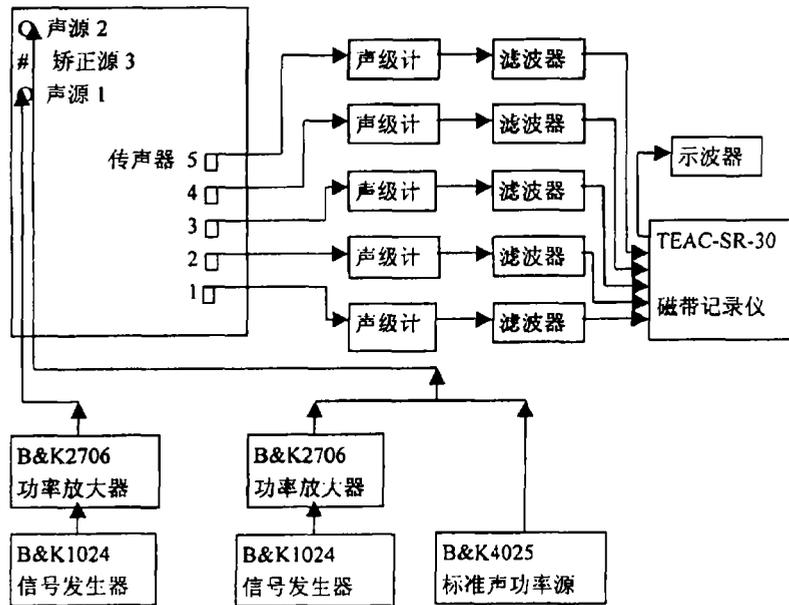


图 1 实验仪器布置框图

声学实验条件:

- (1) 声信号由 5 台 ND2 型精密声级计拾得,用 Hs14401 型电容传声器。
- (2) 实验室本底噪声为 29dB。实验时声信号的声压级在 40~80dB 之间。实验信号比背景噪声大 10~50dB,背景噪声影响可忽略不计。

(3) 把记录的模拟数据经 HP3567A 频谱网络分析系统分析并采样,再转化为 MatLab 的数据格式,即可由 MatLab 程序调用处理。

具体实验参数如下:

阵元个数 $G = 5$, 阵元间距 $d = 0.086\text{m}$, 信号源位置 $(x_1, y_1) = (2.74\text{m}, 10.05\text{m})$, $(x_2, y_2) = (5.77\text{m}, 10.05\text{m})$, $(x_3, y_3) = (5.20\text{m}, 10.05\text{m})$ 。信号距参考阵元距离 $l_1 = 10.4173\text{m}$, $l_2 = 11.5896\text{m}$, $l_3 = 11.3156\text{m}$ 。信号频率 $f_1 = 2000\text{Hz}$, $f_2 = 1000\text{Hz}$, $f_3 = 1300\text{Hz}$ 。信号方位角 $\theta_1 = 74.7391^\circ$, $\theta_2 = 60.1300^\circ$, $\theta_3 = 62.6424^\circ$, 采样时间间隔 $T = 1.25 \times 10^{-4}\text{s}$, 采样点数 $N = 100$, 记录仪走带速度 $v = 38.1\text{cm/s}$, 信噪比 $\text{SNR} = 20\text{dB}$ 。

关于计算机模拟、实验处理谱图的说明:

由于计算机模拟、不用校正源的实验数据处理和用校正源的实验数据处理的谱图中纵坐标数值数量级的差别,难以把图 1、图 3、图 5 和图 2、图 4、图 6 放在两个图中,故把它们分别画在各自的坐标系中。

理想情况下的模拟结果如图 2 和图 3 所示。

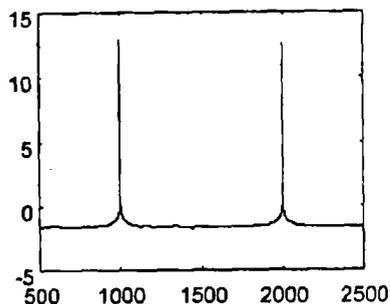


图 2 时间-频率谱图

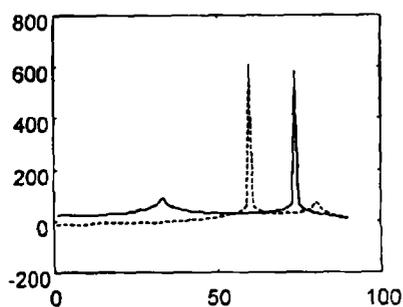


图 3 空间-方位谱图

不利用校正源的实验数据处理结果如图 4 和图 5 所示。

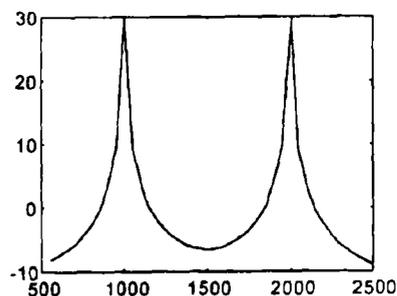


图 4 时间-频率谱图

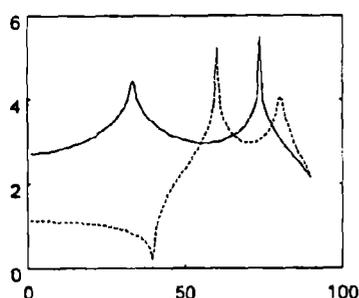


图 5 空间-方位谱图

校正后实验数据处理结果图 6 和图 7 所示。

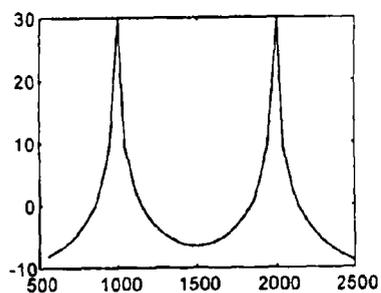


图 6 时间-频率谱图

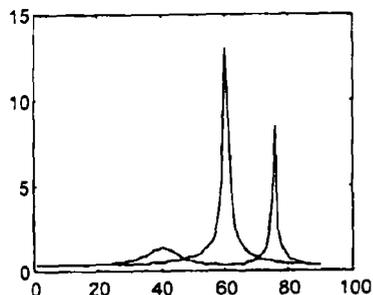


图 7 空间-方位谱图

从图 2 和图 3 可以看出, 理想情况下, 频率和方位角的估计有很好的性能。从图 4 和图 6 可以看出利用校正源前后, 对于频率估计基本上没有影响, 这与前面的理论推导结果是一致的。从图 5 可以看出, 虽然在正确的角度位置出现了两个较为明显的峰值, 但假峰值较明显, 难以判别其真伪, 而经过利用校正信号源处理 (图 7), 我们可以明显地看出正确的峰值位置, 这与理想情况下的模拟值 (图 3) 相差很小。从表 1 的结果可以看出, 采用新技术前后的处理效果, 实际声学实验证明了此种校正方法的有效性。

表 1 利用校正源前后, 由 10 组数据处理的结果

	利用校正源前		利用校正源后	
	θ_1°	θ_2°	θ_1°	θ_2°
真值	74.7391	64.1300	74.7391	64.1300
估计值	74.2433	63.1852	74.6971	64.1912
相对误差	0.6634%	1.4733%	0.0562%	0.0954%
方差	0.01245	0.08235	0.004311	0.01826

6 结 论

本文提出了用预置声源技术校正多信号源方向和频率估计中通道失配和阵元互耦误差的新技术。为把基于空间谱估计方法的测向、测频理论应用到实际, 提供了有益的思路。该技术的重要特征是在阵列布置时不必对阵列位置的精度、通道匹配等要求太严, 而是采用类似于“事先标定”的方法求得一补偿矩阵, 并把其乘到原来的公式中, 方法简便易行。消声室声学实验证实了该方法的正确性。

参 考 文 献

- [1] See C M S. Method for array calibration in high-resolution sensor array processing. IEE Proc-F, 1995, 142(3): 90-96.
- [2] 姚康泽, 梁甸农. 模型误差对阵列信号特征结构的影响及一种校准方法. 系统工程与电子技术, 1996, 18(8): 44-47.
- [3] 杨超, 阮颖铮. 空间谱估计测向中通道失配与阵元间互耦的一次性补偿. 电子科学学刊, 1995, 17(2): 206-209.
- [4] 李全力, 肖先赐. 空间谱估计测向系统信道失配的单信号源校正方法. 电子学报, 1991, 19(3): 123-125.
- [5] 殷波涛. 高分辨率二维特征谱分析的计算机模拟. 声学与电子工程, 1991, 10(4): 1-11.
- [6] Wang Xueli. Calibration of channel mismatching, sensor coupling and the study of experiment in directions and frequencies estimation. ICAMT'99 (International Conference on Advanced Manufacturing Technology). 西安: 西安交通大学, 1999, 935-939.

CALIBRATION OF CHANNEL MISMATCHING AND SENSOR COUPLING IN DIRECTION AND FREQUENCY ESTIMATIONS

Wang Xueli Li Shunming* Chen Zhongyi** Yu Jing**

(Mechanical Engineering Department, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

*(Northwest Polytechnic University, Xi'an 710072)

** (Mechanical Engineering Department, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract In this paper, the mechanism of the performance degradation due to channel mismatching and sensor coupling in azimuths and frequencies is analyzed. A new comprehensive calibration method that can compensate error by a known sound source is proposed. The method is easy to be implemented and the results of acoustic experiments in anechoic room show that offered method is effective.

Key words Spatial spectrum, Estimation of azimuths and frequencies, Calibration

王学礼: 男, 1973年生, 博士生, 目前研究方向: 三维型貌测量, 激光数字散斑.

李舜韶: 男, 1962年生, 博士, 教授, 目前研究方向: 现代信号分析与处理、设备状态检测与故障诊断.

陈仲仪: 男, 1932年生, 教授, 博士生导师, 目前主要研究方向: 阵列信号处理, 空间谱估计, 飞机内多余物识别等.

俞 靖: 女, 1963年生, 讲师, 博士后, 目前主要研究方向: 阵列信号处理, 空间谱估计, 多声源定位, 限振、隔振等.