

内导体偏置对矩形带状线电容影响的分析*

马西奎

(西安交通大学电气工程系, 西安)

摘要 本文提出了分析计算内导体偏置的矩形屏蔽带状线电容的部分模拟电荷法。电容计算值和实验结果吻合较好。此方法可通过增大级数项数来提高计算精度。

关键词 微波传输线;矩形带状线;部分模拟电荷法

一、引言

要计算矩形屏蔽带状线的特性阻抗 Z_0 , 从公式

$$Z_0 = (\nu_0 C_0)^{-1} = L_0 \nu_0$$

(式中 $\nu_0 = (\sqrt{\mu\epsilon})^{-1}$) 中可知, 首先必须求出其电感 L_0 或电容 C_0 。鉴于计算电容比电感简单, 通常总是求电容 C_0 。有关矩形屏蔽带状线电容的计算已有许多文献^[1-4]进行了论述。然而, 一般都假设内导体对称地置于矩形管壳中。实际上, 由于各种技术原因, 内导体总是偏离于对称位置。因此, 研究由此而引起的对电容 C_0 的影响是显得十分必要了。

1983年, Shibata^[4]等人论述了这方面的研究成果。文中假设了内导体带的厚度等于零, 显然这是不符合实际的。实际的矩形屏蔽带状线, 内导体带都有一定的厚度, 若一律用零厚度的计算公式, 理论值将小于实际值。因此, 讨论非零厚度的问题具有实际意义。

本文研究内导体偏置时, 矩形屏蔽带状线的电容计算问题, 以给工程设计提供有效的分析方法。

二、分析计算方法

内导体偏置的矩形屏蔽带状线的横截面如图1所示。设内导体带的宽度和厚度分别为 $2w$ 和 t , 电位 $\varphi_i = 1V$; 矩形管壳的电位 $\varphi_0 = 0V$ 。

当求取电容 C_0 时, 必须先知道传输线横截面内的电场分布。根据模拟电荷法原理,

* 1986年8月16日收到, 1987年9月28日修改定稿。

可用位于导体内部的若干个虚设的离散电荷等效替代连续分布在电极表面的电荷。这里, 我们用置于内导体带内的一组虚设的线电荷来等效替代内导体表面上连续分布的电荷(图 2)。此时, 矩形屏蔽线横截面内的电场即为这一组虚设的电荷和矩形管壳上分布的面电荷所共同产生的。

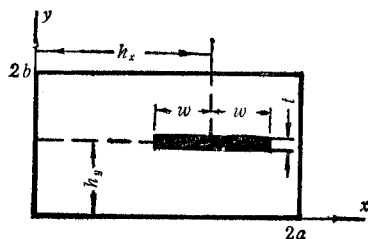


图 1 屏蔽线横截面

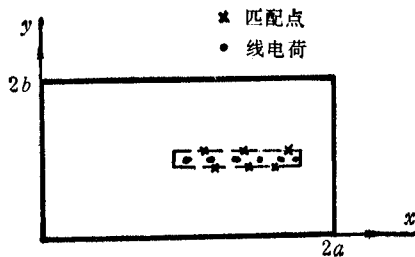


图 2

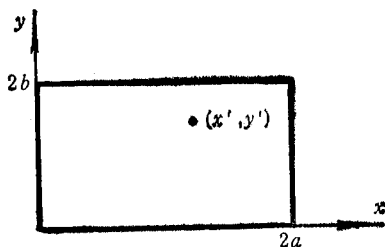


图 3

1. 矩形管中单根线电荷 τ 的电位分布

为了得到上述虚设线电荷组在导电管壳中的电位分布, 先研究一根线电荷 τ 的情况(图 3)。此问题可归结为如下定解问题:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} &= -\frac{\tau}{\varepsilon} \delta(x-x')\delta(y-y') \\ \varphi &= 0, \quad x=0 \text{ 或 } x=2a, \quad 0 \leq y \leq 2b \\ \varphi &= 0, \quad y=0 \text{ 或 } y=2b, \quad 0 \leq x \leq 2a \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

设电位 φ 解的形式为

$$\varphi(x, y) = \sum_m f_m(x) g_m(y) \quad (2)$$

考虑到在 $x=0, 2a$ 处的边界条件, 选择

$$f_m(x) = \sin K_m x$$

其中 $K_m = \frac{m\pi}{2a}$ 。把它代入 (1) 式得

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{d^2 g_m}{dy^2} - K_m^2 g_m \right) \sin K_m x = -\frac{\tau}{\varepsilon} \delta(x-x')\delta(y-y') \quad (3)$$

上式两边乘以 $\sin K_m x$ 并对 x 积分, 有

$$a \left[\frac{d^2 g_m}{dy^2} - K_m^2 g_m \right] = -\frac{\tau}{\varepsilon} \sin K_m x' \delta(y - y') \quad (4)$$

对于 $y \neq y'$, 有

$$\frac{d^2 g_m}{dy^2} - K_m^2 g_m = 0$$

为了满足 $y = 0, 2b$ 处的边界条件, 取

$$\left. \begin{aligned} g_m(y) &= A_m \operatorname{sh} K_m y, \quad y < y' \\ g_m(y) &= B_m \operatorname{sh} K_m (2b - y), \quad y > y' \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

研究(4)式可见, 如 g'_m 在 y' 点有 δ 函数的性质, 则 g'_m 将相应于一阶跃函数(在 y' 点)。因此 g_m 在 y' 点是连续的, 但是有一个不连续的斜率。

为了确定 g'_m 在 y' 点上不连续的量值, 可对(4)式在区间 $y' - \lambda < y < y' + \lambda (\lambda \rightarrow 0)$ 上积分。由于 g_m 在 y' 是连续的, 可应用结果

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \int_{y' - \lambda}^{y' + \lambda} g_m(y) dy = \lim_{\lambda \rightarrow 0} 2\lambda g_m(y') = 0$$

这样

$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow 0} a \int_{y' - \lambda}^{y' + \lambda} g''_m dy &= a g'_m \Big|_{y' - \lambda}^{y' + \lambda} = -\frac{\tau}{\varepsilon} \sin K_m x' \int_{y' - \lambda}^{y' + \lambda} \delta(y - y') dy \\ &= -\frac{\tau}{\varepsilon} \sin K_m x' \end{aligned}$$

从而给出 g'_m 在 y' 点的突变为

$$g'_m \Big|_{y' - \lambda}^{y' + \lambda} = -\frac{\tau}{a\varepsilon} \sin K_m x' \quad (6)$$

由(5)和(6)两式有

$$-A_m K_m \operatorname{ch} K_m y' - B_m K_m \operatorname{ch} K_m (2b - y') = -\frac{\tau}{a\varepsilon} \sin K_m x'$$

$$A_m \operatorname{sh} K_m y' = B_m \operatorname{sh} K_m (2b - y')$$

解此两联立方程, 得

$$A_m = \frac{\tau}{a\varepsilon K_m} \operatorname{sh} K_m (2b - y') \sin K_m x' / \operatorname{sh} 2b K_m$$

$$B_m = \frac{\tau}{a\varepsilon K_m} \operatorname{sh} K_m y' \sin K_m x' / \operatorname{sh} 2b K_m$$

因此, 矩形管壳中的电位分布为

$$\varphi(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\tau}{a\varepsilon K_m} \frac{\sin K_m x \sin K_m x'}{\operatorname{sh} 2b K_m} \begin{cases} \operatorname{sh} K_m y \operatorname{sh} K_m (2b - y'), & y \leq y' \\ \operatorname{sh} K_m y' \operatorname{sh} K_m (2b - y), & y \geq y' \end{cases} \quad (7)$$

2. 矩形屏蔽带状线的电位分布

将内导体带表面上连续分布的面电荷用 n 个离散的线电荷 $\tau_i (i = 1, \dots, n)$ 替代(图2)。当给定各个 τ_i 的大小后, 利用迭加原理和(7)式可得矩形屏蔽带状线横截面内的

电位分布为

$$\varphi(x, y) = \sum_{i=1}^n \tau_i \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{a \varepsilon K_m} \frac{\sin K_m x \sin K_m x_i}{\operatorname{sh} 2b K_m} \right) \times \begin{cases} \operatorname{sh} K_m y \operatorname{sh} K_m (2b - y_i), & y \leq y_i \\ \operatorname{sh} K_m y_i \operatorname{sh} K_m (2b - y), & y \geq y_i \end{cases} \quad (8)$$

为了确定这些虚设的线电荷 $\tau_i (i = 1, \dots, n)$ 的大小, 在内导体带的横截面的周界上取 n 个匹配点(图 2)。此时, 在第 j 个匹配点上电位

$$\varphi_j(x_j, y_j) = \sum_{i=1}^n \tau_i \left(\sum_{m=1}^N \frac{1}{a \varepsilon K_m} \frac{\sin K_m x_j \sin K_m x_i}{\operatorname{sh} 2b K_m} \right) \times \begin{cases} \operatorname{sh} K_m y_j \operatorname{sh} K_m (2b - y_i), & y_j \leq y_i \\ \operatorname{sh} K_m y_i \operatorname{sh} K_m (2b - y_j), & y_j \geq y_i \end{cases} \quad (9)$$

式中 (x_j, y_j) 和 (x_i, y_i) 分别是匹配点 j 和线电荷 τ_i 的坐标。注意, 我们只取了(8)式中级数的前 N 项。

显然, 在匹配点处应有

$$\varphi_j(x_j, y_j) = 1, \quad (j = 1, \dots, n)$$

如果对每一个匹配点分别应用(9)式, 便可得一含未知量线电荷 τ_i 的方程组, 写成矩阵形式, 有

$$[A][\tau] = [u] \quad (10)$$

式中 $[A]$ 为 n 阶方阵, 其中各元素为

$$a_{ji} = \sum_{m=1}^N \frac{1}{a \varepsilon K_m} \frac{\sin K_m x_j \sin K_m x_i}{\operatorname{sh} 2b K_m} \begin{cases} \operatorname{sh} K_m y_j \operatorname{sh} K_m (2b - y_i), & y_j \leq y_i \\ \operatorname{sh} K_m y_i \operatorname{sh} K_m (2b - y_j), & y_j \geq y_i \end{cases} \quad (11)$$

而

$$[\tau] = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T, \quad [u] = [1, 1, \dots, 1]^T$$

解方程(10)即得各线电荷密度 $\tau_i (i = 1, \dots, n)$ 。

3. 电容 C_0 的计算

由高斯通量定理可知, 内导体带单位长度上的总电荷

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n \tau_i.$$

又知传输线内、外导体间的电位差 $u = \varphi_i - \varphi_0 = 1V$, 根据电容的定义, 有

$$C_0 = \frac{Q}{u} = \sum_{i=1}^n \tau_i \quad (12)$$

从上式可见, 电容 C_0 的精度直接受 τ_i 计算精度的影响。

4. 方法的计算机实现

我们编写了上述方法的计算程序, 其框图如图 4 所示。

实际计算时, 输入矩形屏蔽带状线的截面尺寸 a 、 b 、 w 、 t 、 h_x 和 h_y ; 模拟线电荷的坐标、数目和匹配点的坐标。任给一初值 N , 求得一电容 C_0 值后, 计算机自动对 N 增值

(步长由使用者定)再进行下一次运算,并将新结果与前一次结果进行比较。如果达到所需精度,即终止运行,输出结果;反之,则继续对 N 增值,直至达到要求。

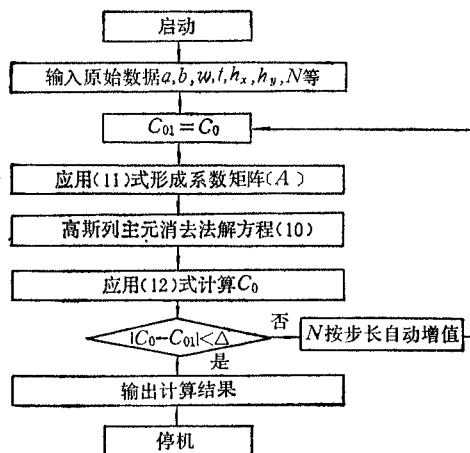


图4 计算框图

荷在两边缘处较为密集,而中间较为稀疏,这样使得与实际的电荷分布较为接近。实际计算表明这样的处理是有效的。

值得指出:如果当 N 较大时,还不能达到所需精度,此时,可通过适当修正模拟电荷或匹配点的位置来解决。如果又要提高计算的稳定性和精度,可用 QU 分解法和采用双精度型数组求解代数方程组(10)。

本文在模拟电荷位置的配置上,考虑到屏蔽线内导体带的厚度一般远小于宽度($t \ll 2w$),因此,将线电荷 τ_i 沿宽度方向分布于其中心线上;再之,因内导体带边缘处电场较为集中,所以模拟电

三、计算和实验结果

应用上述方法进行了计算,结果如图5和图6所示。在实际计算中,模拟电荷的数目一般取 $n = 15-25$,即可与文献[8]中的结果得到较好的吻合。

本文方法的优点在于不受矩形屏蔽带状线截面尺寸的限制,而文献[8]则假设了($w, b, t \gg h, g$);拐角处电场是均匀的,且各拐角处的畸变场互不影响。在这样的假设条件下,将电容 C_0 看作图7所示的各个电容之和($C_0 = 2(C_1 + C_2) + 4(C_{f1} + C_{f2})$)。其中 C_1 和 C_2 为内导体沿宽度方向和管壳壁所构成的平板电容器的电容; C_{f1} 和 C_{f2} 为拐角处的附加边缘电容(由电场畸变所引起),它仅与内、外导体的间隙尺寸 g 和 h 有关。显然,文献[8]的处理方法会引起较大的误差,而且这种误差是难以改善的。但本文的方法则可

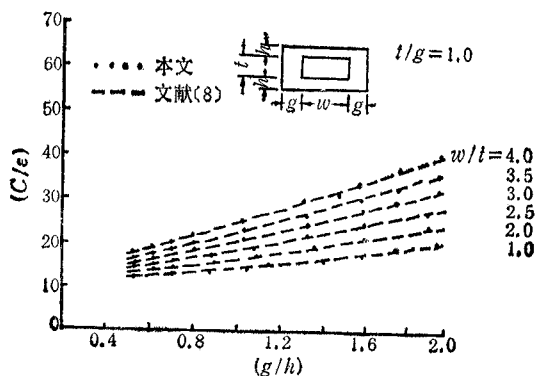


图5 计算结果

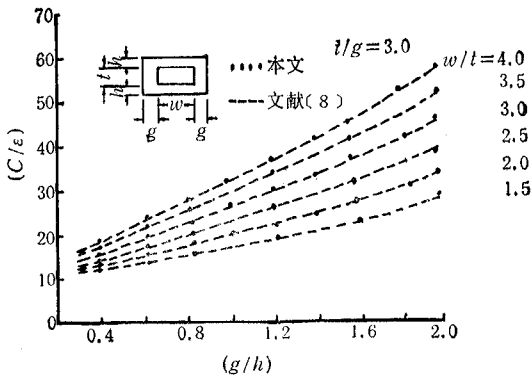


图 6 计算结果

通过适当调整模拟电荷的位置、数目和增大级数的项数 N 来提高计算精度。

为了进一步验证方法的正确性,用导电纸静电模拟的方法^[9]进行了实测,结果见表 1。

对于图 1 所示的非对称问题,本文的计算结果如表 2 所示。当 $b/a=0.25$, $w/b=0.4$,

表 1 计算与实测结果对比

图 例	$2w$	t	h	g_1	g_2	C_0/ϵ	
						本文	实测值
	0.05	0.04	0.01	0.02	0.01	17.6	18.5
	0.1	0.04	0.01	0.02	0.01	26.4	28.4
	0.2	0.04	0.02	0.04	0.02	24.8	26.2

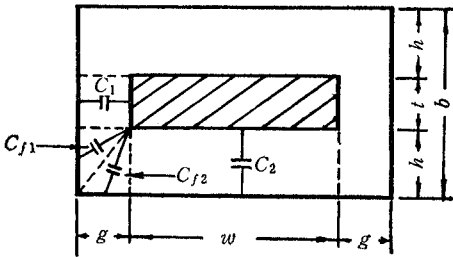


图 7 对称屏蔽线(图中 b 应为 $2b$)

表 2 非对称矩形带状线 $\frac{C_0}{\epsilon}$ 的计算结果 ($\frac{b}{a}=0.25$, $\frac{w}{b}=0.4$)

h_x/a	1.125				1.250				1.375			
h_y/b	1.000	1.100	1.200	1.300	1.100	1.200	1.300	1.400	1.100	1.200	1.300	1.400
$t/b=0.4$	4.744	4.785	4.914	5.157	4.772	4.902	5.144	5.551	4.757	4.887	5.127	5.533
$t/b=0.1$	4.124	4.150	4.231	4.376	4.136	4.217	4.361	4.591	4.115	4.195	4.339	4.567

表 3 内圆外方同轴线的特性阻抗值

R/a	0.05	0.10	0.20	0.40	0.60
$Z_{\max}(\Omega)$ [文11]	186.00	144.39	102.74	60.96	36.31
$Z_0(\Omega)$ [文 12]	184.15	142.59	101.03	59.48	35.15
$Z_0(\Omega)$ [文 13]	184.04	142.49	100.93	59.37	35.07
$Z_0(\Omega)$ [本文]	184.30	142.72	101.13	59.54	35.21

$t/b = 0.4$, $h_x/a = 1.0$ 和 $h_y/b = 1.0$ 时, 文献 [10] 的计算值 $Z_0 = 79.03\Omega$, 本文的计算值 $Z_0 = 79.29\Omega$.

本文所述方法也可用于计算内导体截面为任意形状的矩形线的电容。例如, 表 3 列出了内圆外方同轴线的特性阻抗 Z_0 的计算值。其中, R 是内导体的半径、 $2a$ 是正方形外导体的边长。

四、结 论

(1) 本文提出的部分模拟电荷法不仅适用于内导体为带状的矩形屏蔽线; 而且对于内导体截面为任意形状的矩形屏蔽线仍然有效。

(2) 与 Shibata 方法相比, 有着不受内导体带厚度为零假设条件的限制的优点; 在相同精度要求下, 模拟电荷数目较少, 这样可以减少对计算机的内存要求和节约 CPU 时间。

(3) 由于求解的直接变量是线电荷密度 τ_i , 因此, 避免了利用有限元法求极板处的电场强度(或电荷密度)时所易引起的最大误差。而且, 避免了有限元法所需的大量初始数据, 显得简单方便, 有着一定的工程应用价值。

(4) 电容 C_0 的计算精度不仅与模拟电荷的位置、数目 n 有关, 而且还与级数的项数 n 的大小有关。

参 考 文 献

- [1] S. B. Chon, *IRE Trans on MTT*, **MTT-3**(1955), 29—38.
- [2] J. C. Tippet, D. C. Chang, *IEEE Trans on MTT*, **MTT-26**(1978), 876—883.
- [3] G. M. Anderson, *AIEE Trans.*, **69**(1950), 728—731.
- [4] H. Shibata, *IEEE Trans on MTT*, **MTT-31**(1983), 385—391.
- [5] H. J. Riblet, *IEEE Trans on MTT*, **MTT-27**(1979), 294—298.
- [6] H. Shibata, *IEEE Trans of MTT*, **MTT-30**(1982), 1264—1267.
- [7] 马西奎, 电子科学学刊, **8**(1986), 309—316.
- [8] T. Chen, *IRE Trans on MTT*, **MTT-8**(1960), 510—519.
- [9] 宁超, 电工基础实验指导书, 高等教育出版社, 1986, 第99页.
- [10] 周文表, 电子科学学刊, **8**(1986), 389—396.
- [11] 潘生根, 中国科学(A 辑), 1986年, 第9期, 第999页.
- [12] W. Lin, *IEEE Trans on MTT*, **MTT-30**(1984), 1981—1988.
- [13] 曾令儒, 中国科学(A 辑), 1983年, 第4期, 第357页.

ANALYSIS OF EFFECT ON THE CAPACITANCE OF RECTANGULAR COAXIAL LINE WITH OFFSET INNER CONDUCTOR

Ma Xikui

(*Xi'an Jiaotong University, Xi'an*)

ABSTRACT The partial charge-simulation method is presented for calculating the capacitance of the rectangular coaxial line with offset inner conductor. The capacitance calculated using this method is in good agreement with the experimental results. The method can improve the accuracy by increasing the number N of the series.

KEY WORDS Microwave transmission line; Rectangular coaxial line; Partical charge-simulation method