

直接数字波形合成中的镜频干扰分析¹

姒 强

向敬成

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

摘 要: 该文针对数字波形合成信号中的镜频干扰问题展开讨论,着重分析了镜频的形成机理及分布特点,说明了采样率对镜频干扰的影响,在此基础上定量分析了产生镜频干扰的采样率条件,并通过实验结果验证。该分析结果为数字波形合成中的采样率选取提供了新的理论依据。

关键词: 直接数字波形合成, 采样率, 镜频

中图分类号: TN74

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2004)11-1766-05

On The Mirror Image Interference in Direct Digital Waveform Synthesis

Si Qiang

Xiang Jing-cheng

(College of E. E., Univ. of Electron. Sci. and Tech. of China, Chengdu 610054, China)

Abstract This paper discusses the mirror image interference in direct digital waveform synthesis. The formation and distribution characteristics of mirror images are illuminated, and the impact of sampling rate which brings mirror image interference is analyzed. Based on these, the condition of sampling rate which results in mirror image interference is concluded and proved by experiment. The conclusion provides new theoretical basis on sampling rate selection in digital waveform synthesis.

Key words Direct digital waveform synthesis, Sampling rate, Mirror image frequency

1 引言

直接数字合成 (DDS) 技术具有信号频率分辨率高、控制灵活、可编程及任意波形输出等优点,但由于采用了数字结构,因而也存在着数字系统固有的缺陷,具体表现为输出信号的谐波和杂散分量较大,通常采用模拟滤波器(低通或带通)对谐波和杂散进行抑制,以及采取一些诸如抖动注入等措施来改善杂散性能^[1]。但需要注意的是,D/A 输出信号谱中除了包含谐波和杂散以外,还包含它们相对于采样时钟的镜像分量^[2],当采样率满足一定条件时,这些镜像分量就会出现在主信号谱附近,或直接进入主信号带内,产生镜频交叠,我们称之为镜频干扰。本文着重分析镜像频率的分布特点及其与采样率的关系,并就产生镜频干扰的采样率条件进行定量分析。

2 镜频产生机理及其分布特点

为了分析镜频的产生机理及分布特点,我们可以将 DDS 的实际输出信号等效为理想无失真信号通过一个误差网络后的失真信号经理想采样及理想 D/A 变换后的输出,如图 1 所示。其中,误差网络包含了引起输出信号谐波和杂散的各个因素,如相位截断误差^[3]、幅度量化误差^[4]、D/A 毛刺^[5]等等。

¹ 2003-05-25 收到, 2004-04-02 改回

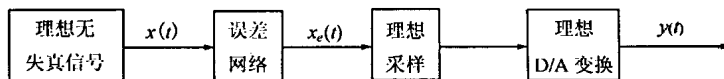


图 1 DDS 等效框图

理想信号通过误差网络后的频谱除包含所需的频率分量外, 还包含其各次谐波和杂散分量。在满足一定的条件下, 这些谐波和杂散分量将会产生镜频干扰。由于谐波频率相对固定 (mf_0), 对其镜频的分析较为方便; 而杂散频谱分布较广且成分复杂, 分析难度较大。因此本文仅对谐波的镜像干扰进行讨论。

设理想无失真信号为 $x(t) = \sin(\omega_0 t)$, 则通过误差网络后的输出信号 $x_e(t)$ 可简单表示为

$$x_e(t) = \sin(\omega_0 t) + \sum_{m=2}^{+\infty} a_m \sin(m\omega_0 t) \quad (1)$$

式 (1) 第 2 项即为各次谐波分量, a_m 代表第 m 次谐波的幅度; 则通过理想采样 (采样率 f_s) 及理想 D/A 变换 (零阶保持的阶梯重构) 后的信号频谱 $Y(\omega)$ 可表示为

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= \pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [\delta(\omega - k\omega_s \pm \omega_0) + a_2 \cdot \delta(\omega - k\omega_s \pm 2\omega_0) + \dots] \cdot \text{Sa}(\omega T_s/2) e^{-j\omega T_s/2} \\ &= \pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[\delta(\omega - k\omega_s \pm \omega_0) + \sum_{m=2}^{+\infty} a_m \cdot \delta(\omega - k\omega_s \pm m\omega_0) \right] \cdot \text{Sa}(\omega T_s/2) e^{-j\omega T_s/2} \quad (2) \end{aligned}$$

式 (2) 表明, 输出信号频谱中除了包含主信号 f_0 及其谐波分量 mf_0 外, 还包含主信号的镜频 $kf_s \pm f_0$ 及谐波的镜频 $kf_s \pm mf_0$ 。图 2 给出了 $f_s = 100 \text{ MHz}$, $f_0 = 30 \text{ MHz}$ 单频信号输出谐波及其镜频分布。显然, 此时信号的二次、三次、四次谐波的镜频均落在奈奎斯特频带 (DC 至 $f_s/2$) 内, 采用低通滤波器 (LPF) 将无法滤掉 $0 \sim f_s/2$ 内的镜频成分, 此时我们可以考虑采用窄带带通滤波器 (或低通与高通的级联) 对无用频率成分进行抑制。

进一步研究发现, 当采样率 f_s 与输出信号频率 f_0 满足以下关系时,

$$f_s = (2m+1)f_0 \pm \Delta f \quad (3)$$

其中 m 为正整数, $\Delta f \ll f_0$ (即 Δf 为一个相对于 f_0 来说很小的值), 则有

$$f_s - 2mf_0 = f_0 \pm \Delta f \quad (4)$$

式 (4) 等号左边即为偶次谐波相对于采样时钟的镜频。式 (3) 和式 (4) 说明, 当采样率 f_s 近似为 f_0 的奇数倍时, 偶次谐波的镜频将最靠近主信号分量 (f_0)。类似地, 当采样率 f_s 近似为 f_0 的偶数倍时, 奇次谐波的镜频将最靠近主信号。

当合成信号具有一定带宽时 (如线性调频、非线性调频等脉冲压缩信号), 输出信号谱中将会包含频率为 $m(f_0 \pm B/2)$ 的谐波及其镜频分量 $nf_s \pm m(f_0 \pm B/2)$ 。若采样率选择不合适, 将会导致谐波的镜频与主信号频谱交叠。图 3 给出了 $f_s = 125 \text{ MHz}$, $f_0 = 30 \text{ MHz}$, $B = 5 \text{ MHz}$ 的线性调频信号频谱仿真结果。图中三次谐波的镜频分量与主信号分量产生了频谱交叠, 此时无论采用理想低通还是带通都不能有效滤除镜频干扰。

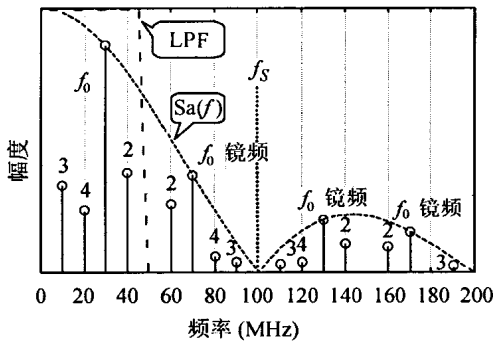


图 2 加入谐波镜像的单频合成信号频谱

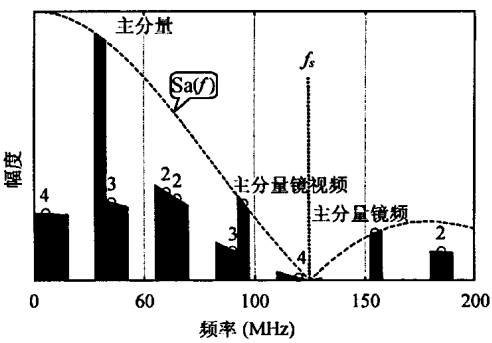


图 3 加入谐波镜像的脉压合成信号频谱

3 产生镜频干扰的采样率条件

通过分析发现, 采样率 f_s 是决定镜频分布的关键因素, 也是导致镜频干扰的直接原因, 因此研究镜频干扰下的采样率条件无疑具有重要的理论和工程价值。下面我们着重讨论产生镜频干扰的采样率条件。

由前所述, 当所需合成信号频率为 $f_0 \pm B/2$ 时, 其第 m 次谐波的第 n 次镜像频率为 $nf_s \pm m(f_0 \pm B/2)$, 图 4 给出了镜频干扰的临界示意图, 由此我们可以推导出产生镜频干扰的采样率条件为

$$\left. \begin{aligned} n \cdot f_s - m \cdot f_0 - m \cdot B/2 &< f_0 + B/2 \\ n \cdot f_s - m \cdot f_0 + m \cdot B/2 &> f_0 - B/2 \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow \frac{m+1}{n} \left(f_0 - \frac{B}{2} \right) < f_s < \frac{m+1}{n} \left(f_0 + \frac{B}{2} \right) \quad (5)$$

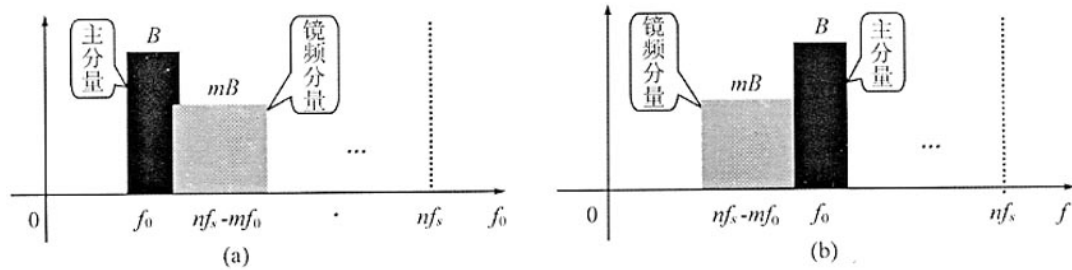


图 4 镜频干扰示意图

考虑到数字波形合成的特点, 即采样率远高于输出信号频率, 且低次谐波能量远大于高次谐波, 因而镜频干扰受低次镜像的影响最大。根据式 (5) 我们可以得到一次 ($n = 1$) 和二次 ($n = 2$) 镜像条件下第 m 次谐波产生镜频干扰的采样率条件:

$$(m+1)f_0 - \frac{m+1}{2}B < f_s < (m+1)f_0 + \frac{m+1}{2}B \quad (6)$$

$$\frac{(m+1)f_0}{2} - \frac{m+1}{4}B < f_s < \frac{(m+1)f_0}{2} + \frac{m+1}{4}B \quad (7)$$

若要防止所有镜频干扰, 则采样率应避开区间 $\bigcup_n \bigcup_m \left[\frac{m+1}{n} \left(f_0 - \frac{B}{2} \right), \frac{m+1}{n} \left(f_0 + \frac{B}{2} \right) \right]$ 。

4 实验结果

为了验证上述结论，我们对两组不同带宽的线性调频信号 (LFM) 进行了测试。用于测试的数字波形产生系统 D/A 时钟 (采样率) 为 400 MHz，数据精度 8 位。

测试 1

LFM 信号参数为：中心频率 75 MHz、带宽 12.5 MHz。
图 5 为计算机仿真频谱结果，图 6 为实测 D/A 输出频谱。

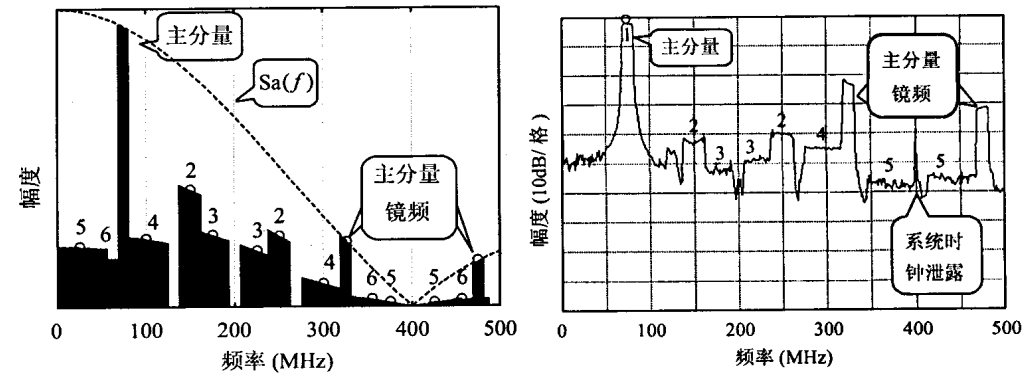


图 5 仿真输出频谱示意图 I

图 6 实测信号频谱 I

测试 2

LFM 信号参数为：中心频率 75 MHz、带宽 4.1625 MHz。
图 7 为计算机仿真频谱结果，图 8 为实测 D/A 输出频谱。

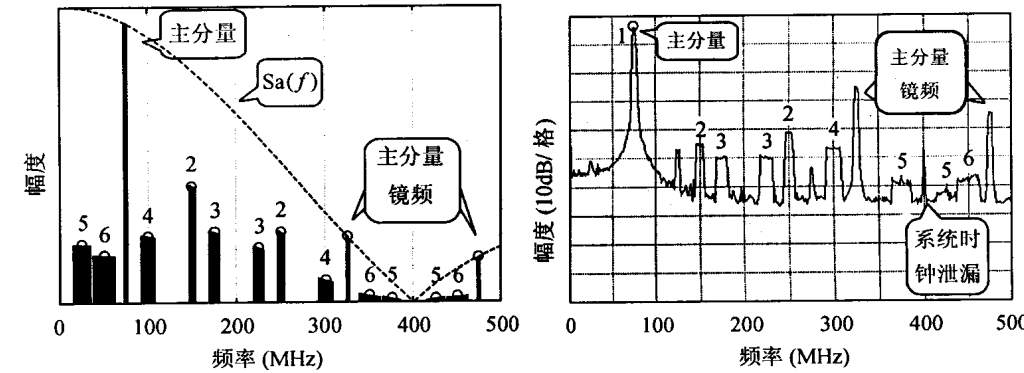


图 7 仿真输出频谱示意图 II

图 8 实测信号频谱 II

结果分析

图 5 和图 7 是根据式 (6) 和式 (7) 得到的频谱仿真结果，图中清楚地表明了一次和二次镜像条件下六次以下谐波及其镜像的频谱结构，图 5 还进一步显示出了四次和六次谐波的镜频干扰现象。对比图 5 与图 6、图 7 与图 8 可以发现，实测信号谱中四次以下谐波及其镜像分量的频率分布与仿真结果非常吻合，而四次以上谐波的镜像有些未能在实测频谱中显现出来，尤其是四次和六次谐波的镜频干扰未能在实测中得到体现。这主要是因为四次以上谐波的镜像成分能量太低而被淹没在系统的噪声基底中 (该 8 位系统噪声基底大约为 -50 dB)。因此在 8 位数字精度的条件下，我们只需要考虑四次以下谐波的镜频对主信号的影响。

5 结论

本文通过对数字波形合成信号频谱中的镜像干扰问题的分析,指出了采样率对带宽信号频谱交叠的重要影响,定量地给出了产生谐波镜频干扰的采样率条件,这对于合理选择采样率(或系统时钟)以避免输出信号频谱混叠具有重要参考价值。实验结果进一步表明,在采用 8 位数字系统合成信号时,只需考虑四次以下谐波的镜频对主信号的影响。

参 考 文 献

- [1] Reinhardt V S. Spur reduction techniques in direct digital synthesizers. Proc. IEEE International Frequency Control Symp., Salt Lake City, U.S.A, June 2-4, 1993: 230-241.
- [2] Calbaza D E, Savaria Y. Jitter model of direct digital synthesis clock generators. Proc. IEEE International Circuits and Systems Symp., Orlando, Florida, May 30-June 2, 1999, (1), 1-4.
- [3] Nicholas H T, Samuelli H. An analysis of the output spectrum of direct digital frequency synthesizer in the presence of phase accumulator truncation. Proc. 41st Annual Frequency Control Symp., USERACOM, Ft. Monmouth, NJ, May 1987: 495-502.
- [4] Perez-Alcazar P R, Santos A. Relationship between sampling rate and quantization noise. 14th International Conference on Digital Signal Processing, 2002(2), Aegean Island of Santorini, Greece, July 1-3: 807-810.
- [5] 李春明, 孙圣和. 数 / 模转换器输出毛刺对数字合成信号影响的分析及其消除方法. 仪器仪表学报, 1996, 17(6): 561-565.

蚩 强 : 男, 1973 年生, 博士生, 现从事雷达信号处理、高速实时数字信号处理、数字信号处理方法及其应用的研究工作.

向敬成 : 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 长期从事雷达信号处理、雷达系统分析和设计、统计信号处理等领域的研究工作.