第13卷 第1期 电子科学学刊 Vol. 13. No. 1
1991年1月 JOURNAL OF ELECTRONICS Jan., 1991

具有良好相关特性的实序列*

杨义先
（北京邮电学院，北京）

摘要 本文利用正（余）弦函数的特性构造出了几类新型的具有良好相关特性的实序列．与已知的FZC序列和A、B型的 Alltop 序列相比较，文中新序列的相关特性更好，容量更大．此外新序列在实数中取值，因此更加实用．FZC序列和 Alltop 序列的广泛应用保证了新序列具有很大的实用价值．

关键词 通信理论；相关函数；序列

一、引 言

具有良好相关特性的序列在现代扩频雷达、制导、空间测控及电子对抗等通信系统中起着非常重要的作用． 长期以来人们在序列设计方面作了大量的工作[1-7]．综合前人结果可知，到目前为止所有良好相关序列可分为两大类：第一大类是以Gold序列等为代表的二进（或多进）序列[1,6,7]及其阵列情形[5]． 第二大类是以FZC序列[3]和 Alltop 序列[2,3]等为代表的复数序列[2-4]．它们分别在离散和模拟通信中起着难以替代的作用．

本文利用三角函数的特性设计出几类新的具有良好相关特性的实数序列，这些新序列属于第二大类．本文所给新序列的相关特性优于FZC序列[2,4]和Alltop序列[2,3]，而且新序列由实数组成，这就使得他们在实用中比复序列更方便和简单，此外新序列的容量更大．所以新序列的实用价值是很显然的．

为完整起见，先介绍一些必要的概念[2]：

设 $\{(f_n(0),\cdots,f_n(P-1)),\ 0\leqslant n\leqslant N-1\}$ 是一族由N个周期为P的序列 $f_n=(f_n(0),\cdots,f_n(P-1))$所组成的序列类．对任意 $0\leqslant m,n\leqslant N-1$，$0\leqslant t\leqslant P-1$ 记

$$A_n(t)=\sum_{k=0}^{P-1} f_n(k+t)f_n(k) \tag{1}$$

$$C_{nm}(t)=\sum_{k=0}^{P-1} f_n(k+t)f_m(k) \tag{2}$$

式中$k+t$按 $(k+t)\bmod P$ 理解．

称函数 $A_n(t)$ 为f_n的自相关函数，称函数 $C_{nm}(t)$ 为f_n与f_m之间的互相关函数，

1989年9月27日收到，1990年4月10日修改定稿．
* 国家青年自然基金资助课题．

显然有 $C_{nn}(t)=A_n(t)$. N称为该序列的容量。设计具有良好相关特性序列的实质就是寻找能使 $A_n(t)$ 和 $C_{nm}(t)$ 在 $t\neq 0$ 时很小,而在 $t=0$ 时 $A_n(0)$ 又较大，并且容量N也很大的序列族。虽然 $A_n(t)$ 和 $C_{nm}(t)$ 之间存在着某种折衷[4]，使它们不可能同时无限小，但是设计出 $C_{nm}(t)$ 很小，$A_n(t)$ 又不太大(或相反)，并且容量N也很大的序列总是可能的[1-6]。

二、第一类新序列

设N是一个奇数,$g(n)$ 是集合 $\{1,2,\cdots,(N-1)/2\}$ 中的任意置换函数。

第一类新序列由 $(N-1)/2$ 个周期为N的序列 $\{f_n^{(1)}=(f_n^{(1)}(0),\cdots,f_n^{(1)}(N-1)),1\leqslant n\leqslant(N-1)/2\}$ 组成。对任意的 $1\leqslant n\leqslant(N-1)/2,0\leqslant k\leqslant N-1,f_n^{(1)}(k)$ 由下式决定:

$$f_n^{(1)}(k)=\sqrt{\frac{2}{N}}\sin\left[\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi g(n)k}{N}\right]\tag{3}$$

定理 1 第一类新序列 $\{f_n^{(1)}\}$ 的容量为 $(N-1)/2$,其自相关函数和互相关函数分别满足: $|A_n^{(1)}(t)|=|\cos(2\pi g(n)t/N)|\leqslant 1$, $C_{nm}^{(1)}(t)=0$.

在证明定理之前先引入两个常见的三角函数恒等式:

$$\sum_{n=-M}^{M}\cos nx=\sin\left(M+\frac{1}{2}\right)x\Big/\sin\frac{x}{2}\tag{4}$$

$$2\sin(\pi/4+A)\sin(\pi/4+B)=\cos(A-B)+\sin(A+B)\tag{5}$$

证明 设 $m\neq n$,于是:

$$\begin{aligned}C_{nm}^{(1)}(t)&=\sum_{k=0}^{N-1}f_n^{(1)}(k+t)f_m^{(1)}(k)\xlongequal{\text{周期性}}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}f_n^{(1)}(k+t)f_m^{(1)}(k)\\&=\frac{2}{N}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}\sin\left[\frac{\pi}{4}+2\pi g(n)\frac{k+t}{N}\right]\sin\left[\frac{\pi}{4}+2\pi g(m)\frac{k}{N}\right]\\&=\frac{1}{N}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}\cos\{2\pi[(g(n)-g(m))k+g(n)t]/N\}\\&\quad+\frac{1}{N}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}\sin\{2\pi[[g(n)+g(m)]k+g(n)t]/N\}\\&=\frac{1}{N}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}\cos\{2\pi[g(n)-g(m)]k/N\}\cos[2\pi g(n)t/N]\\&\quad-\frac{1}{N}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}\sin\{2\pi[g(n)-g(m)]k/N\}\sin[2\pi g(n)t/N]\\&\quad+\frac{1}{N}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}\sin\{2\pi[g(n)+g(m)]k/N\}\cos[2\pi g(n)t/N]\\&\quad+\frac{1}{N}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}\cos\{2\pi[g(n)+g(m)]k/N\}\sin[2\pi g(n)t/N]\end{aligned}\tag{6}$$

由于 $\sin x$ 是奇函数，N 是奇数，所以

$$\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \sin\frac{2\pi[g(n)+g(m)]k}{N}=0 \tag{7}$$

同时还有

$$\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \sin\frac{2\pi[g(n)-g(m)]k}{N}=0 \tag{8}$$

根据恒等式(4)有

$$\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \cos\frac{2\pi[g(n)-g(m)]k}{N}=\frac{\sin[g(n)-g(m)]\pi}{\sin[(g(n)-g(m))\pi/N]}=0 \tag{9}$$

$$\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \cos\frac{2\pi[g(n)+g(m)]k}{N}=\frac{\sin[g(n)+g(m)]\pi}{\sin[(g(n)+g(m))\pi/N]}=0 \tag{10}$$

上面(9)、(10)两式的最后一个等式是因为 $\sin[g(n)\pm g(m)]\pi=0$，而且由于 $0\leqslant |g(n)\pm g(m)|/N<1$，所以 $\sin[g(n)\pm g(m)]\pi/N\neq 0$

将(7)、(8)、(9)、(10)式代入(6)式得 $C_{mn}^{(1)}(t)=0$。同时在(6)式中令 $m=n$，可得

$$A_n^{(1)}(t)=\frac{1}{N}\sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2}\cos\frac{2\pi g(n)t}{N}=\cos\frac{2\pi g(n)t}{N}$$ 证毕

A型 Alltop 序列 $\{a_1,\cdots,a_{p-1}\}$[2]，或 FZC 序列[4]的取值也是在$\sqrt{1/N}$的数量级上，其相关函数和互相关函数分别为 $\delta(t)$ 和 $\sqrt{1/N}$。由此可见，第一类新序列的互相关函数明显优于A型 Alltop 序列，而自相关函数稍差一些，不过实用中更重要的是互相关函数。因此从总体上看第一类新序列的相关特性更优。B型 Alltop 序列[2]与第一类新序列的互相关函数相同，而自相关函数在统计意义下也差不多。Alltop 序列取复数值，第一类新序列取实数值，因此后者的实用价值更大一些。Alltop 序列的容量为 p（或 $p-1$），此处 p 为N的最小非1素因子，因此在一般情况下第一类新序列的容量 $(N-1)/2$ 更大。

三、第二类新序列

设M是一个偶数，$h(n)$ 是集合 $\{0,1,\cdots,M/2\}$ 中任意置换函数。

第二类新序列由 $M/2+1$ 个周期为M的序列$\left\{f_n^{(2)}=(f_n^{(2)}(0),\cdots,f_n^{(2)}(M-1)),\ 0\leqslant n\leqslant\frac{M}{2}\right\}$ 组成。对任意的 $0\leqslant n\leqslant\frac{M}{2}, 0\leqslant k\leqslant M-1, f_n^{(2)}(k)$ 由下式给出：

$$f_n^{(2)}(k)=\sqrt{\frac{2}{M}}\sin\left[\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi h(n)\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}\right] \tag{11}$$

定理 2　第二类新序列 $\{f_n^{(2)}\}$ 的容量为 $M/2+1$，它的自相关函数和互相关函数分别满足：

$$|A_n^{(2)}(t)|=\left|\cos\frac{2\pi h(n)t}{M}\right|\leqslant 1,\quad C_{nm}^{(2)}(t)=0$$

在证明定理之前，先证明如下三角恒等式：

$$\sum_{n=-M/2}^{M/2}\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)x=\sin\frac{Mx}{2}\left[\operatorname{ctg}\frac{x}{4}-\operatorname{ctg}\frac{x}{2}\right]\tag{12}$$

需要指出的是(12)式中M为偶数．实际上，

$$\sum_{n=-M/2}^{M/2}\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)x\xlongequal{\text{令 }k=2n+1}\sum_{\substack{-(M-1)\leqslant k\leqslant M-1\\ k\text{ 为奇数}}}\cos\frac{k}{2}x$$

$$=\sum_{k=(-M+1)}^{M-1}\cos\frac{k}{2}x-\sum_{\substack{-M+1\leqslant k\leqslant M-1\\ k\text{ 为偶数}}}\cos\frac{k}{2}x$$

$$=\sum_{k=(-M+1)}^{M-1}\cos\frac{k}{2}x-\sum_{n=-M/2+1}^{M/2-1}\cos kx\xlongequal{\text{由(4)式}}\frac{\sin\left(M-\frac{1}{2}\right)\frac{x}{2}}{\sin\frac{1}{4}x}$$

$$-\frac{\sin\left(\frac{M}{2}-\frac{1}{2}\right)x}{\sin\frac{x}{2}}=\frac{\sin\frac{Mx}{2}\cos\frac{x}{4}-\sin\frac{x}{4}\cos\frac{Mx}{2}}{\sin\frac{x}{4}}$$

$$-\frac{\sin\frac{Mx}{2}\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\cos\frac{Mx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$$

$$=\sin\frac{Mx}{2}\left[\operatorname{ctg}\frac{x}{4}-\operatorname{ctg}\frac{x}{2}\right]$$

这就证明了(12)式．

证明　设$m\neq n$于是

$$C_{nm}^{(2)}(t)=\sum_{k=0}^{M-1}f_n^{(2)}(k+t)f_m^{(2)}(k)=\sum_{k=-M/2}^{M/2}f_n^{(2)}(k+t)f_m^{(2)}(k)$$

$$=\frac{2}{M}\sum_{k=-M/2}^{M/2}\sin\left[\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi h(n)\left(k+t+\frac{1}{2}\right)}{M}\right]$$

$$\times\sin\left[\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi h(n)\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}\right]$$

$$=\frac{1}{M}\sum_{k=-M/2}^{M/2}\cos\frac{2\pi[h(n)-h(m)]\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}\cos\frac{2\pi h(n)t}{M}$$

$$-\frac{1}{M}\sum_{k=-M/2}^{M/2}\sin\frac{2\pi[h(n)-h(m)]\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}\sin\frac{2\pi h(n)t}{M}$$

$$+\frac{1}{M}\sum_{k=-M/2}^{M/2}\sin\frac{2\pi[h(n)+h(m)]\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}\cos\frac{2\pi h(n)t}{M}$$

$$+\frac{1}{M}\sum_{k=-M/2}^{M/2}\cos\frac{2\pi[h(n)+h(m)]\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}\sin\frac{2\pi h(n)t}{M} \tag{13}$$

由于

$$\sum_{k=-M/2}^{M/2}\sin\frac{2\pi x\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}$$

$$=\sum_{k=0}^{M/2-1}\sin\frac{2\pi x\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}+\sum_{k=-M/2}^{-1}\sin\frac{2\pi x\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}$$

$$=\sum_{k=0}^{M/2-1}\sin\frac{2\pi x\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}+\sum_{k=0}^{M/2-1}\sin\frac{-2\pi x\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}=0 \tag{14}$$

根据(12)式知：

$$\sum_{k=-M/2}^{M/2}\cos\frac{2\pi[h(n)-h(m)]\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}$$

$$=\sin[h(n)-h(m)]\pi\left\{\operatorname{ctg}\frac{[h(n)-h(m)]\pi}{4}-\operatorname{ctg}\frac{[h(n)-h(m)]\pi}{2}\right\}=0 \tag{15}$$

$$\sum_{k=-M/2}^{M/2}\cos\frac{2\pi[h(n)+h(m)]\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}$$

$$=\sin[h(n)+h(m)]\pi\left\{\operatorname{ctg}\frac{[h(n)+h(m)]\pi}{4}-\operatorname{ctg}\frac{[h(n)+h(m)]\pi}{2}\right\}=0 \tag{16}$$

(15)、(16)两式的最后一个等式利用了

$$0<\left|\frac{h(n)-h(m)}{M}\right|<1 \quad 和 \quad 0<\left|\frac{h(n)+h(m)}{M}\right|<1$$

将(14)、(15)和(16)式代入(13)式立即得到 $C_{nm}^{(2)}(t)=0$。当 $n=m$时，由(13)式仿前可得

$$A_n^{(2)}(t)=\frac{1}{M}\sum_{k=-M/2}^{M/2}\cos\frac{2\pi h(m)t}{M}=\cos\frac{2\pi h(n)t}{M}$$

证毕

第二类新序列与FZC序列和 Alltop 序列的比较可仿前节进行。此处略去。

四、第三、四类新序列

第三、四类新序列分别是第一、二类新序列的推广。本文分开论述的目的在于清楚易理解。

设N是一个奇数，$g(n)$的含义与第一类新序列相同。第三类新序列由$(N-1)/2$个周期为N的序列$\{f_n^{(3)}=(f_n^{(3)}(0),\cdots,f_n^{(3)}(N-1)),1\leqslant n\leqslant(N-1)/2\}$组成。对任意的$1\leqslant n\leqslant(N-1)/2$和$0\leqslant k\leqslant N-1$，$f_n^{(3)}(k)$由下式定义：

$$f_n^{(3)}(k)=\sqrt{\frac{2}{N}}\sin\left[\alpha+\frac{2\pi g(n)k}{N}\right] \tag{17}$$

式中α为任意实数。易见当$\alpha=\pi/4$时第三类序列就退化为第一类了。

设M是一个偶数，$h(n)$与第二类新序列的相同。第四类新序列由$M/2+1$个周期为M的序列$\{f_n^{(4)}=(f_n^{(4)}(0),\cdots,f_n^{(4)}(M-1)),0\leqslant n\leqslant M/2\}$组成。对任意的$0\leqslant n\leqslant M/2$和$0\leqslant k\leqslant M-1$，$f_n^{(4)}(k)$由下式给出：

$$f_n^{(4)}(k)=\sqrt{\frac{2}{M}}\sin\left(\alpha+\frac{2\pi h(n)\left(k+\frac{1}{2}\right)}{M}\right) \tag{18}$$

式中α为任意实数。当$\alpha=\pi/4$时第四类新序列就退化成第二类了。

与定理1，2相似可证：

定理3 第三、四类新序列的自相关函数和互相关函数分别为

$$|A_n^{(3)}(t)|=\left|\cos\frac{2\pi g(n)t}{N}\right|\leqslant 1,\quad C_{nm}^{(3)}(t)=0$$

和

$$|A_n^{(4)}(t)|=\left|\cos\frac{2\pi h(n)t}{M}\right|\leqslant 1,\quad C_{nm}^{(4)}(t)=0$$

它们的容量也都分别为$(N-1)/2$和$M/2+1$。

证明 仿定理1，2的证明过程。这里略。

第三、四类新序列与FZC序列和 Alltop 序列的比较可仿前进行。它们的相关特性和容量特性都优于FZC序列和 Alltop 序列。

五、第五类新序列

第五类新序列的构造就比较复杂了。设N是一个奇数，首先选取正整数集$S=\{\lambda_1,\cdots,\lambda_s\}$使得对任意$\lambda_i\neq\lambda_j$成立$\gcd(\lambda_i,N)=1$，$\gcd[(\lambda_i\lambda_j^{-1})^2-1,N]=1$和$\gcd[(\lambda_i\lambda_j^{-1})^2+1,N]=1$。

此处正整数λ_j^{-1}意指λ_j在模N意义下的逆。即$\lambda_j\lambda_j^{-1}\equiv 1\bmod N$。区间$[0,N^2-1]$中的任意一个正整数$t$都可以唯一地分解成$t=rN+s,(0\leqslant r,s\leqslant N-1)$，记

$$g(t)=\sqrt{\frac{2}{N}}\sin\left(\alpha+\frac{2\pi rs}{N}\right) \tag{19}$$

此处 α 为任意实数．于是对每个 $\lambda\in S$ 对应于第五类序列中的一个序列 $(f_\lambda^{(5)}(0),\cdots,f_\lambda^{(5)}(N-1))$．其中 $f_\lambda^{(5)}(t)$ 由 $f_\lambda^{(5)}(t)=g(t\lambda)$ 确定．

定理 4　第五类新序列 $\{f_\lambda^{(5)}\}$ 的周期为 N^2，它的自相关函数和互相关函数分别满足：

$$|C_{\lambda\mu}^{(5)}(\tau)|=\left|\cos\frac{2\pi a_1b_1}{N}-\cos\left[\frac{2\pi a_2b_2}{N}+2\alpha\right]\right|\leqslant 2,\quad |A_\lambda^{(5)}(\tau)|\leqslant 2$$

证明　设 $\lambda\neq\mu$，$\lambda,\mu\in S$，记 $\sigma=\lambda\mu^{-1}$，于是

$$\begin{aligned}C_{\lambda\mu}^{(5)}(\tau)&=\sum_{t=0}^{N^2-1}f_\lambda^{(5)}(t+\tau)f_\mu^{(5)}(t)=\sum_{t=0}^{N^2-1}g(\lambda(t+\tau))g(\mu t)\\&\overset{\text{用 } t \text{ 代替 } t\mu}{=\!=\!=}\sum_{t=0}^{N^2-1}g[\lambda(\mu^{-1}t+\tau)]g(t)\\&=\sum_{s=0}^{N-1}\sum_{r=0}^{N-1}g[\lambda\mu^{-1}rN+\lambda\mu^{-1}s+\tau]g(rN+s)\end{aligned} \tag{20}$$

现在固定 $0\leqslant s\leqslant N-1$，考虑下列和式：

$$\sum_{r=0}^{N-1}g[\lambda\mu^{-1}rN+\lambda\mu^{-1}s+\tau]g(rN+s)\overset{(\sigma s+\tau)\bmod N^2=aN+b}{=\!=\!=\!=\!=}$$

$$\sum_{r=0}^{N-1}g[(\sigma r+a)N+b]g(rN+s)\overset{\text{由(19)式}}{=\!=\!=}$$

$$\frac{2}{N}\sum_{r=0}^{N-1}\sin\left[\alpha+\frac{2\pi(\sigma r+a)b}{N}\right]\sin\left(\alpha+\frac{2\pi rs}{N}\right)$$

$$=\frac{1}{N}\left\{\sum_{r=0}^{N-1}\cos\frac{2\pi(\sigma b-s)r+2\pi ab}{N}-\sum_{r=0}^{N-1}\cos\left[2\alpha+\frac{2\pi(\sigma b+s)r+2\pi ab}{N}\right]\right\}$$

$$\begin{aligned}&=\frac{1}{N}\left\{\sum_{r=0}^{N-1}\cos\frac{2\pi(\sigma b-s)r}{N}\cos\frac{2\pi ab}{N}-\sum_{r=0}^{N-1}\sin\frac{2\pi(\sigma b-s)r}{N}\sin\frac{2\pi ab}{N}\right\}\\&\quad-\frac{1}{N}\left\{\sum_{r=0}^{N-1}\cos\frac{2\pi(\sigma b+s)r}{N}\cos\left[2\alpha+\frac{2\pi ab}{N}\right]\right.\\&\quad\left.-\sum_{r=0}^{N-1}\sin\frac{2\pi(\sigma b+s)r}{N}\sin\left[2\alpha+\frac{2\pi ab}{N}\right]\right\}\end{aligned} \tag{21}$$

仿定理 1 可知对奇数 N 成立．

$$\sum_{r=0}^{N-1}\sin\frac{2\pi(\sigma b+s)r}{N}=\sum_{r=0}^{N-1}\sin\frac{2\pi(\sigma b-s)r}{N}=0$$

当 $s\equiv\lambda\mu^{-1}b\bmod N$ 时，注意到 $b=(\sigma s+\tau)\bmod N$，因此，$s\equiv\sigma b\bmod N$ 等价于 $s\equiv\sigma(\sigma s+\tau)\bmod N$．即当 $s=-(\sigma^2-1)^{-1}\sigma\tau\bmod N$ 时，$\sum\limits_{r=0}^{N-1}\cos 2\pi(\sigma b-s)r/N=N$．否

则就有 $\sum_{r=0}^{N-1}\cos 2\pi(\sigma b-s)r/N=0$。

当 $s\equiv-\lambda\mu^{-1}b\bmod N$（即 $s=-(\sigma^2+1)^{-1}\sigma\tau\bmod N$）时，

$$\sum_{r=0}^{N-1}\cos 2\pi(\sigma b+s)r/N=N$$

否则

$$\sum_{r=0}^{N-1}\cos 2\pi(\sigma b+s)r/N=0$$

将上述结论代入(21)式就得到

$$\sum_{r=0}^{N-1}g(\sigma N+\sigma s+\tau)g(rN+s)=\begin{cases}\cos\dfrac{2\pi ab}{N}, & \text{当 } s=-(\sigma^2-1)^{-1}\sigma\tau\bmod N\\ \cos\left[\dfrac{2\pi ab}{N}+2\alpha\right], & \text{当 } s=-(\sigma^2+1)^{-1}\sigma\tau\bmod N\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

由此等式及(20)式知：$C_{\lambda\mu}^{(5)}(\tau)=\cos 2\pi a_1b_1/N-\cos(2\pi a_2b_2/N+2\alpha)$。其中 a_1，b_1 和 a_2,b_2 分别由等式 $(\sigma s+\tau)\bmod N^2=aN+b$ 中，当 $s=-(\sigma^2-1)^{-1}\sigma\tau\bmod N$ 和 $s=-(\sigma^2+1)^{-1}\sigma\tau\bmod N$ 时的解 a,b 所决定。$|C_{\lambda\mu}^{(5)}(\tau)|\leqslant 2$ 和 $|A_\lambda^{(5)}(\tau)|\leqslant 2$ 是很容易看出的。

证毕

六、第六类新序列

第六类新序列的构造与第五类的相似．设M是一个偶数，选取正整数集 $E=\{\lambda_1,\cdots,\lambda_t\}$ 使得对任意 $\lambda_i\neq\lambda_j$ 成立 $\gcd[(\lambda_i\lambda_j^{-1})^2-1,\ M]=1$，$\gcd[(\lambda_i\lambda_j^{-1})^2+1,\ M]=1$，$\gcd(\lambda_i,M)=1$。此处正整数 λ_j^{-1} 意指 λ_j 在模M意义下的逆。即 $\lambda_i\lambda_j^{-1}\equiv 1\bmod M$。

对任意实数 α 和正整数 $t=rM+s,(0\leqslant r,s\leqslant M-1)$，记为

$$h(t)=\sqrt{\frac{2}{M}}\sin\left[\alpha+\frac{2\pi\left(r+\dfrac{1}{2}\right)s}{N}\right]\tag{22}$$

对每个 $\lambda\in E$ 定义第六类中的一个序列为 $(f_\lambda^{(6)}(0),\cdots,f_\lambda^{(6)}(M-1))$。其中 $f_\lambda^{(6)}(t)$ 定义为 $f_\lambda^{(6)}(t)=h(\lambda t)$。

定理 5 第六类新序列的自相关和互相关函数分别满足：$|A_\lambda^{(6)}(\tau)|\leqslant 2$，$|C_{\lambda\mu}^{(6)}(\tau)|=|\cos(2\pi a_1b_1/M)-\cos[2\pi a_2b_2/M+2\alpha]|\leqslant 2$，它的周期是 M^2。

证明 仿定理 4 和定理 2，这里略。

参考文献

[1] 〔苏〕斯维尔德利克著，郭桂蓉译，最佳离散信号，电子工业出版社，1984年。

[2] W. Alltop, *IEEE Trans. on IT*, **IT-26**(1980)3, 350—354.

[3] W. Alltop, *IEEE Trans. on Com*, **Com-32**(1984)7, 851—853.

[4] D. Sarwate, *IEEE Trans. on IT*, **IT-21**(1979)6, 720—724.

[5] 杨义先，电子科学学刊，**11**(1989)5，500—508.

[6] 杨义先，胡正名，电子学报，1988年，第6期，50—55页.

[7] 胡正名，杨义先，通信学报，1989 年，第 5 期，45—50 页.

REAL SEQUENCES WITH GOOD AUTOCORRELATION AND CROSS CORRELATION

Yang Yixian

(Beijing University of Posts & Telecommunications, Beijing)

Abstract New classes of real sequences with good autocorrelation and cross correlation are constructed by using sinusoidal functions. The new sequences are better than the FZC and Alltop sequences in two aspects: (1) lower correlations and (2) taking real values. The new sequences can be used in many areas.

Key words Communication Theory; Correlation Functions; Sequences