

一种基于最大熵谱估计的高分辨率时间延迟估计方法¹

邱天爽 王宏禹

(大连理工大学电子工程系 大连 116023)

摘 要 当采用相关法估计时间延迟时,多径时延的分辨率受到相关函数主瓣宽度的限制。本文将最大熵谱估计方法中的 Burg 算法和 Marple 算法引入不可解的多径时延估计,可以得到较高的时延分辨率。给出了原理和性能分析以及计算机模拟的结果。

关键词 高分辨率,多径时延估计,最大熵谱估计

中图分类号 TN911.7

1 引言

时间延迟估计 (TDE) 问题是雷达、声纳等领域经常遇到的一个问题^[1,2]。如果一个未知的信号经过多个信道传播,或者在一个信道上经过多次反射,则在接收器上可以接收到这个信号多次到达的叠加信号,这就是信号的多径传播问题^[3]。信号多径传播条件下的时间延迟估计问题具有重要的理论意义和实际意义^[4-6]。

通常,确定性信号的多径时延估计采用匹配滤波器^[7],随机信号的多径时延估计则采用相关器来处理^[6]。本文以舰船辐射的随机噪声^[8]为应用背景,研究随机信号在非色散信道中传播的多径时延估计问题,提出一种基于最大熵谱估计的高分辨率时间延迟估计方法。

2 基本原理

2.1 信号模型和多径时延分辨率问题 信号多径传播的一般性模型如 (1) 式所示:

$$x(t) = \sum_{i=0}^L g_i s(t - D_i) + n(t), \quad (1)$$

式中 $s(t)$ 为源信号, $n(t)$ 为加性噪声,二者均为高斯分布的平稳随机过程,且互不相关。 g_i 和 D_i 分别为第 i 条路径的衰减系数和时间延迟, L 表示路径数目,其值可采用文献 [9] 的方法预先确定。为便于研究,假定 $g_i = 1 (i = 0, 1, 2, \dots, L)$, 并假定多径信号满足 (2) 式所示的理想化双基元模型:

$$x_1(t) = s(t) + n_1(t), \quad (2a)$$

$$x_2(t) = s(t - D_1) + s(t - D_2) + n_2(t), \quad (2b)$$

式中 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 分别为两个接收器接收到的信号,源信号 $s(t)$ 和噪声 $n_1(t)$, $n_2(t)$ 互不相关。 D_1, D_2 为多径时延。求 (2) 式中 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 的互相关函数,有

$$R_{x_1 x_2}(\tau) = E[x_1(t)x_2(t + \tau)] = R_{ss}(\tau - D_1) + R_{ss}(\tau - D_2), \quad (3)$$

式中 $R_{ss}(\cdot)$ 为 $s(t)$ 的自相关函数。设

$$\Delta D = |D_2 - D_1|. \quad (4)$$

¹ 1995-02-13 收到, 1995-08-07 定稿
国家教委博士点基金资助项目

当 ΔD 比 $R_{ss}(\cdot)$ 的主瓣宽度还小时, D_1, D_2 不能分辨。对于满足 (5) 式的限带白色信号:

$$G_{ss}(f) = \begin{cases} P_s, & 0 \leq |f| \leq f_1; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases} \quad (5)$$

$R_{ss}(\cdot)$ 的主瓣宽度为 $1/f_1^{[10,11]}$ 。 f_1 为信号通带的上限频率。通常, 使用 $T_0 = 5/(4f_1)$ 作为多径时延估计分辨率的界限^[6], 称 $\Delta D < T_0$ 的多径时延为不可分辨的。

2.2 最大熵谱估计方法的引入 最大熵谱估计是一种高分辨率的谱估计方法, 这种方法通过对未知延迟点上的自相关函数按最大熵外推, 扩大了自相关函数的信息量, 从而比传统方法有高得多的分辨率, 尤其适合短数据的情况。此外, 这种最大熵谱估计与 AR 谱估计是等价的^[12,13]。求 (3) 式的互功率谱, 有

$$G_{x_1x_2}(f) = G_{ss}(f)\phi(f), \quad 0 \leq |f| \leq f_1, \quad (6)$$

式中 $\phi(f)$ 为 $G_{x_1x_2}(f)$ 的相位函数, 表示为

$$\phi(f) = e^{-j2\pi f D_1} + e^{-j2\pi f D_2} \quad 0 \leq |f| \leq f_1, \quad (7)$$

对 $G_{x_1x_2}(f)$ 进行归一化和离散化处理, 并考虑到实际应用中难于做到信号与噪声之间严格的统计独立而加上一噪声项 $w(k)$, 则得到功率谱序列 $c(k)$ 为

$$c(k) = e^{-j2\pi \Delta f D_1 k} + e^{-j2\pi \Delta f D_2 k} + w(k), \quad 0 \leq |k| \leq N, \quad (8)$$

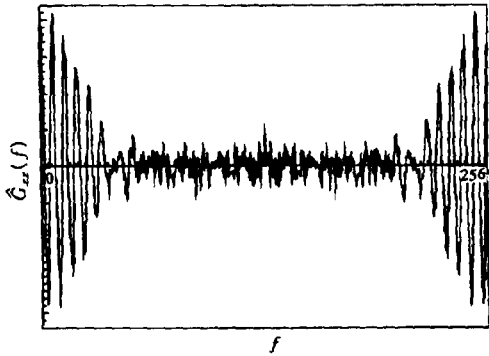


图 1 功率谱序列的曲线形式

式中 Δf 为频率采样间隔, k 为离散频率变量, $N = f_1/\Delta f$ 为离散频率宽度。如果抛开 $c(k)$ 的物理意义, (8) 式可以表示一时间域的复序列。 k 可等效为时间变量, Δf 可以看作时域采样间隔, D_1, D_2 等效为正弦信号的频率, N 等效为时间序列的长度。这样, $c(k)$ 等效为噪声中的双正弦问题而作为一个普通的时间序列来处理。图 1 给出了 $D_1 = 35T_s, D_2 = 38T_s, f_1 = 400\text{Hz}$ 时 $c(k)$ 实部的曲线 ($T_s = 1/2048\text{Hz}$, 为采样周期)。

在最大熵谱估计中, 是根据已知的自相关序列 $\{r_{xx}(0), r_{xx}(1), \dots, r_{xx}(N)\}$ 来外推 $r_{xx}(N+1)$ 的值。本文借用这种方法, 根据 (8) 式的自相关矩阵以最大熵为准则进行外推, 得到较高分辨率的时延估计。设 (8) 式的自相关矩阵为

$$R_{cc} = E[C(k)C^T(k)] = \begin{bmatrix} r_{cc}(0) & r_{cc}(1) & \dots & r_{cc}(N) \\ r_{cc}(1) & r_{cc}(0) & \dots & r_{cc}(N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{cc}(N) & r_{cc}(N-1) & \dots & r_{cc}(0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中 $r_{cc}(\cdot)$ 表示自相关函数, N 表示相应的自回归模型的阶数。由此有 Yule-Walker 方程为

$$R_{cc}A = [\sigma^2 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (10)$$

式中 $\mathbf{A}$ 为 AR 参数矢量：

$$\mathbf{A} = [1, a_1, \dots, a_N]^T. \quad (11)$$

得到了 $\mathbf{A}$ 矢量，可以利用 (12) 式计算时延曲线：

$$\hat{P}(\tau) = \sigma^2 / \left[1 + \sum_{i=1}^N a_i \exp(-j2\pi i\tau) \right]^2. \quad (12)$$

对于 (1) 式所示的一般性模型，可得其自相关和自功率谱密度函数：

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= E[x(t)x(t+\tau)] \\ &= LR_{ss}(\tau) + \sum_{i=1}^L R_{ss}(\tau \pm D_i) + \sum_{i=2}^L R_{ss}(\tau \pm (D_i - D_{i-1})) \\ &\quad + \sum_{i=3}^L R_{ss}(\tau \pm (D_i - D_{i-2})) + \dots + R_{ss}(\tau \pm (D_L - D_1)) + R_{nn}(\tau) \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $R_{nn}(\cdot)$ 为噪声的自相关函数。在上面推导中，假定了 $D_0 = 0$ 。其自功率谱为

$$\begin{aligned} G_{xx}(f) &= L \cdot G_{ss}(f) + \sum_{i=1}^L G_{ss}(f) e^{\pm j2\pi f D_i} + \sum_{i=2}^L G_{ss}(f) e^{\pm j2\pi f (D_i - D_{i-1})} \\ &\quad + \sum_{i=3}^L G_{ss}(f) e^{\pm j2\pi f (D_i - D_{i-2})} + \dots + G_{ss}(f) e^{\pm j2\pi f (D_L - D_1)} \end{aligned} \quad (14)$$

将 $G_{xx}(f)$ 离散化，可得相应的功率谱序列，利用前述的最大熵谱法，在 $\tau = 0, \pm D_1, \dots, \pm D_L, \pm(D_2 - D_1), \dots, \pm(D_L - D_{L-1}), \pm(D_3 - D_1), \dots, \pm(D_L - D_{L-2}), \dots, \pm(D_L - D_1)$ 处可以得到 $K = 1 + 2 \sum_{i=1}^L i$ 个峰。其中 $D_1, \dots, D_L$ 为真实时延，其余的为时延之差。当 $L = 2$ (三径) 时，时延峰出现在 $\tau = 0, \pm D_1, \pm D_2$ 和 $\pm(D_2 - D_1)$ 处。

2.3 利用 Burg 算法和 Marple 算法递推 分别采用 Burg 算法和 Marple 算法递推计算 AR 模型参数 $\mathbf{A}$ ，并采用最终预报误差 (FPE) 准则来确定自回归模型的阶数。关于 Burg 算法和 Marple 算法的详细说明参见文献 [13, 14]。

3 分辨率改善的研究

由前述知，基于相关分析的多径时延分辨率为

$$\Delta\tau_{co} = T_o = 5/(4f_1). \quad (15)$$

文献 [13] 给出了最大熵谱估计分辨率的表达式，将其转化为多径时延估计的分辨率为

$$\Delta\tau_{ME} = 1.03/[f_1((f_1 + 1)\text{SNR}_P)^{0.31}]. \quad (16)$$

式中 $\Delta\tau_{co}$ 和 $\Delta\tau_{ME}$ 分别表示相关法和最大熵谱法多径时延估计的分辨率， SNR_P 表示功率谱序列的信噪比。如果信号带宽 $f_1 = 400\text{Hz}$ ， $\text{SNR}_P = 10$ (=10dB)，则分辨率改善约 15 倍。当 f_1 不变， SNR_P 下降到 1 (=0dB) 时，最大熵谱法多径时延估计的分辨率仍比相关法提高近 8 倍。

4 计算机模拟

按照(2)式构成双基元接收信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$, 其中 $s(t)$ 为一由 10 阶 Butterworth 低通滤波器限带的白色随机过程, $n_i(t)(i=1,2)$ 为宽带白噪声, 满足正态分布, 且互不相关。信号的采样频率 $f_s=2048\text{Hz}$, FFT 的分段长度为 256, 信噪比分别设定为 +10dB, 0dB 和 -10dB。

情况 1 设定 $s(t)$ 的带宽为 100Hz, 多径时延为 $D_1 = 35T_s$, $D_2 = 45T_s$ (T_s 为采样周期)。 $\Delta D = |D_2 - D_1| = 10T_s = 4.8828\text{ms} < 1/f_1 = 10\text{ms}$, 显然相关法不可分辨。图 2 为采用本文方法及相关法计算机模拟的结果。

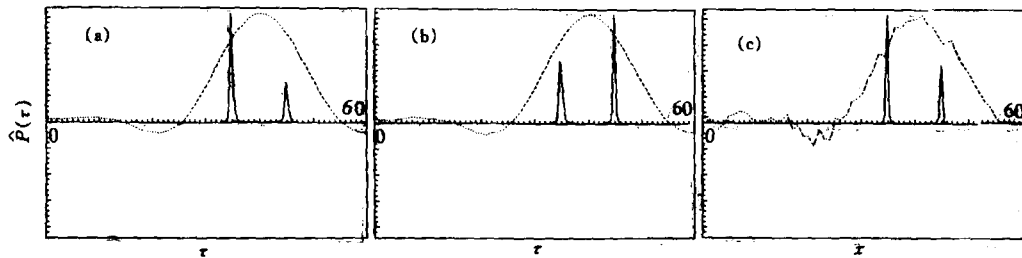


图 2 $f_1=100\text{Hz}$ 时计算机模拟的结果 (—最大熵法 --- 相关法)
(a)SNR=+10dB, (b)SNR=0dB, (c)SNR=-10dB

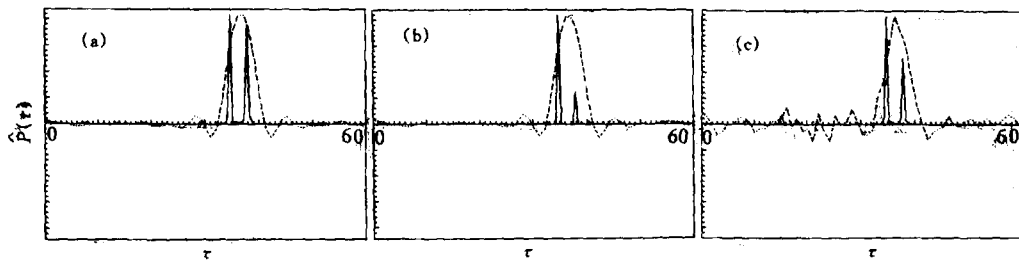


图 3 $f_1=400\text{Hz}$ 时计算机模拟的结果 (—最大熵法 --- 相关法)
(a)SNR=+10dB, (b)SNR=0dB, (c)SNR=-10dB

情况 2 设定 $s(t)$ 的带宽为 400Hz, 多径时延为 $D_1 = 35T_s$, $D_2 = 38T_s$ 。 $\Delta D = |D_2 - D_1| = 3T_s = 1.4648\text{ms} < 1/f_1 = 2.5\text{ms}$, 故相关法不可分辨。图 3 为计算机模拟的结果。

由图 2 和图 3 可以看出, 在所给的条件下, 相关法无法分辨的多径时延, 最大熵谱法可以很好地分辨, 且时延估值基本准确。当 SNR=-10dB 时, 适当加长接收信号的序列长度, 仍可得到较好的估计效果。

5 结 论

本文研究了将最大熵谱估计方法应用于多径时延估计以提高分辨率的问题。理论分析和计算机模拟表明, 这种方法可以有效地改善多径时延估计的分辨率。当信噪比高时, 可将时延估计的分辨率提高约一个数量级, 当信噪比下降到 -10dB 时, 只要观察时间足够长, 仍然可以得到较好时延估值。

参 考 文 献

- [1] Carter G C. Time delay estimation for passive sonar signal processing. IEEE Trans. on ASSP, 1981, ASSP-29(3): 463-470.
- [2] So H C, Ching P C. A novel constrained time delay estimator. Proc. of ICSP'93, Beijing: 1993, 188-191.
- [3] 李衍达, 常遇. 信号重构理论及其应用. 北京: 清华大学出版社, 1991, 170-175.
- [4] Jan B C, Henriquez J A, Riemer T E, Trahan R E. The modified window correlation technique for estimation of arbitrary in multichannel, multievent system. J. Acoust. Soc. Am. 1993, 93(3): 1466-1470.
- [5] 房力华, 何振亚. 关于多径信号分辨及其性能界. 东南大学学报, 1992, 22(5): 14-21.
- [6] Ianniello J P. High-resolution multipath time delay estimation for broad-band random signals. IEEE Trans. on ASSP, 1988, ASSP-36(3): 320-327.
- [7] Bell B M, Ewart T E. Separating multipaths by global optimization of a multidimensional matched filter. IEEE Trans. on ASSP, 1986, ASSP-34(5): 1029-1037.
- [8] Urick R J. Principles of Underwater Sound, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1983, 328-329.
- [9] Wax M. Detection and estimation of superimposed signals: [Ph.D dissertation]. Stanford, CA: Stanford Univ. 1985.
- [10] 邱天爽, 王宏禹. 加窗 LMS-ML 自适应时间延迟估计. 大连理工大学学报, 1994, 34(4): 470-476.
- [11] 邱天爽, 王宏禹. 二次加窗 LMS 自适应时间延迟估计. 电子科学学报, 1994, 16(6): 577-582.
- [12] 王宏禹. 随机数字信号处理. 北京: 科学出版社, 1988, 第六章.
- [13] 王宏禹. 现代谱估计. 南京: 东南大学出版社, 1990, 第二章, 第七章.
- [14] Marple L. A new autoregressive spectrum analysis algorithm. IEEE Trans. on ASSP, 1980, ASSP-28(4): 441-454.

A HIGH RESOLUTION TIME DELAY ESTIMATION BASED ON
THE MAXIMUM ENTROPY POWER SPECTRUM ESTIMATION

Qiu Tianshuang Wang Hongyu

(Dalian University of Technology, Dalian 116023)

Abstract Multipath time delay estimation is constrained by the width of the signal correlation function when using correlation method. This paper obtains a high resolution time delay estimation by introducing Burg and Marple algorithm of the maximum entropy power spectrum estimation to non-resolvable multipath time delay estimation. The principle, the performances and the results of computer simulation are given.

Key words High resolution, Multipath time delay estimation, Maximum entropy power spectrum estimation

邱天爽: 男, 1954 年生, 副教授, 博士, 从事信号处理方面的教学研究工作.

王宏禹: 男, 1929 年生, 教授, 博士生导师, 从事信号处理方面的教学研究工作.