

# 一种新的故障测试率的概率估计方法\*

丁 瑾 胡健栋

(北京邮电大学培训中心 北京 100088)

**摘要** 本文提出了一种新的估计故障测试率的方法。它使用了无故障模拟的概念,观察率和控制率被定义成观察和控制电路节点的概率;分析了电路中节点的随机信号的概率分布;证明了控制率是服从正态分布的;依此获得了故障测试率的无偏估计。按照观察率的定义,我们处理了扇出节点。对一些实际的电路,利用此法所获得的故障覆盖与故障模拟结果非常吻合。

**关键词** 概率估计方法,控制率,观察率,故障测试率,故障覆盖

## 1 引言

由于用于模拟 LSI 芯片的 CPU 时间和存储容量非常大,所以使用故障模拟将不再合适和经济<sup>[1]</sup>。文献[2]提出了一种故障抽样方法,可是其准确性仅仅依赖于被选择的故障数,而不依赖于总的故障数。因此文献[3—5]提出了一些分析的方法来计算故障测试率和故障覆盖。尽管这些方法能大大减少计算的复杂性,然而它们仅能处理组合电路。为了克服这些缺点,提出了 STAFAN 算法<sup>[6]</sup>。

STAFAN 算法仅仅需要无故障模拟。它使用了控制率和观察率的概念,并且不局限于组合电路。它的计算复杂性与电路中节点数成线性增长。但是,在这个算法中有两个参数  $\alpha$  和  $\beta$  必须通过故障模拟来决定。尽管文献[6]通过故障模拟给了几个数据,但对另外一些电路将不再适用。除此之外,在这个算法中还存在着冗余开销。所以,STAFAN 算法是没有实际用途的。

在本文中,我们解释了控制率的概率分布特性,消除了故障测试率的随机误差。观察率是在其计算过程中被确定的,并且冗余计算时间和空间被消除了。在这个方法中,电路是用“与”门,“或”门,“与非”门,“或非”门和“非”门来描述的,并且只考虑固定型故障。

## 2 控制率的无偏估计

在计算控制率之前,我们先给出下面的定义:

1993-09-28 收到,1994-05-03 定稿

\* 国家自然科学基金和邮电部中青年骨干教师基金资助项目

丁 瑾 男,1964年生,博士后,主要兴趣是电路可测性和可靠性分析和设计。

胡健栋 男,1929年生,教授,博士生导师,主要从事电路容差分析,扩频通信和移动通信方面的研究。

$C_1(l)(C_0(l))$ : 线  $l$  的 1-(0)-控制率。它是对于一个随机选择的输入矢量, 线  $l$  具有值 1(0) 的概率。

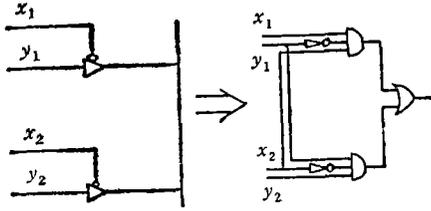


图1 三态门的转换模型  
的 1-和 0-控制率分别为

$$C_1(l) = \text{计数器的值}/N, \quad (1)$$

$$C_0(l) = 1 - C_1(l). \quad (2)$$

我们知道, 施加于数字电路每个输入点上的随机输入信号的概率服从二项分布。假设在一个输入节点出现“1”表示成功, “0”表示失败,  $n$  是  $N$  次贝努利 (Bernoulli) 实验成功的次数,  $p$  是一次实验成功的概率, 那么, 对于足够大的  $N$ , 按照棣莫弗-拉普拉斯 (De Moivre-Laplace) 和列维-林得伯格 (Levy-Lindeberg) 积分定理<sup>[8,9]</sup>得

$$\lim P \left\{ \frac{n - pN}{\sqrt{pN(1-p)}} \leq x \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad (3)$$

式中  $x$  是任意实数,  $u$  是积分变量。(3)式表明, 二项分布的极限分布是正态分布。也就是说, 对于足够大的  $N$ , 信号出现在电路输入节点上的概率服从正态分布。

现在我们来看看随机信号出现在电路中其它节点的概率分布。对于电路的组合部分来说, “非”门, “或”门和“或非”门的输出信号显然服从正态分布, 因为独立的正态分布之和仍然属于正态分布。对于“与”和“与非”门来说, 因为其不同输入端的信号是随机独立的, 并服从正态分布, 那么, 根据文献[10]可知, “与”和“与非”门的输出信号也是属于正态分布。对于电路的时序部分, 按照文献[11], 我们可得, 出现在其它节点的随机信号仍然是服从正态分布的。

既然出现在电路中所有节点的随机信号是服从正态分布的, 那么这些信号值的算术平均(控制率)的概率分布也为正态分布。

假设已经模拟了  $N$  个矢量。我们把这  $N$  个矢量分成  $M$  组, 每组有  $m (=N/M)$  个矢量<sup>[6]</sup>。这样, 各组所获得的控制率将是独立的。因此, 控制率的平均值  $\bar{x}$  为

$$\bar{x} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i \quad (4)$$

式中,  $x_i$  表示第  $i$  ( $0 \leq i \leq M$ ) 组矢量所获得的控制率。那么, 当  $M$  趋向于无穷大时,  $\bar{x}$  收敛于其数学期望  $E_x$ , 即

$$E_x = \lim_{M \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i \right) = \lim_{M \rightarrow \infty} \bar{x}. \quad (5)$$

按照贝塞尔 (Bessel) 公式<sup>[12]</sup>, 我们有

假设有一个 1-或者 0-计数器 (本文选择 1-计数器) 被设置在电路的每条线上。在无故障模拟过程中, 每当一条线出现一个 1 值, 它的 1-计数器就累加 1。对高阻抗状态, 可借助于图 1 获得相应的值<sup>[7]</sup>。

假若我们已经模拟了  $N$  个矢量, 那么线  $l$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M v_i^2}{M-1}} = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})^2}, \quad (6)$$

式中  $v_i$  表示误差,  $\sigma$  是标准偏差。(6)式表明  $M$  越大, 随机误差对最终结果的影响就越小。

由于  $x_i$  是属于正态分布, 并且各组控制率之间是相互独立的, 那么  $\bar{x}$  也是正态分布, 因此有

$$\begin{aligned} (\sigma_{[\bar{x}]})^2 &= \left[ \sigma \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i \right) \right]^2 = \frac{\sigma^2}{M^2} (x_1 + x_2 + \cdots + x_M) \\ &= \frac{1}{M^2} \{ (\sigma_{[x_1]})^2 + (\sigma_{[x_2]})^2 + \cdots + (\sigma_{[x_M]})^2 \} \\ &= M \cdot \sigma^2 \cdot \frac{1}{M^2} = \frac{1}{M} \sigma^2. \end{aligned} \quad (7)$$

因此,  $\bar{x}$  与实际值  $E$  的偏差为

$$\sigma_{[\bar{x}]} = |\bar{x} - E| = \sqrt{\frac{1}{M(M-1)} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})^2}. \quad (8)$$

(8)式表示, 对于足够大的  $M$ ,  $\bar{x}$  可被认为是无偏差的控制率, 因而能够得到准确的故障测试率和故障覆盖。

### 3 扇出点观察率的估计

首先, 我们给出以下定义:

$B_1(l)$  ( $B_0(l)$ ): 线  $l$  的 1-(0-)观察率。它是当线  $l$  的值为 1(0) 时, 在原始输出观察线  $l$  的概率。这是在给定线  $l$  的值为 1(0) 的情况下, 敏化一条从线  $l$  到原始输出通路的概率。

对于观察率的计算, 首先要将所有原始输出线的 0-和 1-观察率都设置成 1。

对于电路中其它线的观察率能通过使用从门的输出到输入的回溯(backpropagating)过程来求得。这个过程在文献[6]中已经描述, 此处不再赘述。一个专门的过程可用来处理反馈结点。本文只考虑如图 2 中扇出到三个支路  $i$ ,  $j$  和  $k$  的线  $l$  的观察率。

我们将分析线  $l$  的 1-观察率。类似的分析也适合 0-观察率。

由于文献[6]中使用了回溯的方法来获得观察率, 所以 1-观察率  $B_1(i)$ ,  $B_1(j)$  和  $B_1(k)$  分别都是已知的。现在  $l$  的值通过支路  $i$ ,  $j$  和  $k$  来观察, 并且支路  $i$ ,  $j$  和  $k$  的信号都来自同一信号

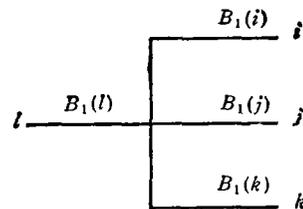


图 2 在一个扇出点的 1-观察率

源,即线  $l$ 。因而根据概率论<sup>[9,10]</sup>,线  $l$  的 1-观察率为

$$B_1(l) = B_1(i) + B_1(j) + B_1(k) - B_1(i)B_1(j) - B_1(i)B_1(k) - B_1(j)B_1(k) + B_1(i)B_1(j)B_1(k). \quad (9)$$

(9)式表明文献[6]中参数  $\beta$  的值等于 1。

类似的方式可用来计算扇出到更多支路的扇出线  $l$  的观察率。

#### 4 测试率的计算

考虑线  $l$  的固定 1 ( $s-a-1$ ) 故障。为了测试该故障,线  $l$  必须被设置成 0,然后在原始输出观察它。所以这个故障的测试率为

$$D_1(l) = B_0(l) \cdot C_0(l). \quad (10)$$

类似地,线  $l$  的固定 0 ( $s-a-0$ ) 故障的测试率为

$$D_0(l) = B_1(l) \cdot C_1(l). \quad (11)$$

那么,对于  $N$  个输入矢量,其测试率为

$$D_i(N) = 1 - (1 - d_i)^N \quad (12)$$

式中,  $d_i$  是第  $i$  个故障的单位矢量的测试率。因而,故障覆盖  $F$  为

$$F = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K D_i, \quad (13)$$

式中  $K$  是故障总数。

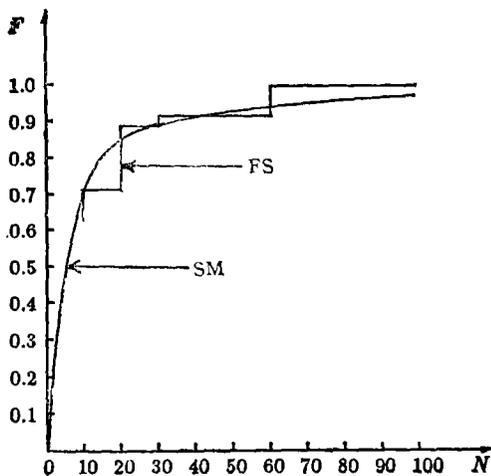


图3 含 151 个门的组合电路的故障覆盖

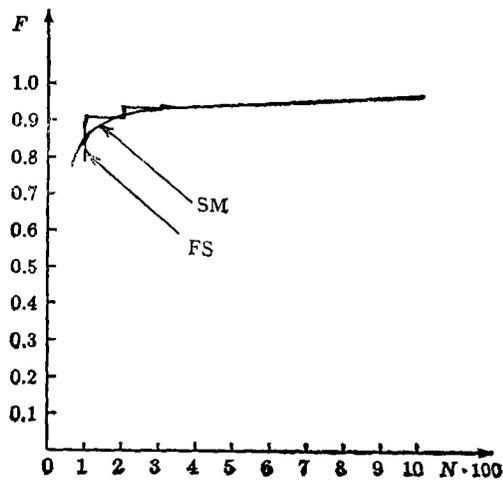


图4 含 6 个触发器的时序电路的故障覆盖

对一些实际电路,通过用本文提出的方法,在微型计算机 PC-AT 上计算,获得了故障覆盖。同时也做了故障模拟。作为例子,本文给出了一个含 151 个门的组合电路和一个带 6 个触发器的时序电路的故障覆盖。它们的曲线图绘于图 3 和图 4 中,这里  $F$  表示故障覆盖,  $N$  表示测试矢量数, FS 代表故障模拟结果, SM 代表用统计方法所获得的结果。

## 5 结 论

本文使用无故障模拟技术和数学方法获得了准确的控制率,观察率,故障测试率和故障覆盖,大大地减少了计算时间和存储空间的开销。图 3 和图 4 显示,本文提出的方法作为数字电路的故障模拟是有效的。

## 参 考 文 献

- [1] Lala P K. Fault tolerant and testable hardware design. London: Prentice-Hall International Inc., 1985, Chapter 6, Section 1.
- [2] Agrawal V D. Journal of Digital Systems, 1981, 5(3):189—202.
- [3] Franc Brgler, On testability analysis of combinational networks. Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Montreal: 1984, 221—225.
- [4] Agrawal V D, Seth S C. Probabilistic testability. Proc. of IEEE International Conference on Computer Design. New York: 1985, 562—565.
- [5] Hans-Joachim Wunderlich. PROTEST: A tool for probabilistic testability analysis, Proc. of 22nd Design Automation Conference. New York: 1985, 204—211.
- [6] Agrawal S J, Agrawal V D. IEEE Design and Test of Computers, 1985, 2(1):38—44.
- [7] 潘榆奇,等. 一个实用化的测试产生系统 —— COMPA ATPGS. 北京: 中国科学院计算技术研究所 CAD 开放研究实验室年报,1991,334—342.
- [8] Feller W. An introduction to probability theory and its applications, Vol. 1, New York: Wiley, 1957, Chapter 7, Section 2.
- [9] Dacunha-Castelle Didier. Probability and statistics. New York: Springer-Verlag, 1986, Chapter 5, Section 3 and Chapter 1, Section 3.
- [10] Papoulis A. Probability, random variables and stochastic processes. New York: McGraw Hill, 1984, Ch. 2, 6.
- [11] 韩崇昭,等. 随机系统理论. 西安: 西安交通大学出版社, 1986, 第三章, 第二节.
- [12] 刘志万. 实验数据的统计分析和计算机处理. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1989, 第二章, 第一节.

## A NEW PROBABILISTIC APPROACH TO ESTIMATE TESTABILITY

Ding Jin    Hu Jiandong

(Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100088)

**Abstract**    A new approach to calculate fault detection probabilities is presented. The fault-free simulation is used in this approach. The quantities of controllabilities and observabilities are defined as probabilities of controlling and observing the nodes in the circuit. The probability distribution of random signals at circuit nodes is analyzed, and it is proved that controllability is in normal distribution. Thus the unbiased estimate of fault detection probability can be obtained. According to the concept of observability, the fanout nodes are dealt with. For actual circuits the fault coverage obtained from this approach agrees favorably with the fault simulation results.

**Key words**    Probabilistic estimation, Controllability, Observability, Fault detection probability, Fault coverage