

基于线性预测的盲最小均方误差均衡器¹

张子敬 刘 峥 张林让

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘 要: 盲过采样均衡器仅用二阶统计量便可减小码间干扰。该文采用线性预测方法,提出了一种盲最小均方误差 (MMSE) 均衡器。该方法不需要先估计信道,可直接利用过采样的接收信号均衡信道。此外,该均衡器可采用递推最小二乘算法自适应地实现,具有较高的计算效率。仿真结果表明,该均衡器比基于线性预测的盲置零均衡器有更小的符号估计均方误差。

关键词: 码间干扰,盲均衡,线性预测,过采样均衡器

中图分类号: TN919 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)05-0783-06

Blind MMSE Equalizer Based on Linear Prediction

Zhang Zi-jing Liu Zheng Zhang Lin-rang

(National Key Lab. of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract Blind fractionally spaced equalizers can reduce intersymbol interference using only second-order statistics. A blind MMSE equalizer based on linear prediction is presented in this paper. It can directly equalize the channel from the fractionally sampled observations without performing channel identification. In addition, it can be implemented efficiently using the RLS algorithm. Simulation results show that the blind MMSE equalizer has smaller mean-square error of symbol estimation than the corresponding zero-forcing equalizer.

Key words Intersymbol interference, Blind equalization, Linear prediction, Fractionally spaced equalizer

1 引言

在高速数字通信中,由于信道带宽有限以及多径衰落,接收的信号常常存在码间干扰 (ISI) 现象。为了抑制码间干扰,通常要对信道作某种补偿,即均衡。传统方法是通过发送训练序列,调整均衡器的系数。由于信道是时变的,训练序列必须周期性发送。这种方法的缺点是:浪费信道带宽;训练过程中可能存在严重的信号衰落;难以应用于一点到多点的通信(如广播)。

与传统均衡方法相比,盲均衡不需要发送训练序列,可以提高信道效率。盲均衡多采用高阶统计量 (HOS) 方法^[1,2]。HOS 方法一般需要较多的数据且计算量大,难以应用于高速数字通信中。对于过采样的均衡器,在一定条件下,可采用二阶统计量 (SOS) 作盲均衡^[3,4]。Giannakis 提出的直接的和自适应的盲均衡器^[3],通过递推的方法计算伪逆,但该方法对初始值比较敏感。Li 用线性预测的方法提出了一种自适应的盲均衡器^[4]。这种方法无伪逆及相关矩阵的计算,但仅给出了置零 (Zero-forcing) 均衡器。本文提出了一种基于线性预测的盲最小均方误差 (MMSE) 均衡器。这种均衡器在信噪比较低时明显优于相应的置零均衡器。

2 过采样均衡器的模型

假设发送的符号 $s(k)$ 是零均值均匀分布的平稳随机序列,发送滤波器、传播介质和接收滤波器的总响应为 $h(t)$,附加噪声 $v(t)$ 为零均值高斯白噪声且与 $s(k)$ 不相关。接收信号可表示

¹ 2002-12-08 收到, 2003-05-14 改回

国家自然科学基金资助课题 (No.60102005, No.60272058)

为 $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)h(t - kT) + v(t)$, 其中 T 为符号序列的周期. 如果在一个符号周期内的采样次数 M 大于 1(过采样), 则有

$$y(t)|_{t=nT/M} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)h(nT/M - kT) + v(nT/M) \quad (1)$$

其等效的离散时间系统模型可表示为

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)h(n - Mk) + v(n) = x(n) + v(n) \quad (2)$$

接收信号 $y(n)$ 是循环平稳信号, 通过多相位^[5]方法可转换为矢量平稳信号. 令 $y_i(n)$, $h_i(n)$ 和 $v_i(n)$ 分别为 $y(n)$, $h(n)$ 和 $v(n)$ 的多相位分量. $y_i(n) = y(Mn + i)$, $h_i(n) = h(Mn + i)$, $v_i(n) = v(Mn + i)$, $i = 0, 1, \dots, M - 1$, 则式 (2) 的单输入单输出系统可表示为式 (3) 的单输入多输出系统^[3,4].

$$y_i(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)h_i(n - k) + v_i(n), \quad i = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (3)$$

令 M 维列向量

$$\mathbf{y}(n) = [y_0(n) \cdots y_{M-1}(n)]^T, \quad \mathbf{h}(n) = [h_0(n) \cdots h_{M-1}(n)]^T, \quad \mathbf{v}(n) = [v_0(n) \cdots v_{M-1}(n)]^T$$

$\mathbf{y}(n)$ 可表示为向量形式: $\mathbf{y}(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)\mathbf{h}(n - k) + \mathbf{v}(n)$. 假定 $h(t)$ 的支撑为 $[0, L_h T)$, 则子通道的响应 $h_i(n)$ 的阶次为 L_h ^[3]. $\mathbf{y}(n)$ 的连续 N 个向量块可表示为

$$\mathbf{y}_N(n) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s}(n) + \mathbf{v}_N(n) \quad (4)$$

其中 \mathbf{H} 是 $NM \times (N + L_h)$ 维矩阵.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(0) & h(1) & \cdots & h(L_h) & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & h(0) & \cdots & & & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & & h(0) & \cdots & h(L_h) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_N(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(n) \\ \mathbf{y}(n-1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(n-N+1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}(n) = \begin{bmatrix} s(n) \\ s(n-1) \\ \vdots \\ s(n-N-L_h+1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_N(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(n) \\ \mathbf{v}(n-1) \\ \vdots \\ \mathbf{v}(n-N+1) \end{bmatrix}$$

3 基于线性预测的盲最小均方误差均衡器

将 FIR 均衡器的响应也表示为多相位的形式. 令每个多相位分量为 $f_i(n)$, 阶次为 L_f . 过采样均衡器可表示为滤波器组的形式, 如图 1 所示. $h_i(n)$ 相当于分析滤波器组, $f_i(n)$ 相当于综合滤波器组. 如果没有噪声, 当输出等于输入 (相差延迟 d) 时, 该均衡器称为置零均衡器. 由于噪声的影响, 不可能精确重构输入. 如果对 $E[|\hat{s}(n) - s(n-d)|^2]$ 极小化, 则得到的是延迟为 d 的最小均方误差 (MMSE) 均衡器.

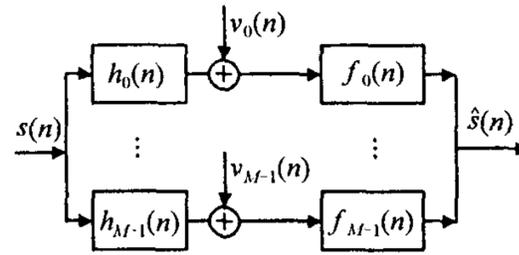


图 1 过采样时信道和均衡器构成的滤波器组

令 $N = L_f + 1$, $\mathbf{y}_N(n)$ 的相关矩阵为 $\mathbf{R} = E[\mathbf{y}_N(n)\mathbf{y}_N(n)^H]$. 其中上标 H 表示共扼转置. 令延迟为 d 的均衡器的脉冲响应矢量为

$$\mathbf{f}_d = [f_0(0) \cdots f_{M-1}(0) \cdots f_0(L_f) \cdots f_{M-1}(L_f)]$$

考虑如下两个线性预测问题:

(1) 用 $\mathbf{y}_{N-1}(n-1)$ 预测 $\mathbf{y}(n)$

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{y}(n) - \mathbf{P}_{N-1}\mathbf{y}_{N-1}(n-1) = [\mathbf{I}_M - \mathbf{P}_{N-1}]\mathbf{y}_N(n) \tag{5}$$

其中 $\mathbf{e}(n)$ 是 $M \times 1$ 的预测误差矢量, \mathbf{I}_M 为 $M \times M$ 的单位阵, \mathbf{P}_{N-1} 是 $M \times M(N-1)$ 的系数矩阵. 极小化预测误差的方差, 可得如下优化问题:

$$\min_{\mathbf{P}_{N-1}} \text{tr}(E[\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n)^H]) = \min_{\mathbf{P}_{N-1}} \text{tr}\{[\mathbf{I}_M - \mathbf{P}_{N-1}]\mathbf{R}[\mathbf{I}_M - \mathbf{P}_{N-1}]^H\} \tag{6}$$

由上述优化问题可得^[4]:

$$\mathbf{E} = \min_{\mathbf{P}_{N-1}} E[\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n)^H] = \sigma_s^2 \mathbf{h}(0)\mathbf{h}^H(0) \tag{7}$$

可见, 预测误差的协方差阵 \mathbf{E} 的每一列都正比于 $\mathbf{h}(0)$, 因此可由式 (7) 估计 $\mathbf{h}(0)$.

(2) 用 $\mathbf{y}_N(n)$ 预测 $\mathbf{y}_N(n-d)$

$$\min_{\mathbf{P}_N} \text{tr}\{E[\mathbf{J}(n)\mathbf{J}(n)^H]\}, \quad \mathbf{J}(n) = \mathbf{y}_N(n-d) - \mathbf{P}_N\mathbf{y}_N(n)$$

其中 $\mathbf{J}(n)$ 是 $MN \times 1$ 的预测误差矢量, \mathbf{P}_N 是 $MN \times MN$ 的系数矩阵. 可以证明^[4], 延迟为 d 和延迟为零的均衡器满足

$$\mathbf{f}_d = \mathbf{f}_0\mathbf{P}_N \tag{8}$$

在线性预测 (1) 中, 令 $\text{tr}(E[\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n)^H])$ 对系数矩阵的偏导数等于零可得如下正规方程:

$$[\mathbf{I}_M - \mathbf{P}_{N-1}]\mathbf{R} = [\mathbf{E} \quad \mathbf{0} \cdots \mathbf{0}] \tag{9}$$

令 $\mathbf{R} = [\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{R}_2]$, \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 分别为 \mathbf{R} 的前 M 列和后 $M(N-1)$ 列, 则有

$$[\mathbf{I}_M - \mathbf{P}_{N-1}]\mathbf{R}_1 = \mathbf{E} \tag{10}$$

由文献 [3] 中的式 (32) 可知, 延迟为 d 的 MMSE 均衡器满足

$$\mathbf{R}^* \mathbf{f}_d^T = \sigma_s^2 \mathbf{H}^*(:, d+1) \tag{11}$$

其中 σ_s^2 是符号序列的方差, $\mathbf{H}(:, d+1)$ 表示矩阵 \mathbf{H} 的第 $d+1$ 列。上标 * 和 T 分别表示共扼和转置。对式 (11) 转置可得

$$\sigma_s^2 \mathbf{H}^H(:, d+1) = f_d E(\mathbf{y}_N \mathbf{y}_N^H)^H = f_d \mathbf{R} \quad (12)$$

因而, 延迟为零的 MMSE 均衡器满足

$$\mathbf{f}_0 \mathbf{R} = \sigma_s^2 \mathbf{H}^H(:, 1) = \sigma_s^2 [\mathbf{h}^H(0) \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \quad (13)$$

利用 \mathbf{R} 的分块表示可得

$$\mathbf{f}_0 \mathbf{R}_1 = \sigma_s^2 \mathbf{h}^H(0) \quad (14)$$

由式 (10) 和式 (14) 可得

$$\mathbf{f}_0 \mathbf{R}_1 = \sigma_s^2 \mathbf{h}^H(0) \mathbf{E}^{-1} \mathbf{E} \quad (15)$$

$$\mathbf{f}_0 = \sigma_s^2 \mathbf{h}^H(0) \mathbf{E}^{-1} [\mathbf{I}_M \quad - \mathbf{P}_{N-1}] \quad (16)$$

利用线性预测方法, 很容易得到自适应均衡算法。本文采用收敛速度较快的递推最小二乘算法。首先作线性预测 (1), 计算 \mathbf{P}_{N-1} 并利用预测误差的协方差阵估计 $\mathbf{h}(0)$, 由 (16) 式计算 \mathbf{f}_0 。然后作线性预测 (2), 计算 \mathbf{P}_N , 由式 (8) 得到延迟为 d 的 MMSE 均衡器脉冲响应 \mathbf{f}_d 。

整个自适应均衡算法可归纳为

(1) 初始化

$\mathbf{P}_{N-1}(0) = \mathbf{0}_{M \times M(N-1)}$, $\mathbf{D}(0) = \mathbf{0}_{M \times M}$, $\mathbf{Q}_1(0) = \delta_1^{-1} \mathbf{I}_{M(N-1)}$, δ_1 是较小的正常数;

$\mathbf{P}_N(0) = \mathbf{0}_{MN \times MN}$, $\mathbf{Q}_2(0) = \delta_2^{-1} \mathbf{I}_{MN}$, δ_2 是较小的正常数。

(2) 在时刻 $n = 1, 2, \dots$, 计算:

(a) 线性预测 (1)

$$\mathbf{K}_1(n) = \frac{\lambda^{-1} \mathbf{Q}_1(n-1) \mathbf{y}_{N-1}(n-1)}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{y}_{N-1}^H(n-1) \mathbf{Q}_1(n-1) \mathbf{y}_{N-1}(n-1)}, \quad \mathbf{e}(n) = \mathbf{y}(n) - \mathbf{P}_{N-1} \mathbf{y}_{N-1}(n),$$

$$\mathbf{P}_{N-1}(n) = \mathbf{P}_{N-1}(n-1) + \mathbf{e}(n) \mathbf{K}_1^H(n),$$

$$\mathbf{Q}_1(n) = \lambda^{-1} \mathbf{Q}_1(n-1) - \lambda^{-1} \mathbf{K}_1(n) \mathbf{y}_{N-1}^H(n-1) \times (n-1) \mathbf{Q}_1(n-1).$$

(b) 计算延迟为零的 MMSE 均衡器脉冲响应 \mathbf{f}_0

$$\mathbf{D}(n) = \lambda \mathbf{D}(n-1) + \mathbf{e}(n) \mathbf{e}^H(n),$$

如果 $\lambda = 1$, $\mathbf{U}(n) = \mathbf{D}(n)/n$; 如果 $\lambda \neq 1$, $\mathbf{U}(n) = (1 - \lambda) \mathbf{D}(n)$,

$\mathbf{f}_0 = \sigma_s^2 \mathbf{u}^H(n) \mathbf{U}^{-1} [\mathbf{I}_M \quad - \mathbf{P}_{N-1}]$ 。其中 $\mathbf{u}(n)$ 是 $\mathbf{U}(n)$ 的具有最大范数的列。

(c) 线性预测 (2)

$$\mathbf{K}_2(n) = \frac{\lambda^{-1} \mathbf{Q}_2(n-1) \mathbf{y}_N(n)}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{y}_N^H(n) \mathbf{Q}_2(n-1) \mathbf{y}_N(n)}, \quad \mathbf{J}(n) = \mathbf{y}_N(n-d) - \mathbf{P}_N \mathbf{y}_N(n),$$

$$\mathbf{P}_N(n) = \mathbf{P}_N(n-1) + \mathbf{J}(n) \mathbf{K}_2^H(n), \quad \mathbf{Q}_2(n) = \lambda^{-1} \mathbf{Q}_2(n-1) - \lambda^{-1} \mathbf{K}_2(n) \mathbf{y}_N^H(n) \mathbf{Q}_2(n-1).$$

(d) 计算延迟为 d 的 MMSE 均衡器脉冲响应 \mathbf{f}_d : $\mathbf{f}_d = \mathbf{f}_0 \mathbf{P}_N(n)$ 。

由于采用了递推最小二乘算法, 因此每次迭代的计算复杂度正比于 $(MN)^2$ 。遗忘因子 λ 是 0 到 1 之间的常数, 可使算法自适应地跟踪信道的变化。 $\mathbf{D}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{e}(i) \mathbf{e}^H(i)$, 因此要对 $\mathbf{D}(n)$ 归一化。当 n 较大且 λ 不等于 1 时, $\sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} = 1/(1 - \lambda)$, 故作上述归一化处理。

4 仿真结果

在仿真实验中, 采用方差等于 1 的 16-QAM 信号, 符号估计的均方误差定义为 $MSE = E[|\hat{s}(n) - s(n-d)|^2]$. 噪声为零均值高斯白噪声, 信噪比定义为^[3,4]: $SNR = E[|x(n)|^2] / E[|v(n)|^2]$. 剩余码间干扰定义为^[3,4]

$$ISI = \left[\sum_n |g(n)|^2 - \max |g(n)|^2 \right] / \max |g(n)|^2, \quad g(n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{L_f} g_i(j) h_i(n-j)$$

信道的多相位脉冲响应分别是^[6]

$$\begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.049 + 0.359i & 0.482 - 0.569i & -0.556 + 0.587i & 1 & -0.171 + 0.061i \\ 0.443 - 0.0364i & 1 & 0.921 - 0.194i & 0.189 - 0.208i & -0.087 - 0.054i \\ -0.221 - 0.322i & -0.199 + 0.918i & 1 & -0.284 - 0.524i & 0.136 - 0.19i \\ 0.417 + 0.03i & 1 & 0.873 + 0.145i & 0.285 + 0.309i & -0.049 + 0.161i \end{bmatrix}$$

因而有 $M = 4, L_h = 4$. 均衡器的阶次选为 $L_f = 4$, 延迟选为 4.

用上述 RLS 算法作 100 次独立的均衡实验后取平均. 图 2, 图 3 和图 4 分别是信噪比等于 25dB, 20dB 和 15dB 时的均方误差曲线 (图中使用了对数坐标). 图中的实线和虚线分别代表 MMSE 均衡器和置零均衡器. 可以看出, MMSE 均衡器的均方误差小于置零均衡器的均方误差. 而且, 信噪比越低, 这种差距越明显. 图 5 是信噪比等于 25dB 时 MMSE 均衡器的剩余码间干扰曲线. 图 6 和图 7 分别是信噪比等于 25dB 时自适应均衡前后的信号星座图.

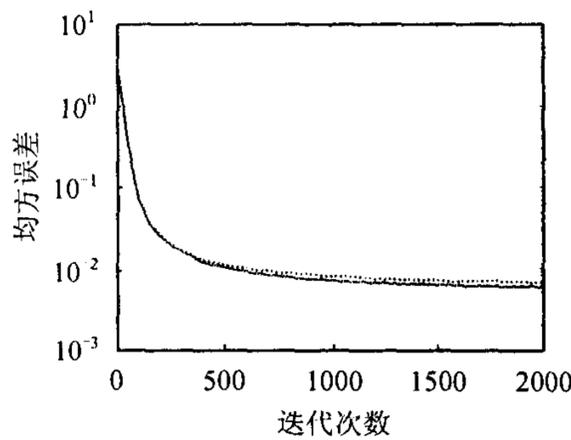


图 2 盲均衡的均方误差 (SNR=25dB)

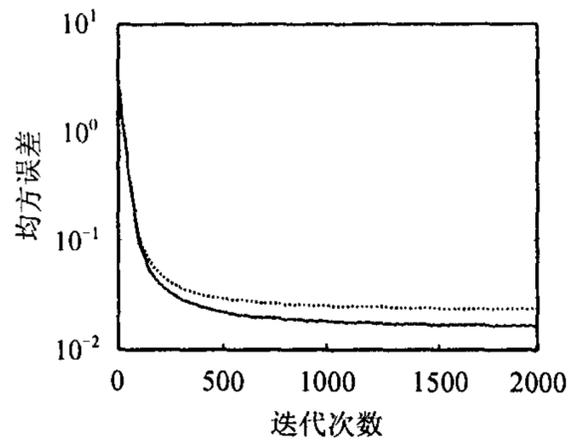


图 3 盲均衡的均方误差 (SNR=20dB)

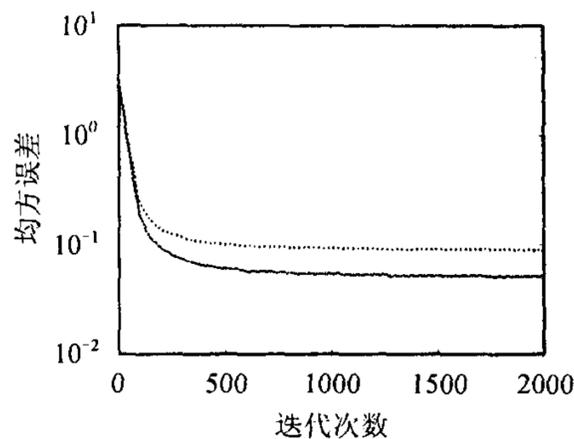


图 4 盲均衡的均方误差 (SNR=15dB)

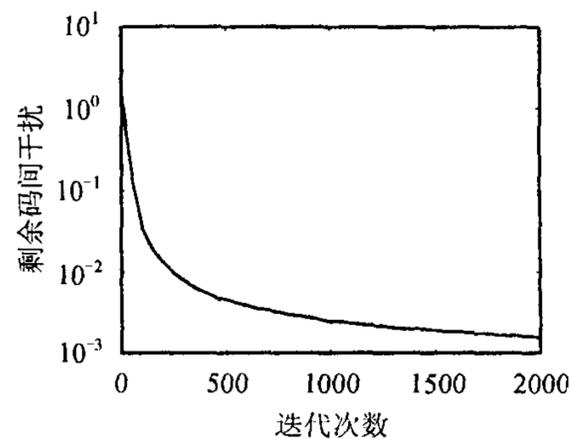


图 5 盲 MMSE 均衡的剩余码间干扰

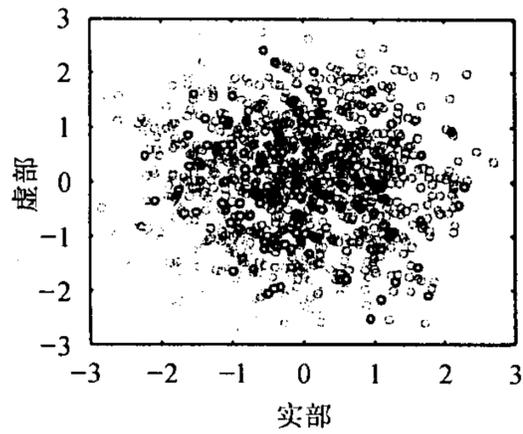


图6 盲MMSE均衡前的信号星座图

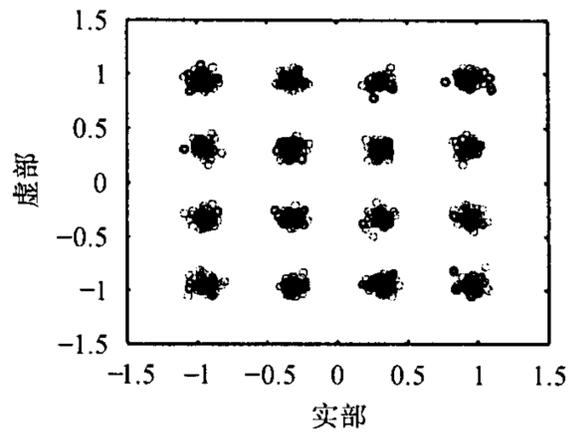


图7 盲MMSE均衡后的信号星座图

5 结论

通过对过采样的接收信号作两次线性预测, 本文给出了一种盲最小均方误差均衡器。该方法直接利用过采样的接收信号作信道均衡, 无需先估计信道的全部脉冲响应。线性预测方法的一个突出优点是可采用各种自适应算法实现自适应均衡。在本文算法中, 有一个 $M \times M$ 的低阶 (M 一般不超过 4) 矩阵求逆运算, 而没有其它许多方法中的伪逆及相关阵的计算, 也没有奇异值分解等复杂的运算。因而, 该算法具有较高的计算效率。计算机仿真实验证明该方法具有较好的均衡性能, 可得到比盲置零均衡器更小的符号估计均方误差。在线性预测 (1) 中需要利用预测误差的协方差阵估计 $\mathbf{h}(0)$, 如果 $\mathbf{h}(0)$ 的各个分量很小, 则会导致较大的估计误差。因此, 该方法适合于 $\mathbf{h}(0)$ 的各个分量不太小的信道均衡。

参 考 文 献

- [1] Porat B, Friedlander B. Blind equalization of digital communication channels using high-order moments. *IEEE Trans. on SP*, 1991, SP-39(2): 522-526.
- [2] Hatzinakos D, Nikias C L. Blind equalization using a tricepstrum based algorithm. *IEEE Trans. on Communications*, 1991, COM-39(5): 669-682.
- [3] Giannakis G B, Halford S D. Blind fractionally spaced equalization of noisy FIR channels: direct and adaptive solutions. *IEEE Trans. on SP*, 1997, SP-45(9): 2277-2292.
- [4] Li X, Fan H. Linear prediction methods for blind fractionally spaced equalization. *IEEE Trans. on SP*, 2000, SP-48(6): 1667-1675.
- [5] Vaidyanathan P P. Multirate digital filters, filter banks, polyphase networks, and application: a tutorial. *Proc. IEEE*, 1990, 78(1): 56-93
- [6] Moulines E, Duhamel P, Cardoso J, Mayrargue S. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters. *IEEE Trans. on SP*, 1995, SP-43(2): 516-525.

张子敬: 男, 1967年生, 副教授, 研究方向为多速率滤波器组的理论与应用、雷达及通信信号处理。

刘 峥: 男, 1964年生, 教授, 研究方向为雷达信号处理。

张林让: 男, 1966年生, 教授, 研究方向为通信及雷达信号处理、电子系统仿真与设计。