

一种纯方位多目标跟踪的联合多高斯混合概率假设密度滤波器

薛 昱 冯西安*

(西北工业大学航海学院 西安 710072)

摘 要: 现有的多模型-高斯混合-概率假设密度(MM-GM-PHD)滤波器被广泛用于不确定机动目标跟踪,但它不能在不同模型下保持并行的估计,导致各模型的似然值滞后于目标机动。为此,该文提出一种联合多高斯混合概率假设密度(JMGM-PHD)滤波器,并将其用于纯方位多目标跟踪。首先,推导了JMGM模型,其中每个单目标状态估计由一组并行的、带模型概率的高斯函数描述,该状态估计的概率由一个非负的权重来表征。一组权重、模型概率、均值和协方差被统称为JMGM分量。根据贝叶斯规则,推导了JMGM分量的更新方法。然后,利用JMGM模型近似多目标PHD。根据交互式多模型(IMM)规则,推导出JMGM分量的交互、预测和估计方法。将所提JMGM-PHD滤波器应用于纯方位跟踪(BOT)时,针对同时执行平移和旋转的观测站,基于复合函数求导规则推导出一种计算线性化观测矩阵的方法。所提JMGM-PHD滤波器保持了单模型PHD滤波器的形式,但能够自适应地跟踪不确定机动目标。仿真结果表明, JMGM-PHD滤波器克服了似然值滞后于目标机动的问题,在跟踪精度和计算成本方面均优于MM-GM-PHD滤波器。

关键词: 不确定机动目标跟踪; 概率假设密度滤波器; 交互多模型; 平移和旋转; 纯方位跟踪

中图分类号: TN911.7; TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2024)11-4295-10

DOI: [10.11999/JEIT240201](https://doi.org/10.11999/JEIT240201)

Joint Multi-Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density Filter for Bearings-only Multi-target Tracking

XUE Yu FENG Xi'an

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The Multi-Model Gaussian Mixture-Probability Hypothesis Density (MM-GM-PHD) filter is widely used in uncertain maneuvering target tracking, but it does not maintain parallel estimates under different models, leading to the model-related likelihood lagging behind unknown target maneuvers. To solve this issue, a Joint Multi-Gaussian Mixture PHD (JMGM-PHD) filter is proposed and applied to bearings-only multi-target tracking in this paper. Firstly, a JMGM model is derived, where each single-target state estimate is described by a set of parallel Gaussian functions with model probabilities, and the probability of this state estimate is characterized by a nonnegative weight. The weights, model-related probabilities, means and covariances are collectively called JMGM components. According to the Bayesian rule, the updating method of the JMGM components is derived. Then, the multi-target PHD is approximated using the JMGM model. According to the Interactive Multi-Model (IMM) rule, the interacting, prediction and estimation methods of the JMGM components are derived. When addressing Bearings-Only Tracking (BOT), a method based on the derivative rule for composite functions is derived to compute the linearized observation matrix of observers that simultaneously performs translations and rotations. The proposed JMGM-PHD filter preserves the form of regular single-model PHD filter but can adaptively track uncertain maneuvering targets. Simulations show that our algorithm overcomes the likelihood lag issue and outperforms the MM-GM-PHD filter in terms of tracking accuracy and computation cost.

Key words: Uncertain maneuvering target tracking; Probability Hypothesis Density (PHD) filter; Interactive Multi-Model (IMM); Translation and rotation; Bearings-Only Tracking (BOT)

收稿日期: 2024-03-25; 改回日期: 2024-09-29; 网络出版: 2024-10-12

*通信作者: 冯西安 fengxa@nwpu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(62071386)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (62071386)

1 引言

多目标跟踪(Multiple Target Tracking, MTT)旨在利用观测数据来估计多个动态目标的运动特征。目前,大量的研究聚焦于具有时变目标数的MTT场景^[1]。

随机有限集(Random Finite Set, RFS)理论已成为建模和解决目标数时变MTT问题的有力工具。然而,基于RFS的最优贝叶斯滤波器涉及难以处理的集合积分。为克服这个问题,研究者提出了几种最优滤波器的替代方案,统称为RFS滤波器。Mahler^[2]首先提出概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD)滤波器和势化PHD(Cardinalized PHD, CPHD)滤波器^[3],它们传播多目标RFS密度的矩。势平衡多目标多伯努利(Cardinality Balanced Multi-target Multi-Bernoulli, CBMeMBer)滤波器利用多伯努利参数集直接近似多目标密度^[4]。此外,还有一些滤波器可获取航迹信息,如标签多伯努利(Labeled Multi-Bernoulli, LMB)滤波器^[5]。在RFS滤波器中,PHD滤波器最直观且计算量最小,在将RFS理论应用于新方法时,PHD滤波器常是首选的滤波方法^[6,7]。为进一步减轻计算负担,RFS滤波器可由高斯混合(Gaussian Mixture, GM)模型^[8-11]和序列蒙特卡罗(Sequential Monte Carlo, SMC)模型^[12-15]来实现。

上述滤波器是针对非机动目标推导的。为跟踪多个机动目标,常引入多模型方法。现有的多模型可分为广义伪贝叶斯(Generalized Pseudo-Bayesian, GPB)模型^[16]和交互多模型(Interactive Multi-Model, IMM)^[17]。GPB模型将各模型的估计合并为一个,并不维持并行的状态估计。由于未记录各模型估计间的差异,GPB模型中似然值常滞后于目标机动。IMM在不同的模型下递推并行的状态估计,且各模型的估计会根据1阶马尔可夫链进行交互。可以证明,IMM方法优于GPB方法^[18]。文献^[19]提出了一种多模型PHD滤波器,各模型的PHD在预测前进行混合,以增强对目标机动的适应性。文献^[20]将CPHD滤波器扩展到IMM结构下。对于CBMeMBer和LMB滤波器,多数研究将多目标状态密度建模为状态和模型的2元函数^[21,22],还有一些多模型快速算法为每个状态估计分配一个模型概率向量^[23]。然而,以MM-GM-PHD滤波器为例^[19],现有的多模型RFS滤波器不能在不同的模型下保持并行的估计,并且采用GPB而不是最优IMM方式来处理状态估计。因而,各模型似然值的变化常滞后于目标机动。

RFS滤波器已成功应用于搭载被动传感器的纯

方位跟踪(Bearings-Only Tracking, BOT)任务中^[24,25]。为满足目标可观测性,搭载传感器的观测站需执行一定的运动,如文献^[25]中的S形运动。此时,观测数据和状态估计不在同一坐标系中。一种常见的处理方法是利用非线性卡尔曼滤波来计算线性化的观测矩阵^[26],该方法要求滤波估计的目标状态与观测模型的状态变量相同。然而,当观测站同时执行平移和旋转时,这一要求不再满足。目前,大多数研究只考虑了观测站的平移,而忽略了同等重要的旋转。

本文推导出一种纯方位多目标跟踪的联合多高斯混合-概率假设密度(Joint Multi-Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density, JMGM-PHD)滤波器。其中,每个状态估计由一组具有模型概率的高斯函数描述,这一估计的概率由一个非负权重表征。本文提供了JMGM模型参数的交互、预测、更新和估计的方法。将所提算法应用于BOT时,基于复合函数求导规则推导出一种线性化观测矩阵的计算方法,并解决了JMGM分量的错误合并问题。仿真结果表明,所提JMGM-PHD滤波器克服了似然滞后问题,在跟踪性能和计算成本方面均优于现有的MM-GM-PHD滤波器。

2 问题背景及模型

根据RFS理论,时变数目的机动目标状态和量测可建模为两个随机集合 $\mathbf{X}_k$ 和 $\mathbf{Z}_k$ 。贝叶斯滤波器旨在计算多目标状态密度 $p(\mathbf{X}|m, \mathbf{Z}_{1:k})$,其中 $\mathbf{X}$ 是多目标状态RFS变量, $\mathbf{Z}_{1:k} = \cup_{i=1}^k \mathbf{Z}_i$, $m = 1, 2, \dots, N$ 是模型假设, N 是可能的模型数。为避免集合积分,多模型PHD滤波器递推多目标密度的一阶矩,记为 $v_k(\mathbf{x}|m)$ 。

在文献^[19]提出的多模型PHD滤波器中,各模型的PHD按照式(1)进行混合和预测

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}|m) = \left\langle \sum_{n=1}^N u_{mn} v_{k-1}(\cdot, n), p_{k|k-1}(\mathbf{x}|\cdot, m) \right\rangle \quad (1)$$

其中, u_{mn} 为模型 n 到 m 的马尔可夫转移概率, v_{k-1} 为上一时刻的PHD, $p_{k|k-1}(\mathbf{x}|\cdot, m)$ 为模型- m 的状态转移密度, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 是内积操作。

其余操作与常规单模型PHD滤波器相同。当前时刻的后验PHD是这些模型PHD之和,即

$$v_k(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^N v_k(\mathbf{x}|m) \quad (2)$$

其中, $v_k(\mathbf{x}|m)$ 是当前时刻模型- m 的后验PHD。

当用GM模型实现多模型PHD滤波器时,条件

PHD v_{k-1} 被近似为 J_{k-1} 个带模型标签的高斯分量 (Gaussian Component, GC), 即

$$v_{k-1}(\mathbf{x}|m) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1,i}(m) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1,i}(m), \mathbf{P}_{k-1,i}(m)) \quad (3)$$

其中, $\omega_{k-1,i}(m)$, $\mathbf{m}_{k-1,i}(m)$ 和 $\mathbf{P}_{k-1,i}(m)$ 分别是构成第 i 个 GC 的权重、均值和协方差, 且用模型 m 标记。

图1展示了没有漏检和目标新生情况下GC的一次迭代。红色、蓝色和灰色矩形分别代表模型1, 2和3标记的GC。符号 “ $\times u_{mn}$ ” 表示GC的复制, 其权重乘以马尔可夫转移概率 u_{mn} (为简洁起见, 图1只绘制了红色矩形的复制)。

在剪枝和合并阶段, 权重过小的GC会被丢弃, 相似的GC会被合并, 这意味着滤波器无法在不同的模型下保持并行的估计。实际上, MM-GM-PHD滤波器以GPB方式递推GC, 而不是最优的IMM方式。因此, MM-GM-PHD滤波器的似然常滞后于目标机动。

3 JMGM-PHD滤波器

本节提出一种可表达多峰强度函数的JMGM模型, 然后利用JMGM模型实现PHD滤波器。

3.1 联合多高斯混合模型

设 $v(\mathbf{x})$ 为多峰强度函数, 可表示为

$$v(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^J \omega^{(i)} v_i(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^J \omega^{(i)} \sum_{m=1}^N u^{(i,m)} \cdot \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}^{(i,m)}, \mathbf{P}^{(i,m)}) \quad (4)$$

其中, $\mathbf{m}^{(i,m)}$ 和 $\mathbf{P}^{(i,m)}$ 是目标状态 $\mathbf{x}$ 在第 m 个模型下的先验估计, 其先验模型概率为 $u^{(i,m)}$ ($\sum_{m=1}^N u^{(i,m)} = 1$, N 为可能的模型数); $v_i(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^N u^{(i,m)} \cdot \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}^{(i,m)}, \mathbf{P}^{(i,m)})$ 是一个对该目标先验概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 的假设, 且该假设与模型无关, 权重 $\omega^{(i)}$ 表示该PDF假设的先验概率; J 为PDF假设的数量。

当获得观测数据 $\mathbf{z}$ 后, 根据全概率公式, 后验强度函数为

$$\begin{aligned} v(\mathbf{x}|\mathbf{z}) &= \sum_{i=1}^J \omega^{(i)}(\mathbf{z}) v_i(\mathbf{x}|\mathbf{z}) \\ &= \sum_{i=1}^J \omega^{(i)}(\mathbf{z}) \sum_{m=1}^N u^{(i,m)}(\mathbf{z}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}^{(i,m)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}^{(i,m)}(\mathbf{z})) \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{m}^{(i,m)}(\mathbf{z})$ 和 $\mathbf{P}^{(i,m)}(\mathbf{z})$ 是该目标在第 m 个模型下的后验状态估计; $u^{(i,m)}(\mathbf{z})$ 为后验模型概率; $v_i(\mathbf{x}|\mathbf{z})$ 是一个对目标后验PDF的、与模型无关的假设; 权重 $\omega^{(i)}(\mathbf{z})$ 表示该假设的后验概率。

根据贝叶斯规则, 式(6)–式(8)成立

$$\begin{aligned} &\mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}^{(i,m)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}^{(i,m)}(\mathbf{z})) \\ &= \frac{g(\mathbf{z}|\mathbf{x}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}^{(i,m)}, \mathbf{P}^{(i,m)})}{\int g(\mathbf{z}|\mathbf{x}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}^{(i,m)}, \mathbf{P}^{(i,m)}) d\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (6)$$

$$u^{(i,m)}(\mathbf{z}) = \frac{g^{(i,m)}(\mathbf{z}) u^{(i,m)}}{\sum_{m=1}^N g^{(i,m)}(\mathbf{z}) u^{(i,m)}} \quad (7)$$

$$\omega^{(i)}(\mathbf{z}) = \frac{g^{(i)}(\mathbf{z}) \omega^{(i)}}{\sum_{i=1}^J g^{(i)}(\mathbf{z}) \omega^{(i)}} \quad (8)$$

其中, $g(\mathbf{z}|\mathbf{x})$ 为高斯型的量测似然函数; $g^{(i,m)}(\mathbf{z}) = \int g(\mathbf{z}|\mathbf{x}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}^{(i,m)}, \mathbf{P}^{(i,m)}) d\mathbf{x}$ 为第 m 个模型的似然值; $g^{(i)}(\mathbf{z}) = \sum_{m=1}^N u^{(i,m)} g^{(i,m)}(\mathbf{z})$ 是独立于运动模型的似然值。

对于单目标PDF假设 $v_i(\mathbf{x}|\mathbf{z})$, 其状态估计及其误差协方差为

$$\hat{\mathbf{x}}^{(i)} = \int \mathbf{x} \cdot v_i(\mathbf{x}|\mathbf{z}) d\mathbf{x} = \sum_{m=1}^N u^{(i,m)}(\mathbf{z}) \mathbf{m}^{(i,m)}(\mathbf{z}) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(i)} &= \sum_{m=1}^N u^{(i,m)}(\mathbf{z}) [\mathbf{P}^{(i,m)}(\mathbf{z}) \\ &\quad + (\mathbf{m}^{(i,m)}(\mathbf{z}) - \hat{\mathbf{x}}^{(i)}(\mathbf{z}))(\cdot)^T] \end{aligned} \quad (10)$$

任何机动目标状态估计都可用一组参数来描述, 包括权值 $\omega^{(i)}$ 、模型概率 $u^{(i,m)}$ 、均值 $\mathbf{m}^{(i,m)}$ 和协方差 $\mathbf{P}^{(i,m)}$ ($m = 1, 2, \dots, N$), 不同参数组的递推是相互独立的。下文将 $(\omega^{(i)}, (u^{(i,m)}, \mathbf{m}^{(i,m)}, \mathbf{P}^{(i,m)})_{m=1}^N)$



图1 无漏检和目标新生时, 高斯分量的1次迭代

称为JMGM分量,它是JMGM模型中最小的数据处理单元。

3.2 PHD滤波器的实现

设上一时刻的多目标PHD $v_{k-1}(\mathbf{x})$ 可近似为式(11)的JMGM形式

$$v_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} \sum_{m=1}^N u_{k-1}^{(i,m)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,m)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i,m)}) \quad (11)$$

其中, $\omega_{k-1}^{(i)}$ 为第*i*个JMGM分量的权重; $u_{k-1}^{(i,m)}$ 为第*m*个模型的模型概率($m=1,2,\dots,N$, N 为可能的模型数, $\sum_{m=1}^N u_{k-1}^{(i,m)} = 1$), $\mathbf{m}_{k-1}^{(i,m)}$ 和 $\mathbf{P}_{k-1}^{(i,m)}$ 分别为对应的均值和协方差; J_{k-1} 是JMGM分量的数量。

然后,根据式(12)预测PHD

$$\begin{aligned} v_{k|k-1}(\mathbf{x}) &= v_{r,k}(\mathbf{x}) + \langle p_S v_{k-1}(\cdot), p_{k|k-1}(\mathbf{x}|\cdot) \rangle \\ &= \sum_{i=1}^{J_{r,k}} \omega_{r,k}^{(i)} \sum_{m=1}^N u_{r,k}^{(i,m)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{r,k}^{(i,m)}, \mathbf{P}_{r,k}^{(i,m)}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} \sum_{m=1}^N u_{k|k-1}^{(i,m)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{F}_m \mathbf{m}_{k-1}^{(i,0m)}, \\ &\quad \mathbf{F}_m \mathbf{P}_{k-1}^{(i,0m)} \mathbf{F}_m^T + \mathbf{Q}_m) \end{aligned} \quad (12)$$

其中,加号的左侧为新生目标的PHD,对应的权重、模型概率、均值、协方差和JMGM分量数分别为 $\omega_{r,k}^{(i)}$, $u_{r,k}^{(i,m)}$, $\mathbf{m}_{r,k}^{(i,m)}$, $\mathbf{P}_{r,k}^{(i,m)}$ 和 $J_{r,k}$; 加号的右侧为存活目标的PHD, $p_{k|k-1}(\mathbf{x}|\cdot)$ 为状态演化密度, $\mathbf{F}_m$ 和 $\mathbf{Q}_m$ 分别为第*m*个模型的状态转移矩阵和过程噪

声协方差; 预测的模型概率 $u_{k|k-1}^{(i,m)}$ 、交互后的均值 $\mathbf{m}_{k-1}^{(i,0m)}$ 和交互后的协方差 $\mathbf{P}_{k-1}^{(i,0m)}$ 分别为

$$u_{k|k-1}^{(i,m)} = \sum_{n=1}^N u_{mn} u_{k-1}^{(i,n)} \quad (13)$$

$$\mathbf{m}_{k-1}^{(i,0m)} = \frac{\sum_{n=1}^N u_{mn} u_{k-1}^{(i,n)} \mathbf{m}_{k-1}^{(i,n)}}{u_{k|k-1}^{(i,m)}} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k-1}^{(i,0m)} &= \frac{\sum_{n=1}^N u_{mn} u_{k-1}^{(i,n)} [\mathbf{P}_{k-1}^{(i,n)} + (\mathbf{m}_{k-1}^{(i,n)} - \mathbf{m}_{k-1}^{(i,0m)}) (\cdot)^T]}{u_{k|k-1}^{(i,m)}} \end{aligned} \quad (15)$$

其中 u_{mn} 是模型*n*到*m*的马尔可夫转移概率。

然后,将式(12)的预测PHD统一写为

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} \sum_{m=1}^N u_{k|k-1}^{(i,m)} \cdot \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,m)}) \quad (16)$$

其中, $\omega_{k|k-1}^{(i)}$ 是预测JMGM分量的权重, $u_{k|k-1}^{(i,m)}$ 是模型概率, $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)}$ 是均值、 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,m)}$ 是协方差, $J_{k|k-1} = J_{k-1} + J_{r,k}$ 是预测JMGM分量的数量。

当观察站获得当前时刻的量测 $\mathbf{Z}_k$ 后,滤波器可以对预测PHD进行修正,包括漏检补偿和量测更新

$$v_k(\mathbf{x}) = (1 - p_D) v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \frac{p_D \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(i)}(\mathbf{z}) \sum_{m=1}^N u_k^{(i,m)}(\mathbf{z}) \mathcal{N}[\mathbf{x}; \mathbf{m}_k^{(i,m)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}_k^{(i,m)}(\mathbf{z})]}{\kappa(\mathbf{z}) + p_D \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(i)}(\mathbf{z})} \quad (17)$$

其中, p_D 为检测概率, $\kappa(\mathbf{z})$ 是 $\mathbf{z}$ 源自虚警的概率。

根据JMGM模型的更新公式,由式(6)–式(8)给出,更新后的权重、模型概率、均值和协方差分别为

$$\omega_k^{(i)}(\mathbf{z}) = \omega_{k|k-1}^{(i)} \sum_{m=1}^N u_{k|k-1}^{(i,m)} g_k^{(i,m)}(\mathbf{z}) \quad (18)$$

$$u_k^{(i,m)}(\mathbf{z}) = \frac{u_{k|k-1}^{(i,m)} g_k^{(i,m)}(\mathbf{z})}{\sum_{m=1}^N u_{k|k-1}^{(i,m)} g_k^{(i,m)}(\mathbf{z})} \quad (19)$$

$$\mathbf{m}_k^{(i,m)}(\mathbf{z}) = \mathbf{P}_k^{(i,m)}(\mathbf{z}) [(\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,m)})^{-1} \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}] \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_k^{(i,m)}(\mathbf{z}) = [(\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,m)})^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \quad (21)$$

其中似然 $g_k^{(i,m)}(\mathbf{z})$ 为

$$g_k^{(i,m)}(\mathbf{z}) = \mathcal{N}(\mathbf{z}; \mathbf{H} \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)}, \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,m)} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}) \quad (22)$$

其中, $\mathbf{H}$ 是观测矩阵, $\mathbf{R}$ 是观测噪声协方差。

将式(17)的后验PHD统一写为

$$v_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_k} \omega_k^{(i)} \sum_{m=1}^N u_k^{(i,m)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_k^{(i,m)}, \mathbf{P}_k^{(i,m)}) \quad (23)$$

其中, $\omega_k^{(i)}$ 是权重, $u_k^{(i,m)}$ 是模型概率, $\mathbf{m}_k^{(i,m)}$ 是均值, $\mathbf{P}_k^{(i,m)}$ 是协方差, J_k 是后验JMGM分量的数量。

由于漏检和虚警,常存在一些无用和相似的JMGM分量。将权值小于门限 λ_d 的JMGM分量进行修剪,将相似的JMGM分量合并为一个。在此过

程中, JMGM分量为最小数据单元, 与模型相关的状态估计被同时丢弃或合并。枝剪合并后, 后验PHD仍记为式(23)。

此时, 目标数估计为

$$\hat{N}_k = \text{round} \left(\int v_k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right) = \text{round} \left(\sum_{i=1}^{J_k} \omega_k^{(i)} \right) \quad (24)$$

其中 $\text{round}(\cdot)$ 表示舍入操作。权重最高的 $\hat{N}_k$ 个JMGM分量用于估计目标状态。根据JMGM模型的估计公式, 由式(9)、式(10)给出, 对应的状态估计和误差协方差为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^{(i)} &= \sum_{m=1}^N u_k^{(i,m)} \mathbf{m}_k^{(i,m)}, \quad \arg \max_i \sum_{i=1}^{\hat{N}_k} \omega_k^{(i)} \\ \mathbf{P}_k^{(i)} &= \sum_{m=1}^N u_k^{(i,m)} [\mathbf{P}_k^{(i,m)} + (\mathbf{m}_k^{(i,m)} - \hat{\mathbf{x}}_k^{(i)})(\cdot)^T] \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

而多目标模型概率估计为

$$u_k^{(m)} = \frac{\sum_{i=1}^{J_k} \omega_k^{(i)} u_k^{(i,m)}}{\sum_{m=1}^N \sum_{i=1}^{J_k} \omega_k^{(i)} u_k^{(i,m)}}, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (26)$$

JMGM-PHD滤波器保持了单模型PHD滤波器的形式, 但其JMGM分量可以自适应地调整模型概率和估计。除新生目标的JMGM分量外, 各分量均以IMM方式进行递推, 包括交互、预测和更新。每个JMGM分量在各模型下进行并行的估计, 这意味着记录了各模型估计的差异。因此, JMGM-PHD滤波器可利用各模型的似然快速发现目标机动。

4 在纯方位多目标跟踪中的应用

本节解决了所提JMGM-PHD滤波器应用于纯方位多目标跟踪时遇到的两个问题, 并给出算法总结。

4.1 线性化观测矩阵

在按照式(22)计算量测 $\mathbf{z}$ 和预测均值 $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)}$ 之间的似然 $g_k^{(i,m)}(\mathbf{z})$ 时, 观测矩阵 $\mathbf{H}$ 是必要的。而在BOT中, 被动传感器通过非线性观测模型 $\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}$ 获取目标状态的方位角量测, 其中 $\mathbf{h}$ 是观测函数, $\mathbf{v}$ 是高斯型白噪声。常见的解决方法是将 $\mathbf{h}$ 在 $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)}$ 处的雅可比矩阵作为线性化的观测矩阵, 即 $\mathbf{H} \approx \partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x} (\mathbf{x} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)})$ 。然而, 这个方法要求观测函数的状态变量和滤波估计是相同的。当观测站同时进行平移和旋转时, 这一要求就不再满足。

令 $\mathbf{x}_k$ 表示全局坐标系中的状态, 包括位置和速度, 而 (x_k^O, y_k^O) 和 θ_k^O 分别为观测站在全局坐标系

中的位置和观测角度, 这一观测角度相对全局Y轴顺时针为正。那么, 在观测站的局域坐标系中, 目标状态为

$$\mathbf{x}'_k = \mathbf{C}_k(\mathbf{x}_k - \mathbf{t}_k), \quad \mathbf{C}_k = \text{blkdiag}(\mathbf{c}_k, \mathbf{c}_k) \quad (27)$$

其中, $\text{blkdiag}(\cdot)$ 表示分块矩阵; $\mathbf{t}_k = [x_k^O, y_k^O, 0, 0]^T$

是平移向量; 而 $\mathbf{c}_k = \begin{bmatrix} \cos \theta_k^O & -\sin \theta_k^O \\ \sin \theta_k^O & \cos \theta_k^O \end{bmatrix}$ 是旋转矩阵。

被动传感器在局域坐标系内实际的观测模型为

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}'_k) + \mathbf{v}_k \quad (28)$$

也就是说, $\mathbf{h}$ 是全局状态 $\mathbf{x}_k$ 的复合函数, 而被动传感器观测的局域状态 $\mathbf{x}'_k$ 是全局状态 $\mathbf{x}_k$ 先平移后旋转的结果。根据复合函数求导规则, 非线性观测函数 $\mathbf{h}$ 的一阶雅可比矩阵可由式(29)计算

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &\approx \partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x} |_{\mathbf{x} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)}} \\ &= \partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x}' |_{\mathbf{x}' = \mathbf{m}'_{k|k-1}^{(i,m)}} \cdot \partial \mathbf{x}' / \partial \mathbf{x} \\ &= \partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x}' |_{\mathbf{x}' = \mathbf{m}'_{k|k-1}^{(i,m)}} \cdot \mathbf{C}_k \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $\mathbf{m}'_{k|k-1}^{(i,m)} = \mathbf{C}_k(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)} - \mathbf{t}_k)$ 。

此时, 式(22)给出的似然值计算公式变为

$$g_k^{(i,m)}(\mathbf{z}) = \mathcal{N}[\mathbf{z}; \mathbf{h}(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,m)}), \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,m)} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}] \quad (30)$$

其中, $\mathbf{z}$ 是纯方位量测, $\mathbf{R}$ 是观测噪声协方差。

4.2 错误合并与分量隔离

在每一时刻, 常存在一些相似的JMGM分量, 这些相似的JMGM分量应被合并为一个。当所提的JMGM-PHD滤波器被用于多机动目标BOT时, 出现了一种错误的“交叉合并”现象: 不同量测更新的JMGM分量被关联合并。理论上, 不同来源(目标或虚警)的量测应具有不同的似然, 更新的JMGM分量应相距较远。然而, 不同来源的纯方位量测常相近甚至相同, 这些量测更新的JMGM分量就可能过近, 进而被合并。图2展示了一个200次Monte Carlo实验的统计数据, 其记录了主动、被动(纯方

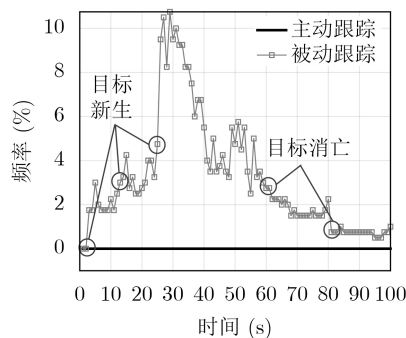


图2 主、被动跟踪中交叉合并的频率曲线

位)跟踪中交叉合并发生的频率曲线,相关参数与5.1节相同。

可见,主动跟踪中未出现交叉合并现象,而被动跟踪中交叉合并的频率相当显著,且随目标数目的增加而增加。降低合并的距离门限并不能消除这种现象。

为避免交叉合并问题,本文将不同量测更新的JMGM分量进行隔离。在更新阶段,用测量索引标记每个分量(漏检的补偿标记为0)。在合并阶段,任意两个标记为*i*和*j*的JMGM分量的距离为

$$d_k^{(ij)} = (\tilde{\mathbf{x}}_k^{(ij)})^T (\mathbf{P}_k^{(i)} + \mathbf{P}_k^{(j)})^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_k^{(ij)} + \delta[l_k^{(i)} \neq l_k^{(j)}] \cdot \lambda_m \quad (31)$$

其中, $\tilde{\mathbf{x}}_k^{(ij)} = \hat{\mathbf{x}}_k^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_k^{(j)}$, $(\hat{\mathbf{x}}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)})$ 是第*i*个JMGM分量 $(\omega_k^{(i)}, (u_k^{(i,m)}, \mathbf{m}_k^{(i,m)}, \mathbf{P}_k^{(i,m)})_{m=1}^N)$ 的状态估计,估计公式见式(25); $l_k^{(i)} = 0, 1, \dots, |\mathbf{Z}_k|$ 是第*i*个JMGM分量的量测索引标签, $|\cdot|$ 是集合的势; $\delta[\cdot]$ 是条件示性函数,当满足条件 $[\cdot]$ 时取值为1,否则为0; λ_m 是合并门限。

若这两个JMGM分量的距离 $d_k^{(ij)}$ 小于合并门限 λ_m , 则判定它们为同一个目标的估计,然后利用式(32)–式(35)将它们合并为一个

$$\omega = \omega_k^{(i)} + \omega_k^{(j)} \quad (32)$$

$$u^{(m)} = \frac{\omega_k^{(i)} u_k^{(i,m)} + \omega_k^{(j)} u_k^{(j,m)}}{\omega} \quad (33)$$

$$\mathbf{m}^{(m)} = \frac{\omega_k^{(i)} \mathbf{m}_k^{(i,m)} + \omega_k^{(j)} \mathbf{m}_k^{(j,m)}}{\omega} \quad (34)$$

$$\mathbf{P}^{(m)} = \frac{\omega_k^{(i)} \mathbf{P}_k^{(i,m)} + \omega_k^{(j)} \mathbf{P}_k^{(j,m)}}{\omega} \quad (35)$$

对两个由不同量测更新的JMGM分量,由式(31)算出的距离 $d_k^{(ij)}$ 势必大于合并门限 λ_m , 因而避免了这两个分量的交叉合并,即隔离了这两个JMGM分量。

4.3 算法总结

第4节JMGM-PHD滤波方法应用于BOT时的算法总结见算法1所示。

算法1 所提JMGM-PHD滤波应用于BOT时的算法

输入: 上一时刻PHD v_{k-1} 、量测 $\mathbf{Z}_k$ 、观测站姿态 (x_k^O, y_k^O) , θ_k^O

- (1) 根据式(12)–式(15)预测PHD, 得到式(16)所述的 $v_{k|k-1}$
- (2) 根据式(17)–式(21)更新 $v_{k|k-1}$, 其中似然的计算见式(29)、式(30)
- (3) 剔除权重小于 λ_d 的JMGM分量, 后根据式(31)–式(35)执行合并
- (4) 根据式(24)–式(26)估计目标数、目标状态和多目标模型概率

输出: 当前时刻PHD v_k , 多目标的状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_k^{(i)}$ 和模型概率 $u_k^{(m)}$

5 仿真实验

本节对所提JMGM-PHD滤波器进行了仿真,并将其与MM-GM-PHD滤波器^[19]以及MM-GM-PHD滤波器的快速实现(MMF-GM-PHD滤波器)^[23]进行了比较。

5.1 仿真态势与参数设置

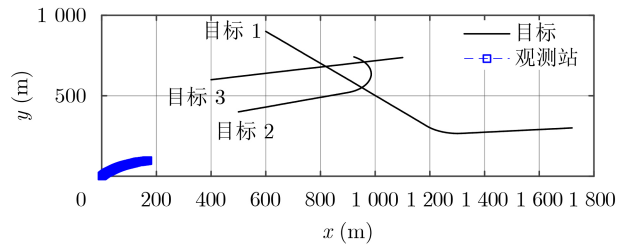
本节设计了3个感兴趣的目标,初始状态为 $\mathbf{X}_0(:,1)=[600 \text{ m}, 900 \text{ m}, 10 \text{ m/s}, -10 \text{ m/s}]^T$, $\mathbf{X}_0(:,2)=[500 \text{ m}, 400 \text{ m}, 10 \text{ m/s}, 3 \text{ m/s}]^T$, $\mathbf{X}_0(:,3)=[400 \text{ m}, 600 \text{ m}, 20 \text{ m/s}, 4 \text{ m/s}]^T$ 。目标1存在于第2~100 s, 其状态转移包含59 s的匀速(Constant Velocity, CV)运动、10 s的逆时针圆周转弯(Anticlockwise Coordinated Turning, ACT)运动和30 s的CV运动。目标2存在于第13~80 s, 其状态演化包含40 s的CV运动和27 s的ACT运动。目标3存在于第25~60 s, 并保持CV运动。3个目标的过程噪声的协方差 $\mathbf{Q}_k = \text{diag}(1, 1, 0.01, 0.01)$ 。

然后模拟了一个安装在运动观测站上的被动传感器,其速度为2 m/s。观测站通过平移和旋转不断地向状态估计的方位均值移动。每一时刻观测位置 (x_k^O, y_k^O) 和角度 θ_k^O 是已知的。被动传感器的观测模型为

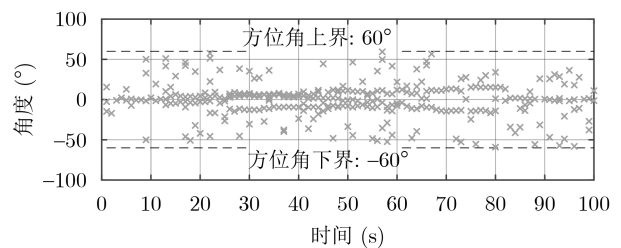
$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \arctan(x/y) + \nu \quad (36)$$

其中, (x, y) 是状态 $\mathbf{x}$ 的位置, ν 是协方差 $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ 的0均值高斯噪声。传感器的工作扇角(检测范围)为 $[-60^\circ, 60^\circ]$, 其相对于局部Y轴顺时针为正。漏检概率为 $1-p_D=2\%$, 泊松分布的杂波密度为 $\kappa=0.01^\circ$ 。采样周期 $T=1 \text{ s}$ 。

图3(a)为目标和观测站的轨迹, 图3(b)为局域



(a) 目标和观测站的轨迹



(b) 纯方位量测

图3 跟踪态势与纯方位量测

纯方位测量。虽然3个目标轨迹是分离的,但它们的方位是交错的,且受到随机杂波的干扰。这是一个典型的多目标BOT场景。值得一提的是,每一时刻的方位量测均值几乎为 0° ,这是因为观察站将状态估计保持在其检测范围的角度中心。

在MM-GM-PHD,MMF-GM-PHD和JMGM-PHD滤波器中,模型集包含 $N=2$ 个模型:CV($m=1$)和ACT($m=2$),相关参数与目标的运动参数是相同的,且它们的过程噪声协方差均为 $Q_m = Q_k$ 。模型转移概率 $u_{mn} = 0.02 (m \neq n)$ 。枝剪的权重门限 $\lambda_d = 1 \times 10^{-3}$,合并的距离门限 $\lambda_m = 2$ 。在每次迭代中, JMGM-PHD滤波器随机引入100个新生目标JMGM分量,这些分量的均值均匀分布在以下3个区域内

$$\mathbf{X}_0(:, i) + \begin{bmatrix} -10\text{m} & -10\text{m} & -2\text{m/s} & -2\text{m/s} \\ 10\text{m} & 10\text{m} & 2\text{m/s} & 2\text{m/s} \end{bmatrix}^T,$$

$i = 1, 2, 3$, 且协方差为 $\text{diag}(10, 10, 4, 4)$, 权重为0.01, 模型概率为 $[0.5, 0.5]^T$ 。

5.2 多机动目标跟踪性能

本文使用文献[27]定义的最优子模式分配(Optimal Sub-Pattern Assignment, OSPA)误差来量化跟踪性能,其截止参数 $c=100$,阶数 $p=2$ 。图4给出了一种典型的多目标跟踪结果。图5给出了每个滤波器的似然曲线,其中每一时刻模型- m 的似然为

$$G_k^{(m)} = \frac{\sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} g_k^{(i,m)}(\mathbf{z})}{\sum_{m=1}^N \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} g_k^{(i,m)}(\mathbf{z})} \quad (37)$$

其中, $g_k^{(i,m)}(\mathbf{z})$ 是用式(30)算出的似然, $\omega_{k|k-1}^{(i)}$ 是预测JMGM分量的权重。图6给出了每个滤波器的模型概率误差,计算公式为

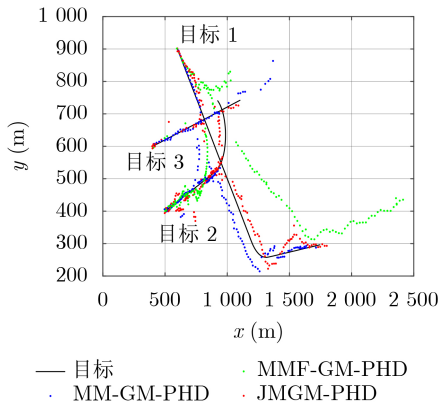


图4 目标轨迹和各滤波器的估计轨迹

$$\tilde{u}_k = \sum_{m=1}^N |\Pr_k\{m\} - u_k^{(m)}| \quad (38)$$

其中, $\Pr_k\{m\}$ 是 k 时刻模型- m 的真实概率, $u_k^{(m)}$ 是用式(26)估计的模型概率。图7给出各滤波器的估计目标数和OSPA误差曲线。表1记录200次蒙特卡洛实验后各滤波器平均OSPA误差曲线的均值、最大值和标准差。

如图4所示,除3个目标过于接近的短暂时间外,所提JMGM-PHD滤波器有效地捕获到所有目标。MM-GM-PHD滤波器在目标1和目标2交汇后丢失了目标2,在目标2和目标3交汇后丢失了目标3。MMF-GM-PHD滤波器表现最差,在目标1和2机动后完全丢失了它们。在图5中,MM-GM-PHD滤波器在[61,80] s内的似然曲线出现了显著延迟:因为

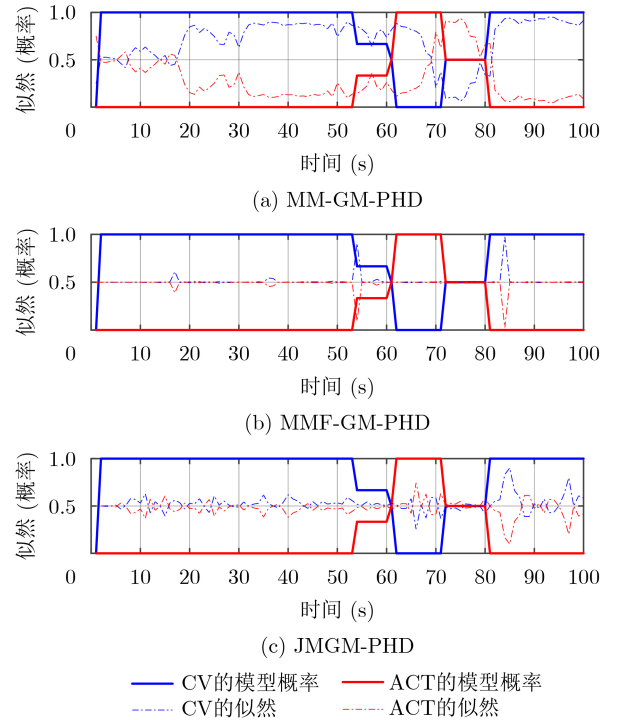


图5 各滤波器的似然曲线

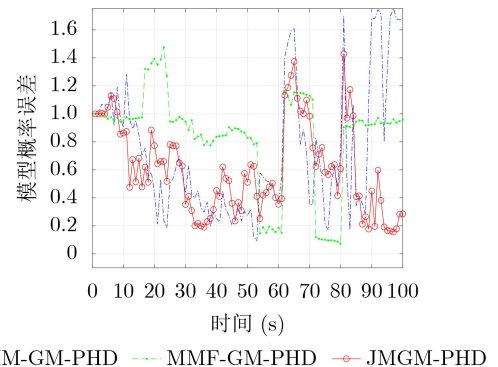


图6 各滤波器的模型概率估计误差

滤波器没有记录各模型估计,所以似然的相对差不符合真实的模型概率。对于MMF-GM-PHD滤波器,似然曲线几乎重叠。相比之下,JMGM-PHD滤波器的似然曲线令人满意:得益于JMGM模型中并行的状态估计,似然的相对差与目标机动基本一致。尽管MM-GM-PHD滤波器的似然曲线在大多数时刻中表现出显著的差异,但这只是因为该滤波器舍弃了大量的GC。因此,这一现象并不意味着MM-GM-PHD滤波器具有更好的跟踪性能。

如图6所示,JMGM-PHD滤波器的模型概率误差曲线最低,MM-GM-PHD滤波器次之,MMF-GM-PHD滤波器最差。这一结果与上述对似然的分析一致。如图7(a)所示,3种滤波器在大多数情况下都实现了较准确的目标数估计。在图7(b)中,JMGM-PHD滤波器的OSPA误差曲线最低。即使如此,OSPA曲线在跟踪结束时依旧呈现上升趋势。在此期间,观察站逐渐向剩余的目标-1径向运动。从目标可观察性的角度来看,这是一种不恰当的观察姿态。相比之下,MM-GM-PHD滤波器的误差曲线要高于JMGM-PHD滤波器,而MMF-GM-PHD滤波器的误差曲线迅速上升到OSPA误差的截止参数。从表1可以看出,JMGM-PHD滤波

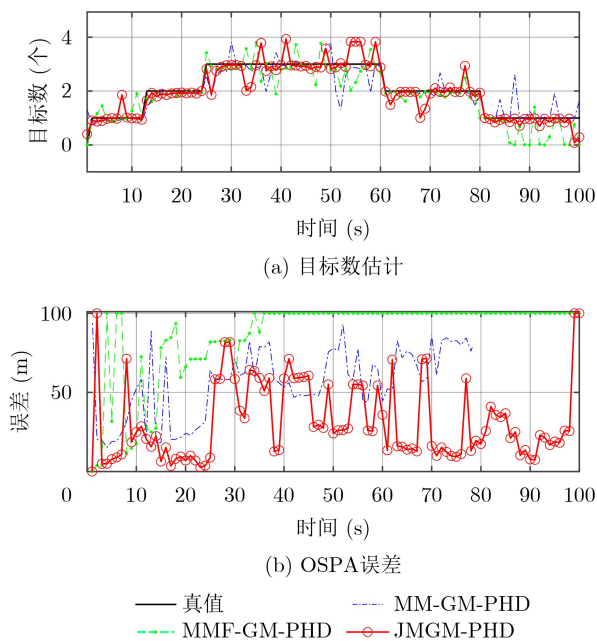


图7 多目标跟踪性能评估

表1 各滤波器平均OSPA误差曲线的均值、最大值和标准差

滤波器	均值	最大值	标准差
MM-GM-PHD	50.150 2	97.146 2	10.729 5
MMF-GM-PHD	74.883 5	100.000 0	19.286 3
JMGM-PHD	41.452 3	62.084 0	8.463 9

器的平均OSPA均值分别比MM-GM-PHD和MMF-GM-PHD滤波器低17.34%和44.64%,其最大值和标准差也最低。

5.3 马尔可夫转移概率

然后,测试了马尔可夫转移概率对所提JMGM-PHD滤波器的影响。经过200次蒙特卡洛实验,计算 $u_{mn}=0, 0.02, 0.1$ 和 $0.2(m \neq n)$ 时的平均OSPA误差曲线。其他参数与5.1节相同。图8绘制了不同转移概率的平均OSPA误差曲线。

从图8可以看出,在目标机动前, $u_{mn}=0\%$ 的OSPA误差曲线(黑色)与 $u_{mn}=2\%$ 的误差曲线(红色)十分相似,但在目标机动后,其误差曲线明显上升。当 $u_{mn}=10\%$ 和 20% 时,即使目标尚未机动,其OSPA误差曲线(灰色和蓝色)已然很高。

对于一个JMGM分量,一旦某个模型概率降为0%,那么无论多大的测量似然都不能改变该模型概率。这解释了为什么 $u_{mn}=0\%$ 的滤波器失去了跟踪机动目标的能力。 $u_{mn}=2\%$ 的OSPA误差曲线是最低的,因为式(13)的交互确保了各模型概率均大于零。当 $u_{mn}=10\%$ 甚至 20% 时,由于JMGM分量在不同模型之间的交互信息过多,导致错误模型的估计污染了正确模型的估计。总之,对JMGM-PHD滤波器而言,马尔可夫转移概率应取较小但大于零的值。

5.4 计算成本

最后,比较了JMGM-PHD滤波器和MM-GM-MB滤波器的计算成本。相关参数与5.1节相同。

对于JMGM或GM模型实现的滤波器,其计算成本很大程度上取决于JMGM分量/GC的数量。JMGM-PHD滤波器表现出更高的跟踪性能,这意味着更多的信息集中在权重最高的几个分量上,而权重较小的分量则较少。图9给出了JMGM-PHD

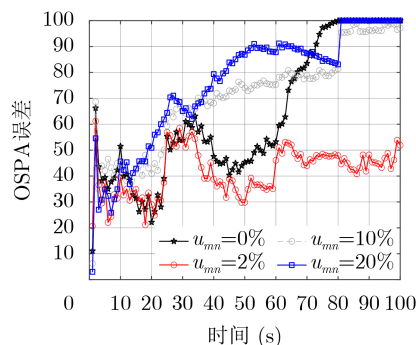


图8 不同转移概率的平均OSPA误差曲线

表2 各滤波器的平均运行时间(s)

MM-GM-PHD	JMGM-PHD
2.6242	2.2254

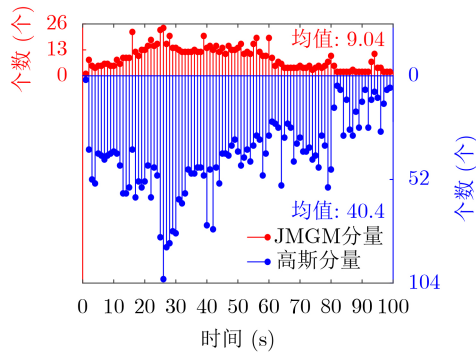


图9 JMGM分量/高斯分量的数量

滤波器和MM-GM-PHD滤波器的JMGM/高斯分量的数量。表2给出了每个滤波器在200次蒙特卡洛实验后的平均运行时间。算法运行平台为R2021a版MATLAB，其运行在64位的Windows10上，CPU型号为AMD Ryzen 7 4800H。

从图9可以看出，所提JMGM-PHD滤波器的JMGM分量明显少于MM-GM-PHD滤波器的GC。因此，该算法的计算成本低于MM-GM-PHD滤波器。虽然JMGM分量数大致是GC数的4倍，但由于单个JMGM分量的递推遵从完整的IMM，其计算量大于单个GC的计算量，因此两个滤波器的运行时间不会相差4倍之多。表2也证明这一点：JMGM-PHD滤波器的平均运行时间比MM-GM-PHD滤波器缩短了15.20%。

6 结论

本文提出了一种纯方位多目标跟踪的JMGM-PHD滤波器，它具有常规PHD滤波器的形式，但能够自适应地跟踪多个机动目标。其中，每个单目标状态估计由一组具有模型概率的高斯函数描述，该状态估计的概率由一个非负的权重来表征。根据贝叶斯规则和IMM规则，推导出JMGM分量的交互、预测、更新和估计方法。将所提JMGM-PHD滤波器应用于不确定机动目标BOT时，对于同时执行平移和旋转的观测站，本文推导出一种计算线性化观测矩阵的方法，这个线性化观测矩阵是局域观测函数的雅可比矩阵和传感器旋转矩阵的乘积。后解决了多目标BOT的错误合并问题。所提JMGM-PHD滤波器在不同模型下保持并行估计，从而克服了现有MM-GM-PHD滤波器的似然延迟问题。另外，JMGM模型向下兼容传统的GM模型(当模型数为1时，JMGM模型退化为GM模型)。仿真结果表明，JMGM-PHD滤波器在跟踪精度和计算成本方面均优于MM-GM-PHD滤波器。

参考文献

[1] 严灵杰, 顾杰, 姜余, 等. 基于随机有限集的多目标跟踪技术综

述[J]. 电子信息对抗技术, 2024, 39(1): 81–88. doi: [10.3969/j.issn.1674-2230.2024.01.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-2230.2024.01.013).

- YAN Lingjie, GU Jie, JIANG Yu, *et al.* Overview of multi-target tracking technology based on random finite set[J]. *Electronic Information Warfare Technology*, 2024, 39(1): 81–88. doi: [10.3969/j.issn.1674-2230.2024.01.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-2230.2024.01.013).
- [2] MAHLER R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152–1178. doi: [10.1109/TAES.2003.1261119](https://doi.org/10.1109/TAES.2003.1261119).
- [3] MAHLER R. PHD filters of higher order in target number[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(4): 1523–1543. doi: [10.1109/TAES.2007.4441756](https://doi.org/10.1109/TAES.2007.4441756).
- [4] VO B T, VO B N, and CANTONI A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2): 409–423. doi: [10.1109/TSP.2008.2007924](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.2007924).
- [5] 陈一梅, 刘伟峰, 孔明鑫, 等. 基于GLMB滤波和Gibbs采样的多扩展目标有限混合建模与跟踪算法[J]. 自动化学报, 2020, 46(7): 1445–1456. doi: [10.16383/j.aas.c180077](https://doi.org/10.16383/j.aas.c180077).
CHEN Yimei, LIU Weifeng, KONG Mingxin, *et al.* A modeling and tracking algorithm of finite mixture models for multiple extended target based on the GLMB filter and Gibbs sampler[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(7): 1445–1456. doi: [10.16383/j.aas.c180077](https://doi.org/10.16383/j.aas.c180077).
- [6] ÜNEY M, CLARK D E, and JULIER S J. Distributed fusion of PHD filters via exponential mixture densities[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 7(3): 521–531. doi: [10.1109/JSTSP.2013.2257162](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2013.2257162).
- [7] LI Tiancheng and HLAWATSCH F. A distributed particle-PHD filter using arithmetic-average fusion of Gaussian mixture parameters[J]. *Information Fusion*, 2021, 73: 111–124. doi: [10.1016/j.inffus.2021.02.020](https://doi.org/10.1016/j.inffus.2021.02.020).
- [8] 王奎武, 张秦, 虎小龙. 基于多目标不确定性改进的GM-PHD滤波器[J]. 兵工学报, 2022, 43(12): 3113–3121. doi: [10.12382/bgxb.2021.0693](https://doi.org/10.12382/bgxb.2021.0693).
WANG Kuiwu, ZHANG Qin, and HU Xiaolong. Improved GM-PHD filter based on multi-target uncertainty[J]. *Acta Armamentarii*, 2022, 43(12): 3113–3121. doi: [10.12382/bgxb.2021.0693](https://doi.org/10.12382/bgxb.2021.0693).
- [9] HUANG Qiao, XIE Lei, and SU Hongye. Estimations of time-varying birth cardinality distribution and birth intensity in Gaussian mixture CPHD filter for multi-target tracking[J]. *Signal Processing*, 2022, 190: 108321. doi: [10.1016/j.sigpro.2021.108321](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108321).
- [10] WANG Linxi, HU Xiaoxi, HAN Xun, *et al.* Simulation of CBMeMber multi-target tracking algorithm based on Gauss mixture[C]. The IEEE 19th International Conference on

- Communication Technology, Xi'an, China, 2019: 1524–1528. doi: [10.1109/ICCT46805.2019.8947076](https://doi.org/10.1109/ICCT46805.2019.8947076).
- [11] YANG Chaoqun, CAO Xianghui, and SHI Zhiguo. Road-map aided Gaussian mixture labeled multi-Bernoulli filter for ground multi-target tracking[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(6): 7137–7147. doi: [10.1109/TVT.2023.3240740](https://doi.org/10.1109/TVT.2023.3240740).
- [12] 邵鹏飞, 王蕾, 王方勇. 基于序贯蒙特卡洛与概率假设密度滤波的主动分布式声纳多目标跟踪[J]. *兵工学报*, 2020, 41(5): 941–949. doi: [10.3969/j.issn.1000-1093.2020.05.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-1093.2020.05.013).
SHAO Pengfei, WANG Lei, and WANG Fangyong. Active distributed sonar multi-target tracking based on SMC-PHD filtering[J]. *Acta Armamentarii*, 2020, 41(5): 941–949. doi: [10.3969/j.issn.1000-1093.2020.05.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-1093.2020.05.013).
- [13] CAO Chenghu, ZHAO Yongbo, PANG Xiaojiao, *et al.* Sequential Monte Carlo cardinalized probability hypothesized density filter based on Track-Before-Detect for fluctuating targets in heavy-tailed clutter[J]. *Signal Processing*, 2020, 169: 107367. doi: [10.1016/j.sigpro.2019.107367](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.107367).
- [14] WANG Haihuan, LYU Xiaoyong, and MA Long. Adaptive cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter based on cubature Kalman[J]. *The Journal of Engineering*, 2019, 2019(21): 7667–7671. doi: [10.1049/joe.2019.0670](https://doi.org/10.1049/joe.2019.0670).
- [15] HOU Liming, LIAN Feng, DE ABREU G T F, *et al.* Robust δ -generalized labeled multi-Bernoulli filter for nonlinear systems with heavy-tailed noises[C]. The IEEE 23rd International Conference on Information Fusion, Rustenburg, South Africa, 2020: 1–8. doi: [10.23919/FUSION45008.2020.9190250](https://doi.org/10.23919/FUSION45008.2020.9190250).
- [16] ZHAO Shunyi, AHN C K, SHI Peng, *et al.* Bayesian state estimation for Markovian jump systems: Employing recursive steps and pseudocodes[J]. *IEEE Systems, Man, and Cybernetics Magazine*, 2019, 5(2): 27–36. doi: [10.1109/MSMC.2018.2882145](https://doi.org/10.1109/MSMC.2018.2882145).
- [17] DU Xue, HU Xianbo, HU Junsheng, *et al.* An adaptive interactive multi-model navigation method based on UUV[J]. *Ocean Engineering*, 2023, 267: 113217. doi: [10.1016/j.oceaneng.2022.113217](https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.113217).
- [18] ZHOU Gongjian, ZHU Bin, and YE Xiaoping. Switch-constrained multiple-model algorithm for maneuvering target tracking[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(4): 4414–4433. doi: [10.1109/TAES.2023.3242944](https://doi.org/10.1109/TAES.2023.3242944).
- [19] PUNITHAKUMAR K, KIRUBARAJAN T, and SINHA A. Multiple-model probability hypothesis density filter for tracking maneuvering targets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(1): 87–98. doi: [10.1109/TAES.2008.4516991](https://doi.org/10.1109/TAES.2008.4516991).
- [20] DA Kai, LI Tiancheng, ZHU Yongfeng, *et al.* Gaussian mixture particle jump-Markov-CPHD fusion for multitarget tracking using sensors with limited views[J]. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, 2020, 6: 605–616. doi: [10.1109/TSIPN.2020.3016478](https://doi.org/10.1109/TSIPN.2020.3016478).
- [21] 杨标, 朱圣棋, 余昆, 等. 贪婪的量测划分机制下的多传感器多机动目标跟踪算法[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(7): 1962–1969. doi: [10.1199/JEIT200498](https://doi.org/10.1199/JEIT200498).
YANG Biao, ZHU Shengqi, YU Kun, *et al.* Multi-sensor multiple maneuvering targets tracking algorithm under greedy measurement partitioning mechanism[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(7): 1962–1969. doi: [10.1199/JEIT200498](https://doi.org/10.1199/JEIT200498).
- [22] CAO Chenghu and ZHAO Yongbo. A multiple-model generalized labeled multi-Bernoulli filter based on blocked Gibbs sampling for tracking maneuvering targets[J]. *Signal Processing*, 2021, 186: 108119. doi: [10.1016/j.sigpro.2021.108119](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108119).
- [23] WU Sunyong, DONG Xudong, ZHAO Jun, *et al.* A fast implementation of interactive-model generalized labeled multi-Bernoulli filter for interval measurements[J]. *Signal Processing*, 2019, 164: 345–353. doi: [10.1016/j.sigpro.2019.05.028](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.05.028).
- [24] TURNER J D, MCMAHON J, and ZAVLANOS M M. Receding horizon tracking of an unknown number of mobile targets using a bearings-only sensor[C]. 2022 International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, USA, 2022: 7327–7334. doi: [10.1109/ICRA46639.2022.9811882](https://doi.org/10.1109/ICRA46639.2022.9811882).
- [25] ZHANG Yuexing, LI Yiping, LI Shuo, *et al.* A multi-AUV bearings-only multi-target tracking method based on the fast LMB filter[C]. The 4th International Conference on Control and Robotics, Guangzhou, China, 2022: 446–451. doi: [10.1109/ICCR55715.2022.10053872](https://doi.org/10.1109/ICCR55715.2022.10053872).
- [26] CHEN Jinfeng, MA Hong, LIANG Chengguo, *et al.* OTHR multipath tracking using the Bernoulli filter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(3): 1974–1990. doi: [10.1109/TAES.2013.120659](https://doi.org/10.1109/TAES.2013.120659).
- [27] SCHUHMACHER D, VO B T, and VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447–3457. doi: [10.1109/TSP.2008.920469](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.920469).
- 薛 昱: 男, 博士生, 研究方向为多传感器融合和目标跟踪。
冯西安: 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为水声信号处理、阵列信号处理、水下目标跟踪、多传感器融合等。

责任编辑: 余 蓉