极低信噪比下对偶序列跳频信号的随机共振检测方法

刘广凯*[①]　全厚德[①]　孙慧贤[①]　崔佩璋[①]　池　阔[②]　姚少林[③]

[①](陆军工程大学电子与光学工程系　石家庄　050003)
[②](陆军工程大学装备指挥管理系　石家庄　050003)
[③](洛阳电子信息装备试验中心　洛阳　471000)

摘　要：针对对偶序列跳频(DSHF)在极低信噪比(SNR)下无法通信的问题，该文充分利用对偶序列跳频信号时、频域物理特征，提出一种随机共振(SR)检测方法，极大扩展该信号的应用场景。首先，通过分析对偶序列跳频的发射、接收信号及超外差解调的中频(IF)信号，构建随机共振系统，采用尺度变换调整中频信号；然后，引入判决时刻，将无定态解的非自治福克普朗克方程(FPE)转化为可解的自治方程，从而推导出含时间参量的概率密度周期定态解；其次，以最大后验概率为准则，得到检测概率、虚警概率和接收机工作特性(ROC)曲线；最后，得出以下结论：(1) 应用匹配随机共振检测对偶序列跳频信号的信噪比最低可达–18 dB；(2)对偶序列跳频与匹配随机共振结合，适用于信噪比在–18～–14 dB的信号检测；(3)应用匹配随机共振检测对偶序列跳频信号在信噪比为–14 dB时，检测性能提升了25.47%。仿真实验验证了理论的正确性。

关键词：信号检测；对偶序列跳频；随机共振；检测性能

中图分类号：TN918　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2019)10-2342-08

DOI: 10.11999/JEIT190157

Stochastic Resonance Detection Method for the Dual-Sequence Frequency Hopping Signal under Extremely Low Signal-to-Noise Radio

LIU Guangkai[①]　QUAN Houde[①]　SUN Huixian[①]　CUI Peizhang[①]
CHI Kuo[②]　YAO Shaolin[③]

[①](*Department of Electronics and Optical Engineering*, *Army Engineering University*, *Shijiazhuang* 050003, *China*)
[②](*Department of Equipment Command and Management*, *Army Engineering University*, *Shijiazhuang* 050003, *China*)
[③](*Luoyang Electronic Equipment Test Center*, *Luoyang* 471000, *China*)

Abstract: Considering the problem that the Dual-Sequence Frequency Hopping (DSFH) can not communicate at extremely low Signal-to-Noise Ratio (SNR), a Stochastic Resonance (SR) detection method is proposed. The SR takes full advantage of the physical characteristics of DSFH signal to improve the detection performance. Firstly, the SR is constructed by analyzing signals of transmission, reception and the Intermediate Frequency (IF). The scale transaction is used to adjust the IF signal to fit the SR. Secondly, the non-autonomous Fokker-Plank Equation (FPE) is transformed into an autonomous equation by introducing the decision time. Therefore, the analytical solution of the probability density function with the parameter of decision time is obtained. Finally, the detection probability, false alarm probability and Receiver Operating Characteristics (ROC) curve are obtained, when the criterion is the Maximum A Posterior probability (MAP). Simulation analysis results show three conclusions: (1) The SNR of DSFH signal can be as low as –18 dB, which uses the matched SR detection. (2) Method for combining DSFH with the matched SR is suitable to detect the signals with SNR of –18 ～–14 dB. (3) In the case of –14 dB SNR, the DFSH signal detection performance increases by 25.47%, when using SR. The proposed method effectiveness is proved with simulation results.

Key words: Signal detection; Dual-Sequence Frequency Hopping (DSFH); Stochastic Resonance (SR); Detection performance

收稿日期：2019-03-18；改回日期：2019-05-27；网络出版：2019-06-03

*通信作者：　刘广凯　dreamer_gk@163.com

基金项目：河北省自然科学基金(F2017506006)

Foundation Item: The Natural Science Foundation of Hebei Province (F2017506006)

1　引言

对偶序列跳频(Dual Sequence Hopping Frequency, DSHF) 通信模式借鉴“信道即消息[1,2]”的思想，通过传输码元0和1分别选择两组伪随机序列控制的跳频载波信道，选中的作为通信信道，而未选中的作为对偶信道，接收端通过检测信道占用情况判断传输码元[3,4]。“信号有无”的信号调制方式给DSFH带来了部分先天抗干扰能力，但在极低信噪比(Signal-to-Noise Radio, SNR)下无法应用。随机共振(Stochastic Resonance, SR)应用非线性检测方法，可以将一部分噪声能量转移到信号本身[5–7]，有效提高信号强度低于判决门限的检测能力[8]，可进一步扩展DSFH的应用。Chen等人[9]综述了SR理论在各系统的应用现状，并详细讨论了信号检测中的检验统计量(接收结构)问题，推导了不同准则下的检测概率和虚警概率，得出了最优噪声独立于信号长度的结论[10,11]。文献[12]将SR应用于轴承信号检测中。文献[13]将SR理论应用于传统跳频信号解调中，得出在高倍采样率下，迭代SR解调性能优于单一SR检测系统约2 dB。文献[14]针对SR理论改进了传统能量检测结构，应用朗之万方程(Langevin Equation, LE)从粒子轨道角度进行了数值仿真。对于正弦信号的假设检验问题，关键在于得到两种假设下的输出概率密度；但由于福克-普朗克方程(Fokker-Planck Equation, FPE)中非自治项cos$(\omega_0 t+\varphi)$的加入，使得输出无定态解[15,16]。文献[17]应用Meshless方法，得到了FPE的数值解，但目前所得的解形式很少应用于信号检测问题。

针对采用SR系统检测DSFH信号的性能及界限问题，本文通过分析DSFH的信号特点，结合粒子共振过程，引入判决时刻，将非自治的FPE转化为自治方程，从而得到含时间参量的输出概率密度函数；以最大后验概率为准则，得到检测概率和虚警概率的解析式；通过分析接收机工作特性(Receiver Operating Characteristics, ROC)曲线，得出DSFH应用SR理论可达到的最低SNR，以及二者结合应用的SNR适用范围。

2　对偶序列跳频通信系统模型

2.1 对偶序列跳频通信发射信号

DSFH通信模式，以发送码元选择伪随机序列控制的通信信道和对偶信道，如图1所示。

信道0和信道1分别为伪随机序列FS_0和FS_1控制的跳频载波。在t时刻，若发送码元为0，则使用信道0发送，即在FS_0的当前频率$f(0,t)$上发送单频信号$s_0(t)$；若发送码元为1，则使用信道1发送，即在FS_1的当前频率$f(1,t)$上发送单频信号$s_1(t)$。经信道选择器后，最终发射信号$s(t)$即为$s_0(t)$与$s_1(t)$的组合。

假设数据序列$\boldsymbol{b}=(\cdots,1,0,1,0,\cdots)$，则相应的发送频率序列为$(\cdots,f_2,f_4,f_3,f_1,\cdots)$的跳频正弦信号；所以DSFH的射频信号可表示为

$$s(t)=\cos\left[2\pi f_{i,n}(t-nT_s)+\varphi\right]\left[\varepsilon(t-nT_s)-\varepsilon\left(t-(n+1)T_s\right)\right] \tag{1}$$

其中，T_s为跳周期，$\varepsilon(t)$为阶跃信号，$f_{i,n}$为第n跳的射频信号频率，且$f_{i,n}=\begin{cases} f_{0,n}, 发0时 \\ f_{1,n}, 发1时 \end{cases}$，且$f_{0,n}\neq f_{1,n}$。

2.2 对偶序列跳频通信接收信号

DSFH通信模式采用超外差方式接收，如图2所示。

射频前端接收到信号$r(t)$后，与两条伪随机序列控制的载波信号分别进行混频和带通滤波，两条支路得到的中频信号波形和频率相同，如式(2)

$$s(t)=\cos\left[2\pi f_0(t-nT_s)+\varphi\right]\left[\varepsilon(t-nT_s)-\varepsilon\left(t-(n+1)T_s\right)\right] \tag{2}$$

其中，f_0为接收端预置的中频信号频率。

2.3 接收信号的随机共振分析

受到噪声$G(t)$与外部周期驱动力$A\cos\omega_0 t$作用的过阻尼双稳态随机共振系统可由式(3)描述，即

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=ax-bx^3+A\cos(\omega_0 t+\varphi)+G(t) \tag{3}$$

其中，a, b为非负参数，$A\cos\omega_0 t$为弱的外部周期驱

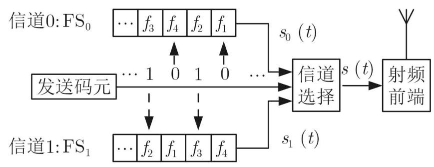


图 1 对偶序列跳频发射结构

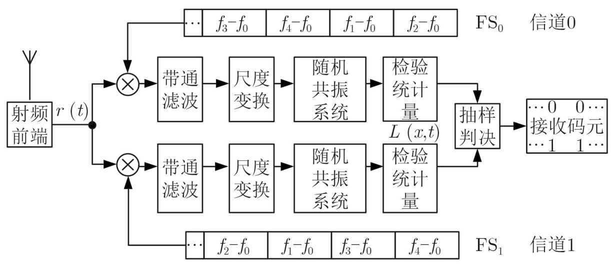


图 2 对偶序列跳频接收结构

动信号，$G(t)$是满足$\mathrm{E}[G(t)]=0, \mathrm{E}[G(t)\,G(t+s)]=2D\delta(s)$高斯白噪声，参数$D$为噪声强度。

SR只能处理低频小信号，但DSFH的中频信号频率一般为1 kHz，为大参数信号，必须应用尺度变换将其转换为能被SR处理的小参数信号。为此，引入归一化变量代换[18]$z=x\sqrt{b/a}, \tau=at$，则式(3)转化为

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=z-z^3+\sqrt{\frac{b}{a^3}}A\cos\left(\frac{\omega_0}{a}\tau+\varphi\right)+\sqrt{\frac{2Db}{a^2}}\eta(\tau) \tag{4}$$

由此可见，频率尺度变换公式为$\omega_0/a=2\pi f$，信号幅度变换公式为$A_0=A\sqrt{b/a^3}$；当a足够大、b足够小时，输入信号经过归一化尺度变换后变成了弱信号。与此同时，噪声强度变为$D_0=\sqrt{2Db/a^2}$，即给定的噪声经由尺度变换也变成了弱噪声。为符合变量的表示习惯，式(4)可重写为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=x-x^3+\sqrt{\frac{b}{a^3}}A\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t+\varphi\right)+\sqrt{\frac{2Db}{a^2}}n(t) \tag{5}$$

LE描述随机变量x的轨道，但更关注这些轨道的统计性质，即概率密度$\rho(x,t)$，式(5)对应的FPE为

$$\begin{aligned}\frac{\partial\rho(x,t)}{\partial t}=&-\frac{\partial}{\partial x}\left\{\left[x-x^3+\sqrt{\frac{b}{a^3}}A\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t+\varphi\right)\right]\right.\\&\left.\cdot\rho(x,t)\right\}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{Db}{a^2}\rho(x,t)\right]\end{aligned} \tag{6}$$

其中，$\rho(x,t)$为粒子时刻t处于位置x的概率密度函数。

由于式(6)包含非自治项$\cos((\omega_0/a)\,t+\varphi)\,\rho(x,t)$，这一方程不存在定态解[15]。假设电磁粒子的SR行为瞬时完成，忽略从不稳定状态向稳定状态的过渡时间；则对于正弦信号检测，由于判决时刻t_0的引入，非自治的$\cos((\omega_0/a)\,t+\varphi)\,\rho(x,t)$可视为依赖于$t_0$的时变漂移系数$\cos((\omega_0/a)\,t+\varphi)\,\rho(x,t)$，进而可将非自治的偏微分方程转化为自治的1元2次微分方程求解。引入判决时刻后，$\dfrac{\partial\rho(x,t)}{\partial t}=0$，对$x$进行1次积分，得

$$\left.\begin{aligned}&C(x)\,\rho(x,t_0)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\frac{Db}{a^2}\rho(x,t_0)\right]=J\\&C(x)=x-x^3+\sqrt{\frac{b}{a^3}}A\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中，J为任意常量，代表定态概率流强度；若系统满足自然边界条件，即J=0；对式(7)再一次积分，得

$$\begin{aligned}\rho(x,t_0)=&Z(t_0)^{-1}\exp\left(-\frac{a^2}{Db}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right.\right.\\&\left.\left.-\sqrt{\frac{b}{a^3}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)\right)\end{aligned} \tag{8}$$

其中，t_0为判决时刻，$Z(t_0)$是与t_0有关的概率归一化常数。

由SR系统的对称性和正弦信号的半周期性，进一步得x的概率密度为

$$\begin{aligned}\rho(x,t_0)=&\left(2\int_{x_1}^{x_2}\exp\left\{-\frac{a^2}{Db}\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2\right.\right.\right.\\&\left.\left.\left.+\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right]\right\}\mathrm{d}x\right)^{-1}\\&\cdot\exp\left[-\frac{a^2}{Db}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right)\right]\\&\cdot\left\{\exp\left[\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right]\right.\\&\left.+\exp\left[-\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right]\right\}\end{aligned} \tag{9}$$

其中各参数意义与式(8)相同。

从式(9)可以得到，某判决时刻的正弦信号相当于在SR系统中添加了线性漂移力，会使粒子向两侧势阱牵引，增加粒子在势阱的出现和停留概率；正的漂移力牵引粒子向正侧势阱聚集，负的漂移力牵引粒子向负侧势阱聚集，但由于SR系统输出粒子的对称性和正弦信号的周期性，最终粒子的输出概率密度呈现对称性。同时，由于正弦信号的周期性，不同判决时刻正弦信号的大小不同，决定的漂移力大小也不同；当判决时刻位于正弦信号的波峰或波谷位置时，引入的线性漂移力最大，此时的概率密度最大。

3 检测性能分析

对偶序列跳频系统的两条支路不可能同时存在信号，对于单条支路而言，其假设检验问题为

$$\left.\begin{aligned}H_0:\ \ &y(t)=n(t)\\H_1:\ \ &y(t)=x(t)+n(t)\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

其中，$x(t)$和$n(t)$分别为信号和高斯白噪声经随机共振系统后的输出信号和噪声。

假定t_0为最佳判决时刻，可归结为含参量的假设检验问题。两种假设下的条件概率分布由式(9)可得

$$\left.\begin{aligned}P(x\,|H_0,t_0)&=\left(2\int_{x_1}^{x_2}\exp\left(-\frac{a^2}{Db}\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2\right)\right)\mathrm{d}x\right)^{-1}\exp\left(-\frac{a^2}{Db}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right)\right)\\ P(x\,|H_1,t_0)&=\frac{\exp\left(-\dfrac{a^2}{Db}\left(\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{2}x^2\right)\right)\left(\exp\left(\sqrt{\dfrac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\dfrac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)+\exp\left(-\sqrt{\dfrac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\dfrac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)\right)}{2\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\exp\left\{-\dfrac{a^2}{Db}\left[\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{2}x^2+\sqrt{\dfrac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\dfrac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right]\right\}\mathrm{d}x}\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

其中，t_0为判决时刻，x_1和x_2是随机变量的取值范围。

采用似然比检测，其似然比为

$$\begin{aligned}\Lambda(x,t_0)&=\frac{P(x\,|H_1,t_0)}{P(x\,|H_0,t_0)}=\frac{N_1}{N_0}\\&\quad\cdot\left(\exp\left(\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)\right.\\&\quad\left.+\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)\right)\end{aligned}\tag{12}$$

其中，$N_0=2\int_{x_1}^{x_2}\exp\left(-\frac{a^2}{Db}\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2\right)\right)\mathrm{d}x$和$N_1=2\int_{x_1}^{x_2}\exp\left\{-\frac{a^2}{Db}\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right]\right\}\mathrm{d}x$。

在式(12)中，$\cos((\omega_0/a)\,t_0+\varphi)$为在判决时刻时DSFH信号引入SR系统的线性漂移力，由于正弦信号的波峰、波谷和SR系统输出粒子的对称性，正的线性漂移力和负的线性漂移力作用效果相同，无法区分。同时，似然比检验统计量由概率密度归一化常数N_0, N_1和漂移力$\cos((\omega_0/a)\,t_0+\varphi)$共同决定；当判决时刻位于正弦信号的波峰或波谷位置时，引入的线性漂移力最大，粒子在势阱的停留时间最长，此时最易判决。

对于不同准则，门限有不同的形式，通信系统一般以最小错误概率或最大后验概率为准则为

$$\Lambda(x,t_0)\underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\lambda_0\tag{13}$$

其中，λ_0判决门限，对于先验概率相同的通信系统而言$\lambda_0=P_0/P_1=1$；可通过式(12)和式(13)数值计算得到。

检测概率$P_{\rm d}$为H_1情况下判为H_1的概率，虚警概率$P_{\rm fa}$为H_0情况下判为H_1的概率，如图3所示。

由于SR粒子运动轨道的对称性，其概率分布也呈对称性特点，所以判决域也呈现对称性，即H_1的判决域为$R_1=\{R\,|R>|r|\}$, H_0的判决域为$R_0=\{R|R\le|r|\}$；所以检测概率

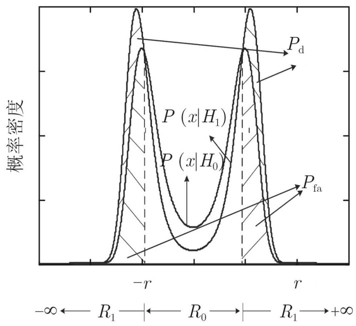


图 3 判决区域及判决概率

$$\begin{aligned}P_{\rm d}&=\int_{R_1}P(x\,|{\rm H}_1)\,\mathrm{d}x=\int_{\theta}^{x_2}\frac{1}{N_1}\exp\left(-\frac{a^2}{Db}\right.\\&\quad\cdot\left.\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right)\right)\left(\exp\left(\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\right.\right.\\&\quad\cdot\left.\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)+\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\right.\\&\quad\cdot\left.\left.\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)\right)\mathrm{d}x+\int_{x_1}^{-\theta}\frac{1}{N_1}\\&\quad\cdot\exp\left(-\frac{a^2}{Db}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right)\right)\\&\quad\cdot\left(\exp\left(\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)\right.\\&\quad\left.+\exp\left(-\sqrt{\frac{a}{D^2b}}xA\cos\left(\frac{\omega_0}{a}t_0+\varphi\right)\right)\right)\mathrm{d}x\end{aligned}\tag{14}$$

其中，θ为判决门限，x_1和x_2意义与式(11)相同。

同理，虚警概率

$$\begin{aligned}P_{\rm fa}&=\int_{R_1}P(x\,|H_0)\,\mathrm{d}x=\int_{-\theta}^{\theta}\frac{1}{N_0}\\&\quad\cdot\exp\left[-\frac{a^2}{Db}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right)\right]\mathrm{d}x\end{aligned}\tag{15}$$

4　仿真实验

通过搭建基于SR的DSFH信号检测的Simulink模型，验证理论的正确性。参数如下：跳频频段为30～88 kHz，射频采样率为2000 kHz；中频频率为1 kHz，中频采样率为200 kHz；最佳匹配SR的参数参见文献[18]表3。

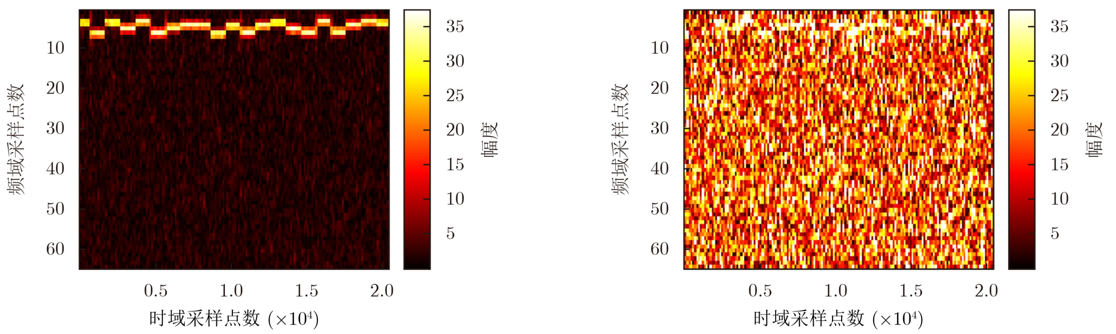
4.1 基于SR理论的DSFH信号的时频特性分析

DSFH在不同SNR时的射频时频图如图4所示，横坐标为时域采样点数，纵坐标为频域采样点数，竖坐标为幅度值。图4(a)为输入SNR=10 dB的时频图，可明显看到亮色跳变的时频图案和暗红色斑点的高斯背景噪声；且因射频采样率为2000 kHz，短时傅里叶变换(Short Time Fourier Transform, STFT)的窗函数为hamming窗，所以在中心频点两侧会有能量泄漏；窗长为128点，设置的跳频频段为30～88 kHz，所以，频点集中于带宽为1000 kHz的正频带上方。图4(b)为输入SNR=–20 dB的时频图，此时噪声充斥于整个时频图，无法分辨相应的跳频频点，说明此时信号完全淹没在噪声中。

DSFH的射频信号经超外差解调和带通滤波后得到1 kHz的中频信号，其时、频域波形分别如图5(a)和图5(b)所示，经过尺度变换SR系统输出后的时、频域波形如图5(c)和图5(d)所示。此时SR系统参数$a=1\times10^4$, $b=3.3856\times10^{12}$。当输入SNR=–18 dB时，时域图5(a)和频域图5(b)呈现出杂乱的、无规律的，无法看到1 kHz信号分量的任何特征；然而经随机共振处理后，时域图5(c)出现周期性特征；通过频域图5(d)观察到1 kHz出现明显的信号分量(采样点数20000个，频率分辨率10 Hz)，且输出SNR为–14.0957 dB，提高了3.9043 dB。这是因为经过SR系统后，平坦分布的高斯白噪声将向低频区聚集，使低频区能量变大，和低频正弦信号一起驱动粒子在双稳态势阱之间跃迁，时域信号出现一定的周期特性，频域观察更显著，改变了含噪信号的频谱结构，宏观上表现为SNR增大。

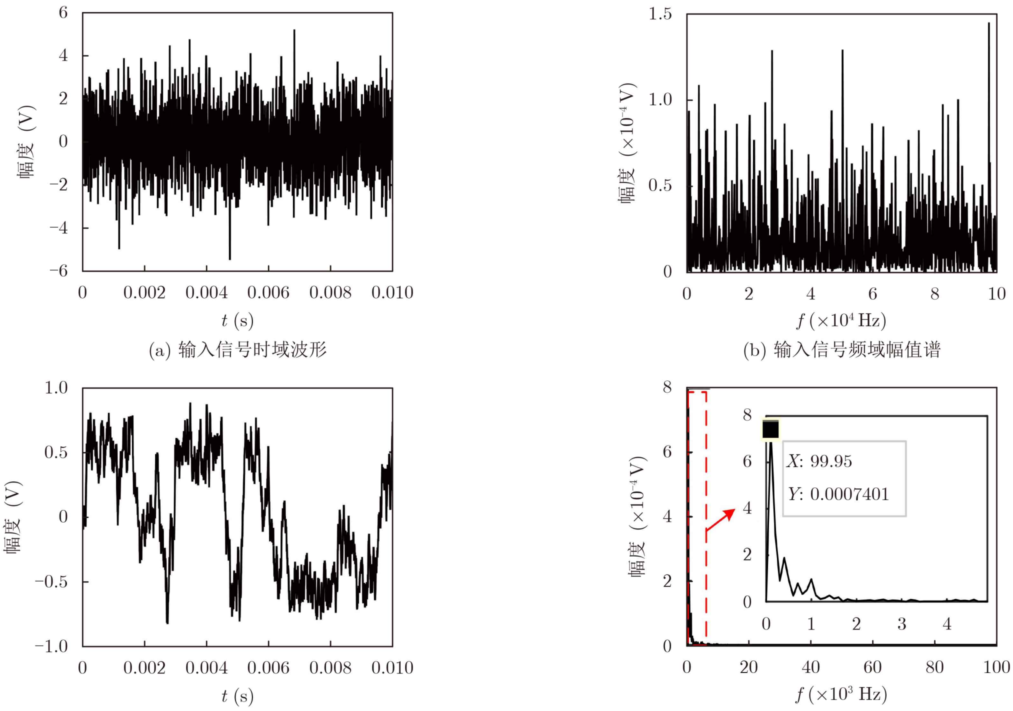
4.2 DSFH信号经SR系统后的概率密度分布

DSFH的中频信号经SR处理后在不同位置的$\rho(x,t_0)$理论值和仿真值如图6所示。此时输入



(a) SNR=10 dB (b) SNR=–20 dB

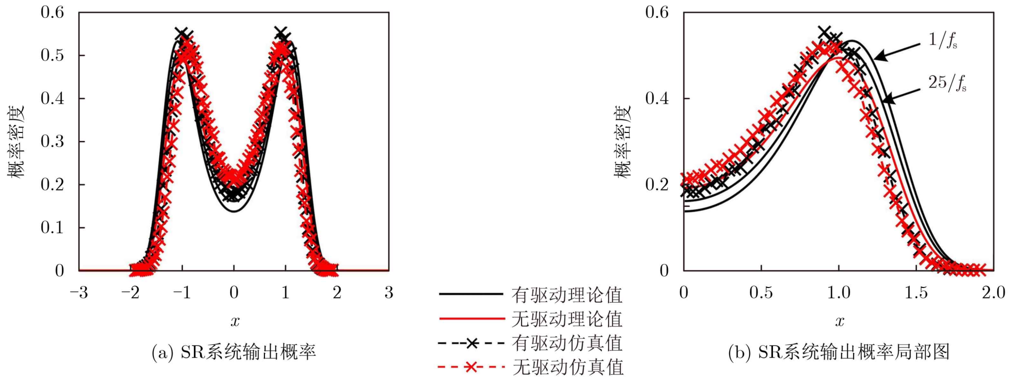
图 4 DSFH系统在不同SNR时的射频域时频图



(a) 输入信号时域波形 (b) 输入信号频域幅值谱

(c) 输出信号时域波形 (d) 输出信号频域幅值谱

图 5 对偶序列跳频的中频信号经随机共振系统前后的时频域波形



(a) SR系统输出概率　　(b) SR系统输出概率局部图

图 6 粒子处于不同位置时的概率密度

SNR=–14 dB, SR系统参数$a = 1\times 10^4$, $b = 2.6406\times 10^{12}$。黑色为有驱动力时的$\rho\,(x, t_0\,|H_1)$，红色为无驱动力时的$\rho\,(x, t_0\,|H_0)$，两黑色实线分别为$\cos\left((\omega_0/a)\,t_0+\varphi\right)=1$和$\cos\left((\omega_0/a)\,t_0+\varphi\right)=1/\sqrt{2}$的对应时刻。结果表明，正弦信号驱动力会增加粒子向两侧稳态跃迁的概率，增长粒子在稳态的驻留时间，加大两种假设的$\rho\,(x, t)$差异，更加有利于区分有无正弦驱动力这两种假设，提高正弦信号的检测能力；且由判决时刻为$1/f_s$和$25/f_s$的黑色理论曲线可看出驱动力越大，这种差异越显著。但理论与仿真有一定差距，这是因为仿真的中频信号一直存在，导致仿真中有驱动力的$\rho\,(x, t_0\,|H_1)$为正弦信号1个周期内的综合驱动效果；而理论计算只与当前判决时刻的驱动力状态有关，导致出现细微差别。

4.3 DSFH信号经SR处理的检测性能

DSFH信号经SR处理后的ROC曲线如图7所示，反映了P_d和P_{fa}与检测门限θ及SNR的关系。可以看出，不同的SNR值对应不同的ROC曲线，但它们都通过$(0,0)$和$(1,1)$两点，都是位于直线$P_d = P_{fa}$左上方的上凸曲线，SNR越大，曲线位置越高；表明对于相同的P_{fa}, SNR越大，P_d越大，检测性能越好。但SNR一定时，随着θ增加，P_d和P_{fa}均减小；对于已知θ的检测问题，以θ为斜率的直线与该曲线的切点就是当前SNR与θ所决定的P_d和P_{fa}。所以，ROC曲线可以完整描述SR处理DSFH信号的似然比检测性能。

DSFH信号经SR处理后的P_d随SNR的变化情况如图8所示。仿真系统中无法直接得到P_d，只能得到P_e；而P_d, P_e和P_{fa}的关系为$P_d = 1 + P_{fa} - 2P_e$；在极低SNR时，为便于进一步分析，可假设H_0和H_1下的概率密度函数形状一致，则$P_{fa} = 1 - P_d$；即得$P_d = 1 - P_e$，则由仿真系统中的P_e间接可得P_d的仿真值。可以看出，P_d的理论和仿真值均随SNR的增加而增加。但P_d的仿真值均大于0.5，这是因为无论SNR多低，P_e的仿真值均不超过0.5(系统不利用任何有用信息，随机判决时，$P_e = 0.5$)，且$P_d = 1 - P_e$，所以P_d的仿真值均大于0.5。当SNR=–14 dB时，理论值=0.6274，而相关检测和能量检测在如此低SNR时均无法检测到DSFH信号；当SNR=–18 dB时，理论值=0.4944，即此时应用最佳匹配SR也无法检测到DSFH信号。同时仿真较理论相差较大，这是因为DSFH信号在SR系统中的作用，相当于添加了线性漂移力，造成H_1假设下的概率密度函数聚集性强于H_0假设下的，即实际$P_{fa} > 1 - P_d$，所以仿真系统中的P_d实际应大于$1 - P_e$，即图8中P_d的仿真值较实际仿真值小；这是造成图8中仿真值较理论值相差较大的主要原因；同时P_d的理论值在大于0.5时，均大于图中仿真值，证明了此种解释。同时SR系统的最佳共振

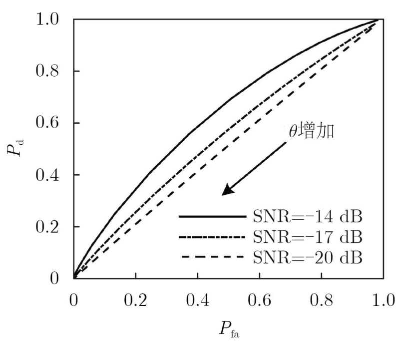


图 7 对偶序列跳频信号的随机共振ROC曲线

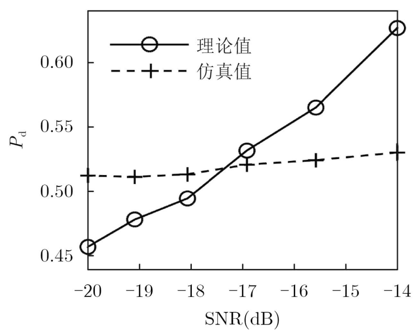


图 8 对偶序列跳频信号的随机共振检测性能随SNR变化情况

对输入SNR有要求，为突出研究重点，实验直接采用文献[18]的参数，得到“应用最佳匹配SR处理DSFH信号的SNR适用范围为–14～–18 dB”的结论。

DSFH信号经SR处理后P_d随$P(H_1)$的变化情况如图9所示，此时输入SNR=–14 dB, SR系统参数$a=1\times10^4$, $b=2.6406\times10^{12}$。可以看出，在$P(H_1)>0.5$时，P_d随$P(H_1)$的增大而增大，且始终$P_d>P(H_1)$；这是因为DSFH信号经SR系统处理后，增加了有利于检测的有用信息，使$P_d>P(H_1)$。但同时由于SNR=–14 dB，为极低SNR，即使经SR系统处理后，H_0和H_1下的概率密度函数差别不是特别大；当发1的$P(H_1)<0.5$时，H_1的概率密度函数和发1的先验概率乘积$\rho(x,t_0|H_1)\cdot P(H_1)$开始小于$H_0$的概率密度函数和发0的先验概率乘积$\rho(x,t_0|H_0)\cdot P(H_0)$，导致此时SR系统输出的判决门限不易计算，故只得到了$P(H_1)>0.5$的实验部分。但对于DSFH系统，两条序列分别代表“0”和“1”，不会同时出现，且二者出现概率之和为1。从信号处理角度讲，两条序列完全对偶，所以只有$P(H_1)>0.5$的实验部分也可以说明DSFH信号经SR处理后P_d随$P(H_1)$的变化关系。同时再一次验证了图6中DSFH信号在两种假设下的SR输出的微弱区别，但正是这种微弱区别，为DSFH系统在极低SNR下应用提供了可能。

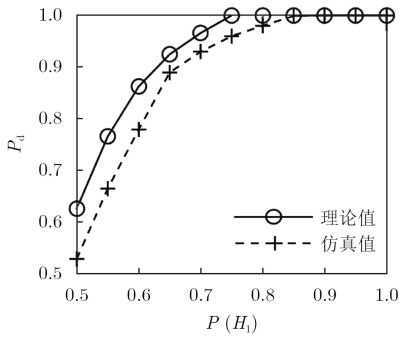


图 9 对偶序列跳频信号的随机共振检测概率随先验概率变化情况

5 结束语

通过分析DSFH射频、中频信号的物理特性，采用尺度变换将中频大信号转化为小参数信号；假设电磁粒子SR行为瞬时完成，结合判决时刻，将非自治的FPE转化为自治方程求解，得到FPE的含时间参量的周期定态解；以最大后验概率为准则，得到P_d, P_{fa}和ROC曲线，得到采用最佳匹配SR检测DSFH信号的SNR可达–18 dB，且适用SNR在–18～–14 dB的结论。所得$\rho(x,t)$的求取方法及结果为SR应用于信号检测问题提供了借鉴；推导得到的P_d, P_{fa}和ROC曲线为SR应用于DSFH的适用范围提供了理论依据。下一步将继续研究不同SNR时SR的最佳共振参数，扩大最佳匹配SR与DSFH结合应用的SNR适用范围。

参 考 文 献

[1] FITZEK F H P. The medium is the message[C]. 2006 IEEE International Conference on Communications, Istanbul, Turkey, 2006: 5016–5021. doi: 10.1109/ICC.2006.255461.

[2] ZHOU Xin, KYRITSI P, EGGERS P C F, *et al*. "The medium is the message": Secure communication via waveform coding in MIMO systems[C]. The 65th Vehicular Technology Conference-VTC2007-Spring, Dublin, Ireland, 2007: 491–495. doi: 10.1109/VETECS.2007.112.

[3] QUAN Houde, ZHAO Huan, and CUI Peizhang. Anti-jamming frequency hopping system using multiple hopping patterns[J]. *Wireless Personal Communications*, 2015, 81(3): 1159–1176. doi: 10.1007/s11277-014-2177-1.

[4] 赵寰, 全厚德, 崔佩璋. 抗跟踪干扰的多序列跳频无线通信系统[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(3): 671–678. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2015.03.31.
ZHAO Huan, QUAN Houde, and CUI Peizhang. Follower-jamming resistible multi-sequence frequency hopping wireless communication[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(3): 671–678. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2015.03.31.

[5] BENZI R, SUTERA A, and VULPIANI A. The mechanism of stochastic resonance[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1981, 14(11): L453–L457. doi: 10.1088/0305-4470/14/11/006.

[6] 张刚, 宋莹, 张天骐. Levy噪声驱动下指数型单稳系统的随机共振特性分析[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(4): 893–900. doi: 10.11999/JEIT160579.
ZHANG Gang, SONG Ying, and ZHANG Tianqi. Characteristic analysis of exponential type monostable stochastic resonance under levy noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(4): 893–900. doi: 10.11999/JEIT160579.

[7] 王珊, 王辅忠. 基于自适应随机共振理论的太赫兹雷达信号检测方法[J]. 物理学报, 2018, 67(16): 160502. doi: 10.7498/aps.67.20172367.
WANG Shan and WANG Fuzhong. Adaptive stochastic resonance system in Terahertz radar signal detection[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(16): 160502. doi: 10.7498/aps.67.20172367.

[8] KRAUSS P, METZNER C, SCHILLING A, *et al*. Adaptive stochastic resonance for unknown and variable input signals[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 2450. doi: 10.1038/s41598-017-02644-w.

[9] CHEN Hao, VARSHNEY L R, and VARSHNEY P K. Noise-enhanced information systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2014, 102(10): 1607–1621. doi: 10.1109/JPROC.

2014.2341554.

[10] CHEN Hao, VARSHNEY P K, KAY S M, *et al*. Theory of the stochastic resonance effect in signal detection: Part I—Fixed detectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7): 3172–3184. doi: 10.1109/TSP.2007.893757.

[11] CHEN Hao and VARSHNEY P K. Theory of the stochastic resonance effect in signal detection—Part II: Variable detectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(10): 5031–5041. doi: 10.1109/TSP.2008.928509.

[12] ZHANG Gang, ZHANG Yijun, ZHANG Tianqi, *et al*. Stochastic resonance in second-order underdamped system with exponential Bistable potential for bearing fault diagnosis[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 42431–42444. doi: 10.1109/ACCESS.2018.2856620.

[13] 李海霞, 任勇峰, 杨玉华, 等. 跳频信号的迭代随机共振解调算法[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(1): 341–347. doi: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201801045.
LI Haixia, REN Yongfeng, YANG Yuhua, *et al*. Iterative stochastic resonance demodulation algorithm of frequency-hopping signal[J]. *Journal of System Simulation*, 2018, 30(1): 341–347. doi: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201801045.

[14] WANG Jun, REN Xin, ZHANG Shaowen, *et al*. Adaptive bistable stochastic resonance aided spectrum sensing[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(7): 4014–4024. doi: 10.1109/TWC.2014.2317779.

[15] 胡岗. 随机力与非线性系统[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1994: 222–232.
HU Gang. Stochastic Forces and Nonlinear Systems[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House, 1994: 222–232.

[16] KANG Yanmei. Simulating transient dynamics of the time-dependent time fractional Fokker-Planck systems[J]. *Physics Letters A*, 2016, 380(39): 3160–3166. doi: 10.1016/j.physleta.2016.07.049.

[17] IKOTA R. Approximation to a Fokker-Planck equation for the Brownian motor[J]. *Physical Review E*, 2018, 97(6): 062111. doi: 10.1103/PhysRevE.97.062111..

[18] 胡茑庆. 随机共振微弱特征信号检测理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012: 85–86.
HU Niaoqing. Theory and Method of Detecting Weak Characteristic Signals of Stochastic Resonance[M]. Beijing: National Defend Industry Press, 2012: 85–86.

刘广凯：男，1990年生，博士生，研究方向为微弱信号检测、通信抗干扰.

全厚德：男，1963年生，教授，研究方向为通信抗干扰、指控系统无线效能增强.

孙慧贤：男，1980年生，讲师，研究方向为指挥信息系统工程、战术无线通信技术.

崔佩璋：男，1974年生，副教授，研究方向为信息与通信系统.

池　阔：男，1990年生，博士生，研究方向为机械系统状态检测、故障预测与健康管理.

姚少林：男，1992年生，助理工程师，研究方向为电子装备测试.