

极值综合法对微带天线谐振频率 综合问题的探讨

林 昌 禄

(电子科技大学 成都 610054)

卢 军

(华中理工大学 武汉 430074)

饶 亲 江

(广西师范大学 桂林 541001)

摘要 本文用极值综合法探讨了任意形状微带天线谐振频率的“综合”问题,得到了令人满意的结果。这对进一步开拓具有预期特性的微带天线“综合”这一重要领域,促进微带天线在工程上更有效的应用,具有较大的价值。

关键词 谐振频率,微带天线,极值综合法

1 引 言

微带天线由于具有许多独特的优点,近年来在理论研究和实际应用方面都得到了迅速的发展,已成为天线的一个重要领域。通常对微带天线的研究多局限于“分析”方面,即已知几何形状,然后用传统的分析方法对其特性(如谐振频率、阻抗特性和辐射特性等)进行理论分析,但依据要求的电特性进行反分析、反设计的“综合”问题却不多见。而这类“综合”问题对工程应用来说具有更直接的实用价值。本文提出的“极值综合法”对微带天线谐振特性的“综合”问题进行了初步探讨,取得了令人满意的结果。这为进一步“综合”微带天线的辐射特性和阻抗特性打下了良好的基础。

2 基 本 思 想

众所周知,微带天线的贴片内场 E_z 满足如下方程

$$(\nabla_t^2 + K^2)E_z = j\omega\mu_0 J_z, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial E_z}{\partial n} \right|_{r=R_i} = 0, \text{ 贴片边界。} \quad (2)$$

1993-12-06 收到, 1994-12-05 定稿

林昌禄 男, 1937 年生, 教授, 现从事天线、电磁理论和电磁兼容等方面的教学和科研工作。

卢 军 男, 1964 年生, 博士生, 现从事天线、微波辐射成象和信号处理等方面的研究。

饶亲江 男, 1962 年生, 教师, 现从事电磁兼容、天线和电子线路 CAD 等方面的教学和科研工作。

若 E_z 用格林函数 $G(S/S_0)$ 表示,则有

$$E_z = \iint G(S/S_0) J_z(S_0) dS, \quad (3)$$

而

$$G(S/S_0) = j\omega\mu h \sum_m \sum_n \frac{\Phi_{mn}(S) \cdot \Phi_{mn}(S_0)}{k_{mn}^2 - K^2}, \quad (4)$$

式中 S_0 表示源点, S 表示场点, Φ_{mn} 为本征函数, k_{mn} 为本征函数所对应的本征值, K 是自由空间波数, h 为贴片厚度。显然 Φ_{mn} 应满足如下方程:

$$(\nabla^2 + k_{mn}^2)\Phi_{mn} = 0, \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_{mn}}{\partial n} \right|_{r=R_0} = 0, \quad (6)$$

式中 k_{mn} 取一系列离散值。求解本征值 k_{mn} 的问题变成求命名泛函 $I(\Phi_{mn})$ 取极值的函数 $\Phi_{mn}(xy)$ (或 $\Phi_{mn}(s)$) 和求常数 k_{mn} 变分问题^[1],

$$\text{即} \quad I(\Phi_{mn}) = \iint_S (\Phi_{mnx}^2 + \Phi_{mny}^2 - k_{mn}^2 \Phi_{mn}^2) dS, \quad (7)$$

而

$$\Phi_{mnx}' = \frac{\partial \Phi_{mn}}{\partial x}, \quad (8)$$

$$\Phi_{mny}' = \frac{\partial \Phi_{mn}}{\partial y}. \quad (9)$$

上述变分问题的求解方法是,首先用适当的完备正交函数系 $\{\Phi_k\}$, ($k=1,2,\dots,n$) 去逼近 Φ_{mn} , 即取^[2]

$$\Phi_{mn} = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n a_{kl} \Phi_{kl}. \quad (10)$$

按伽略金法,本征值 k_{mn} 的值可以近似从下式得出:

$$A_{kl} = \iint_S (\nabla \Phi_k) \cdot (\nabla \Phi_l) dS, \quad (11)$$

$$B_{kl} = \iint_S \Phi_k \Phi_l dS, \quad (12)$$

$$\det(A_{kl} - k_{mn} B_{kl}) = 0. \quad (13)$$

由(11)–(13)式可以看出,如果给出某一微带天线的几何形状及其物理参数,是可以解析法或数值法求出微带天线的谐振特性的,不少人已经做了大量工作^[2-7]。现在是反过来,如果给定要求的天线的电特性参数,即给定预期特性 k_{mn} , 可否利用“综合”的方法求出对应的积分区域。这是上述“分析”问题的逆运算,即工程应用价值较大的天线“综合”问题。本文正是基于这种设想首先开展了对微带天线谐振频率综合问题的探讨。

3 极值综合理论

对于圆形微带天线(或其它形状),当其边缘受适当微扰而变形时,将会出现模式的分

裂(即简并模的解除)^[3]. 现假定几个正值 $k_1, k_2, \dots, k_N$ 为 N 个本征值, 其对应的谐振频率为 $f_1, f_2, \dots, f_N$, 且 $f_i = 1/(k_i \sqrt{\epsilon \mu})$, ϵ 是介质的介电常数. 现考虑的就是具有这些谐振频率的微带天线的综合问题, 且这些预期的本征值都应满足(11)、(12)、(13)式.

假定具有如上谐振频率的微带天线的区域如图 1 所示. 不失一般性, 设中心点在原点 0, 在边界区域上设置 N 个取样点, 并且相邻取样点对原点 0 的张角相同, 即 $2\pi/N$, 各取样点与原点的距离依次为 $R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_N$ 将(11)、(12)、(13)式应用到此区域, 用极坐标可表示为

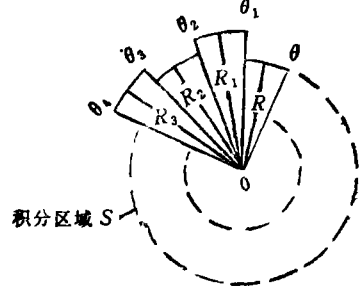


图 1

$$A_{kl} = \iint_S (\nabla \Phi_k) \cdot (\nabla \Phi_l) r dr d\theta$$

$$= \sum_{i=1}^N \int_0^{R_i} \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} (\nabla \Phi_k) \cdot (\nabla \Phi_l) r dr d\theta, \quad (14)$$

$$\frac{\partial A_{kl}}{\partial R_j} = \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} (\nabla \Phi_k) \cdot (\nabla \Phi_l) r d\theta \Big|_{r=R_j}; \quad (15)$$

$$B_{kl} = \iint_S \Phi_k \Phi_l r dr d\theta = \sum_{i=1}^N \int_0^{R_i} \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \Phi_k \cdot \Phi_l r dr d\theta, \quad (16)$$

$$\frac{\partial B_{kl}}{\partial R_j} = \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} \Phi_k \cdot \Phi_l r d\theta \Big|_{r=R_j}. \quad (17)$$

(13)式可写成

$$C_{kl}^i = A_{kl} - k_i B_{kl}. \quad (18)$$

取

$$C_i = [C_{kl}^i], \quad (19)$$

$$\det C_i = D_i, \quad (20)$$

$$R = (R_1, R_2, \dots, R_N)^T, \quad (21)$$

$$D = (D_1, D_2, \dots, D_N)^T. \quad (22)$$

如果能找出 $D_1, D_2, \dots, D_N = 0$, 即 $k_1, k_2, \dots, k_N$ 都满足(13)式的积分区域 S , 这就达到了“综合”的目的. 在找 $D = 0$ 的过程中, 采用了逐步修正 R_j 的方法, 并且每修正一次以后, 所得到的新区域 S' 无疑都有形如(13)式的方程得到满足. 但其新的本征值 $\mu_i^{(b)} (i = 1, 2, \dots, N, (b) \text{ 表示贴片变形次数})$ 不一定是所要求的本征值 $k_i, (i = 1, 2, \dots, N)$, 但总可以用多次修正的方法使其 $D = 0$, 从而求出对应的 $R = (R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_N)$, 即积分区域 S . 其修正变形 R_j 的主要步骤如下:

第一步 选择只满足最大本征值(或谐振频率)所需要的形状, 即选择 $\mu_n^{(0)}, k_n$ 的形状为最初形状. 对于 $R^{(0)}$ 以选取圆形贴片最方便, 从而可以确定 $A_{kl}^{(0)}, B_{kl}^{(0)}$.

第二步 由得到的形状 $R^{(b)}$ 或 $A_{kl}^{(b)}, B_{kl}^{(b)}$, 经第一步后 b 应等于 1, 但为以后循环方便统一标记为 $R^{(b)}$, 由此计算(20)、(22)式中的 D ; 若 $D^{(b)} = 0$, 则无需再修正形状, $R^{(b)}$ 就是所求的解; 如果 $D^{(b)} \neq 0$, 则转移到第三步.

第三步 对所有 $D_i^{(b)} \neq 0$ 的 i , 计算其 $b+1$ 次的修正量 $\Delta D^{(b+1)}$ 或 $\Delta R_i^{(b+1)}$, 让 $D_i^{(b+1)} = 0$ 得到满足, 由(18)---(22)式可知

$$\frac{\partial D_i}{\partial R_j} = D_i \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^N \frac{\partial C_{kl}^i}{\partial R_j} [C_i^{-1}]_{kl} \triangleq J_{ij}, \quad (23)$$

其中 $[C_i^{-1}]_{kl}$ 表示 $[C_i]$ 的逆矩阵的 (k, l) 元素. 根据(23)式, 由矢量 R 的微小变化量 ΔR 引起 D 的变化 ΔD , 可以由 J_{ij} 为元素的 $(N \times N)$ 矩阵 J 按下式给出:

$$\Delta D = J \Delta R, \quad (24)$$

$$D_i^{(b+1)} = D_i^{(b)} + \Delta D_i^{(b+1)} = 0. \quad (25)$$

因上式中 $J^{(b+1)}$ 和 $D^{(b)}$ 是已知的, 因此 $\Delta R^{(b+1)}$ 可以求出. 选取 $|\Delta R^{(b+1)}|$ 为最小的解:

$$\Delta R^{(b+1)} = -J_T(JJ^T)^{-1}D^{(b)}, \quad (26)$$

于是得

$$R^{(b+1)} = R^{(b)} + \Delta R^{(b+1)}, \quad (27)$$

又重新返回第二步. 这样反复求解本征值方程, 一直到 $D \triangleq 0 = (0, 0, \dots, 0_N)$ 为止, 此时 R 的值即为所求的值.

为了更有效地求出最终特征矢量 $k(k_1, k_2, \dots, k_N)$ 或谐振频率所需要的形状, 在利用(13)式计算 D_i 时, 实际上并不能期望一次就能得到适合本征值 $k_1, k_2, \dots, k_N$ 的解, 即并不是直接将 k_i 代入(18)式, 而是把求出经过 b 次变形的本征值 $\mu_i^{(b)}$ 后, 在 $\mu_i^{(b)}$ 与 k_i 之间选择一个充分接近 $\mu_i^{(b)}$ 的值代入该式, 得

$$C_{kl}^i = A_{kl} - \zeta_i^{(b)} B_{kl}. \quad (28)$$

ζ_i 介于 $\mu_i^{(b)}$ 与 k_i 之间, 且充分接近于 $\mu_i^{(b)}$, 其过程相当于用牛顿法求解的问题.

4 综 合 举 例

现给定贴片材料的 $\epsilon_r = 2.1$, 要求微带天线谐振点为 $f_1 = 2.588\text{GHz}$, $f_2 = 2.616\text{GHz}$, $f_3 = 2.670\text{GHz}$, 求满足此要求的微带天线的形状.

由上述给定的工作频率, 综合法中预期本征值 $k_1, k_2, \dots, k_i$ 就取到 $i = 3$, 其值由上述频率通过 $k_i = 1/(f_i \sqrt{\epsilon \mu})$ 求出, 此时 μ, ϵ 均为介质特性常数. 按照极值综合的方法, 应用(18), (19)式时, 基底函数的选择如表 1 所示. 基底函数总数 $m = 21$, 区域分割数 $N = 32$, 待求形状的逐步修正过程如图 2(a) 所示. 每一次修正后对应的本征值(或频率)趋于要求的工作频率的情况如图 3 所示. 可见, 在趋近于预期值的初阶段还会

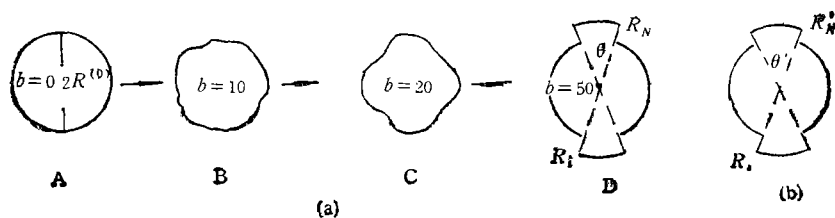


图 2

表 1 “综合”实例中所用基底函数

1	$r \sin \theta$	$r \cos \theta$	$r \sin 2\theta$	$r \cos 2\theta$	
2	r^2	$r^2 \sin \theta$	$r^2 \cos \theta$	$r^2 \sin 2\theta$	$r^2 \cos 2\theta$
2	r^3	$r^3 \sin \theta$	$r^3 \cos \theta$	$r^3 \sin 2\theta$	$r^3 \cos 2\theta$
4	r^4	$r^4 \sin \theta$	$r^4 \cos \theta$	$r^4 \sin 2\theta$	$r^4 \cos 2\theta$

出现偏离较大的情形,但当变形次数 b 较大时,贴片变形后的三个特征频率都一致趋近于要求的工作频率,此时的形状亦即“综合”的形状,如图 2(a) 中的图 D。上述所要求的三个工作频率,在文献[5]的分析过程中已由图 2(b) 所示的微带天线用谐振法^[6]测得。将图 2(b) 与“综合”的目标图进行比较,吻合程度较高,在 r 方向和 θ 方向的微小误差主要来自场的边缘效应和实际测量中的精度影响。“综合”实例以圆形为最初形状,给更快找出 $R^{(0)}$ 和 $A_{kl}^{(0)}, B_{kl}^{(0)}$ 带来方便,但并不意味最初形状只能唯一选择圆形,作为一般情形还可以选择矩形等其它形状,只是所选基底函数和收敛变形的次数有所不同而已。

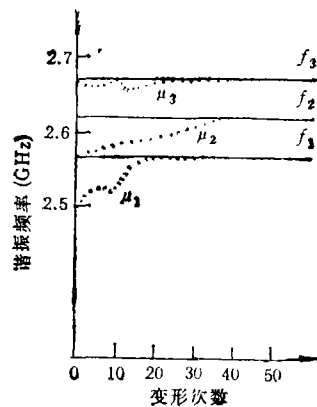


图 3

5 结 语

根据要求的天线电特性求解天线的物理形状和尺寸的“综合”问题,往往比已知天线物理形状和尺寸去求解天线电特性的“分析”问题要困难得多。本文首次利用极值综合法对微带天线的谐振特性进行了“综合”探讨。结果表明,这一尝试是成功的。它对微带天线的工程设计和进一步推广应用是很有价值的,也为天线辐射特性和阻抗特性的“综合”提供了良好的理论基础。

参 考 文 献

- [1] 章文勋. 电磁场工程中的泛函方法. 上海: 上海科技文献出版社, 1985.
- [2] 林昌禄, 饶亲江. 电子科技大学学报, 1991, 20(1): 26—29.
- [3] Lin C L, Rao Q J. Research of Boardwidth Microstrip Antenna. PSIS on Antennas and EM Theory. Shanghai, China 1989, 127—130.
- [4] Conroy. Boardwidth Microstrip Antenna. U. S. Patent, 4160976, July 10, 1979.
- [5] 饶亲江. 宽带微带天线的研究: [硕士论文]. 电子科技大学微波工程系, 1989.
- [6] Palnismag V, Cary R. IEEE Trans. on AP, 1986, AP—34(10):1208—1213.
- [7] 饶亲江. 通信学报, 1990, 11(5): 17—22.
- [8] 林昌禄. 天线测量技术, 成都: 成电出版社, 1987.

INVESTIGATION ON THE SYNTHESIS OF RESONANT FREQUENCIES OF MICROSTRIP ANTENNA USING THE EXTREME SYNTHESIS METHOD

Lin Changlu

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

Lu Jun

(Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 420074)

Rao Qinjiang

(Guangxi Normal University, Guilin 541001)

Abstract The synthesis of resonant frequencies of microstrip antenna is investigated using the extreme synthesis method. The theoretical and experimental results are in good agreement. These satisfactory results show that the method is feasible for developing the synthesis of resonant characteristics of microstrip antenna and for promoting the applications of microstrip antenna in engineering.

Key words Resonant frequency, Microstrip antenna, Extreme synthesis method