大规模MIMO系统上行链路时间-空间结构信道估计算法

路新华[①②] MANCHÓN Carles Navarro[③] 王忠勇*[①] 张传宗[②]
[①](郑州大学信息工程学院 郑州 450001)
[②](南阳理工学院通信信号处理工程技术研究中心 南阳 473004)
[③](Department of Electronic Systems, Aalborg University, Aalborg 9220)

摘 要：针对大规模多入多出(MIMO)系统上行链路非平稳空间相关信道的估计问题，该文利用信道的时间-空间2维稀疏结构信息，应用狄利克雷过程(DP)和变分贝叶斯推理(VBI)，设计了一种低导频开销和计算复杂度的信道估计迭代算法，提高了信道估计精度。由于平稳空间相关信道难以适用于大规模MIMO系统，该文借助于狄利克雷过程构建了非平稳空间相关信道先验模型，可将具有空间关联的多个物理信道映射为具有相同时延结构的概率信道，并应用变分贝叶斯推理设计了低导频开销和计算复杂度的信道估计迭代算法。实验结果验证了所提算法的有效性，且具有对系统关键参数鲁棒性的优点。

关键词：大规模 MIMO；非平稳信道；时间-空间；狄利克雷过程；变分贝叶斯推理

中图分类号：TN92 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2020)02-0519-07

DOI: 10.11999/JEIT180676

Channel Estimation Algorithm Using Temporal-spatial Structure for Up-link of Massive MIMO Systems

LU Xinhua[①②] MANCHÓN Carles Navarro[③]
WANG Zhongyong[①] ZHANG Chuanzong[②]
[①](*School of Information Engineering*, *Zhengzhou University*, *Zhengzhou* 450001, *China*)
[②](*Communication and Signal Processing RC*, *Nanyang Institute of Technology*, *Nanyang* 473004, *China*)
[③](*Department of Electronic Systems*, *Aalborg University*, *Aalborg* 9220, *Denmark*)

Abstract: To deal with the estimation problem of non-stationary channel in massive Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) up-link, the 2D channels' sparse structure information in temporal-spatial domain is used, to design an iterative channel estimation algorithm based on Dirichlet Process (DP) and Variational Bayesian Inference (VBI), which can improve the accuracy under a lower pilot overhead and computation complexity. On account of that the stationary channel models is not suitable for massive MIMO systems anymore, a non-stationary channel prior model utilizing Dirichlet Process is constructed, which can map the physical spatial correlation channels to a probabilistic channel with the same sparse temporal vector. By applying VBI technology, a channel estimation iteration algorithm with low pilot overhead and complexity is designed. Experiment results show the proposed channel method has a better performance on the estimation accuracy than the state-of-art method, meanwhile it works robustly against the dynamic system key parameters.

Key words: Massive Multi-Input Multi-Output (MIMO); Non-stationary channel; Temporal-spatial; Dirichlet Process (DP); Variational Bayesian Inference (VBI)

1 引言

大规模多入多出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)技术通过在基站侧配备大尺度天线阵列，充分挖掘信道的空间资源[1,2]，极大提高了系统吞吐量、频谱效率和功率效率，成为第5代移动通信关键技术之一[1]。一方面天线阵尺度的急剧增大，使得该系统信道估计存在导频污染和计算复杂度过高的问题，成为系统实际应用的瓶颈[2]。另一方面，大规模MIMO系统信道测试和建模成果表明，该系统的信道表现出稀疏和非平稳空间相关等特

收稿日期：2018-07-06；改回日期：2019-02-02；网络出版：2019-05-21
*通信作者： 王忠勇 zywangzzu@gmail.com
基金项目：国家自然科学基金(61571402, 61501404, 61640003)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61571402, 61501404, 61640003)

性[3–5]，但是已有信道估计的研究成果对这些信道新特性的利用尚不充分。如何充分挖掘信道非平稳空间资源，研究低导频开销和复杂度的高精度信道估计算法是当前亟待解决的重要问题。

利用信道的稀疏性是减小导频开销的重要方法[6–15]。文献[6,7]利用信道的稀疏性，分别提出基于压缩感知的信道估计方法，提高了信道估计准确性并减少了导频开销，但是没有利用大规模MIMO系统信道的相关性，提高的性能有限。为进一步提高信道估计的精度，利用信道稀疏-空间相关性是低导频开销情况下的重要途径[8–11]。文献[8–10]分别提出了结构化的压缩感知信道估计方法，在低导频开销的情况下提高了信道估计准确性。但由于实际大规模MIMO系统上行链路信道具有“非平稳”空间相关性[3–5]：空间相邻信道的稀疏图案相同，空间距离较远信道的稀疏图案差异较大，因此以上平稳空间相关的信道估计方法不再适用于大规模MIMO系统。文献[11]在非平稳相关信道的假设下，提出了空间相邻信道交换信道向量中非零位置信息的方法，提高了信道估计精度。

以上的信道估计方法[6–11]属于压缩感知的范畴。由于压缩感知技术存在以下限制：要求被观测信号需要有稀疏表示形式，观测矩阵必须满足有限等距性质(Restricted Isometry Property, RIP)的约束，恢复方法易受噪声干扰，且在大尺度系统应用时计算复杂度高。这些限制使得压缩感知难以在大规模MIMO系统的信道估计中真正得到应用。

最近从机器学习发展起来的稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)[16]，通过在变分贝叶斯推理(Variational Bayesian Inference, VBI)框架中利用先验引入稀疏性，且具有对噪声干扰和信号维度具有鲁棒性的优点，已经在包括大规模MIMO的无线通信系统信道估计中得到了应用[12–15]。文献[12]在不考虑信道相关性的前提下基于SBL提出了一种高精度的信道估计算法，文献[13]考虑大规模MIMO系统信道的空间相关性，构建了虚拟信道表示模型，并提出了基于SBL的低复杂度高精度的信道估计算法；文献[14]在OFDM系统中基于簇-稀疏相关性信道假设，应用块SBL(Block SBL, BSBL)设计了高精度的信道估计算法。文献[15]构建了一种高斯混合先验的空间相关模型，并应用VBI设计了低复杂度高精度的信道估计算法。上述成果表明在低导频开销和计算复杂度的情况下，基于VBI的信道估计方法性能优于压缩感知等方法，然而尚未考虑非平稳空间相关信道估计问题。

为了将VBI技术应用于大规模MIMO系统非平稳空间相关信道的估计问题，上行链路全部信道可划分为多个不同结构类型信道的集合，相同结构的子集内利用相关性提高信道估计精度，不同类型的结构通过信道的先验和观测推理得到，这样全部信道的估计问题可以转化为多个不同类型信道的估计问题。受狄利克雷过程在大规模数据分类问题中应用[17–19]的启发，本文在分析系统上行链路物理信道在时间-空间2维尺度稀疏结构特征的基础上，基于狄利克雷过程建立了稀疏非平稳空间相关信道的先验模型，并应用VBI设计了低复杂度的信道估计迭代算法。实验结果表明本文所提结构化信道估计算法，在低导频开销和计算复杂度的情况下，提高了信道估计的精度，且本算法具有对系统参数的动态变化鲁棒性的优点。

本文所使用符号的定义如下：$\otimes$定义为卷积运算；矢量用粗体小写字母表示，矩阵用粗体大写字母表示，$\boldsymbol{y}_r$表示矩阵$\boldsymbol{Y}$的第r列向量，$(\cdot)^{\mathrm{T}}$和$(\cdot)^{\mathrm{H}}$分别表示向量或矩阵的转置和共轭转置。$\mathrm{diag}(\boldsymbol{x})$表示将矢量$\boldsymbol{x}$转为对角矩阵，函数$\mathrm{sinc}\,(x)$定义为$\mathrm{sinc}\,(x) \triangleq \sin(\pi x)/\pi x$, $\delta(\cdot)$表示Dirac delta函数。$\mathbb{C}^N$表示N维复数域。$\langle \ln p\,(Y,\boldsymbol{\Theta})\rangle_{q(\boldsymbol{\Theta}\backslash\Theta_\eta)}$定义为$\ln p\,(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\Theta})$关于$q(\boldsymbol{\Theta}\backslash\Theta_\eta)$的期望，$\boldsymbol{\Theta}\backslash\Theta_\eta$表示集合$\boldsymbol{\Theta}$删除元素$\Theta_\eta$后剩余的子集合。$\hat{x}$表示在迭代过程中更新的变量值。

2 系统模型及非平稳结构化信道

2.1 系统模型

不失一般性，考虑大规模MIMO-OFDM系统上行链路[11]，用户配置单天线，基站配置维度为R的均匀线性天线阵(Uniform Linear Array, ULA)，天线阵中相邻两天线的距离是$\lambda/2$, λ为载波波长。天线阵中第r根天线接收信号，在去除循环前缀并经过N点傅里叶变换后得到的频域接收信号为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}_r &= \mathrm{diag}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{F}\begin{bmatrix}\boldsymbol{h}_r\\ 0_{(N-L)\times 1}\end{bmatrix} + \boldsymbol{w}_r\\ &= \mathrm{diag}(\boldsymbol{x})\underline{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{h}_r + \boldsymbol{w}_r\\ &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{h}_r + \boldsymbol{w}_r,\ \ r=1,2,\cdots,R \end{aligned} \tag{1}$$

其中，$\boldsymbol{x}\in\mathbb{C}^N$是发送的数据和导频组成的复合向量，$N$是OFDM子载波总数。$\boldsymbol{h}_r\in\mathbb{C}^L$是用户天线与基站第$r$根天线之间的离散信道冲激响应，$L$是信道抽头最大个数。$\boldsymbol{w}_r\in\mathbb{C}^N$是等效离散高斯白噪声。$\underline{\boldsymbol{F}}$是将维度为$N\times N$的离散傅里叶矩阵$\boldsymbol{F}$选取前$L$列构成维度为$N\times L$的截断傅里叶矩阵，$\underline{\boldsymbol{F}}$中的元素$(n,l)$定义为$f_{n,l}=1/\sqrt{N}\exp\left(-\mathrm{j}2\pi nl/N\right)$。

2.2 上行链路时间-空间2维结构信道

(1) 单天线信道多径时延模型：用户天线到基站天线阵第r根天线之间的基带多径衰落信道冲激响应可表示为[20]

$$
\begin{aligned}
h_r(\tau) &= \sum_{i=1}^{I_p} \beta_{r,i} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c \tau_{r,i}} \delta\left(\tau - \tau_{r,i}\right) \\
&= \sum_{i=1}^{I_p} \beta_{r,i} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c \frac{d_{r,i}}{\mathrm{c}}} \delta\left(\tau - d_{r,i}/\mathrm{c}\right)
\end{aligned} \tag{2}
$$

其中，I_{p}是第r根天线接收到的入射波（多径）数目，$\beta_{r,i}$和$\tau_{r,i}$分别是其中第i条入射波的信号强度和到达时延，f_{c}是载波频率，$d_{r,i}$是第i条入射波从发射端到接收端中第r根天线之间的距离，c为光速。接收信号经过带宽为$[-W/2, W/2]$的低通滤波器并采样，可以展开为一系列正交基$\{\mathrm{sinc}(Wt-n)\}_{n=1:N}$的和，其中信道抽头的系数由整数倍的$1/W$时刻采样得到，那么上行链路第$r$根天线接收到的第$l$抽头等效离散时间信道可表示为

$$
\begin{aligned}
h_r(l) &= \left(h_r(\tau) \otimes \mathrm{sinc}\left(\tau\right)\right)\left(l/W\right) \\
&= \sum_{i=1}^{I_{\mathrm{p}}} \beta_{r,i} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c \tau_{r,i}} \mathrm{sinc}\left(l - \tau_{r,i} W\right)
\end{aligned} \tag{3}
$$

其中，通常满足$L/W \le \tau_{\max}$, sinc函数是联合发射和接收的等效滤波器。第r个天线的信道离散冲激响应向量表示为$\boldsymbol{h}_r = [h_{r,1}, h_{r,2}, \cdots, h_{r,L}]^{\mathrm{T}}$。且当$I_{\mathrm{p}} \ll L$时信道抽头向量中大部分元素为0，信道表现为时域稀疏性。多径信号的时延决定了信道向量非零元素的位置，即信道向量的稀疏结构。

(2) 非平稳空间相关物理信道：假设从用户天线到基站第1根天线之间的距离为d_0，天线阵相邻两天线之间距离为d。由第i条入射波产生的信道空间特征可表示为

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{h}(\tau_i) = \beta_{r,i} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c \dfrac{d_{0,i}}{\mathrm{c}}} &\cdot \left[1, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c \dfrac{d\cos\theta_i}{\mathrm{c}}}, \cdots, \right. \\
&\left. \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c \dfrac{(R-1)\,d\cos\theta_i}{\mathrm{c}}} \right]
\end{aligned} \tag{4}
$$

根据式(3)和式(4)看出，系统上行链路全部信道向量构成的矩阵$\boldsymbol{H}$在时间-空间2维尺度上存在结构特征。影响该结构特征的主要参数包括：到达时延，到达角θ，相邻天线之间的距离d，载波频率f_{c}，天线阵列维度R和采样间隔T_{s}等。固定其他参数，到达角θ影响入射波经采样后在信道抽头向量中出现的位置，最终在全部信道向量构成的矩阵$\boldsymbol{H}$中非0位置表现出非平稳的结构[3–5]：当到达角θ不垂直天线阵平面时，天线阵各天线接收到多径信号构成的抽头向量中非0元素的位置发生偏移，且偏移程度受θ大小和系统参数的影响；仅当某径信号到达角θ垂直于天线阵平面时，其在信道矩阵出现的位置不会偏移；经过叠加后的多径信号形成的信道矩阵$\boldsymbol{H}$中，空间相邻信道的非0位置相同的概率较大，空间距离较远的信道向量非0位置很可能不同。因此，天线阵全部信道向量按其稀疏结构不同可分为多种类型，类型的结构受到随机到达时延的影响，类型的数量受到随机参数到达角θ的影响。

3　大规模MIMO-OFDM上行链路信道估计算法

受文献[19]启发，本节首先基于狄利克雷过程构建大规模信道稀疏结构的概率模型，然后利用VBI设计了一种信道估计迭代算法。

3.1　稀疏结构化信道的概率模型

(1) 似然函数：根据式(1)定义的大规模MIMO-OFDM系统模型，假设噪声服从均值为0，方差为σ_{n}^2的复高斯分布：$\boldsymbol{w}_r \sim \mathbb{CN}\left(0, \sigma_{\mathrm{n}}^2 \boldsymbol{I}_N\right)$。在给定噪声精准系数$\alpha_0 = 1/\sigma_{\mathrm{n}}^2$的情况下，基站天线阵中第$r$根天线在给定接收信号条件下其信道的似然函数为

$$
p\left(\boldsymbol{y}_r | \boldsymbol{h}_r, \alpha_0\right) = \mathbb{CN}\left(\boldsymbol{A}\boldsymbol{h}_r, \alpha_0^{-1} \boldsymbol{I}_N\right) \tag{5}
$$

不失一般性，假设α_0服从Gamma分布

$$
p\left(\alpha_0\right) = \mathrm{Gamma}\left(a, b\right) \tag{6}
$$

(2) 时域稀疏先验：假设信道抽头向量$\boldsymbol{h}_r$服从0均值，σ_r^2方差的循环对称复高斯分布[20]，即：$\boldsymbol{h}_r \sim \mathbb{CN}\left(0, \sigma_r^2 \boldsymbol{I}_L\right)$。在贝叶斯推理中通常定义$a_r(l) = 1/\sigma_{r,l}^2$为信道抽头$h_r(l)$的精准系数。由于信道抽头的功率可表示为$E\left[\|h_r(l)\|^2\right] = \sigma_{r,l}^2 = 1/a_r(l)$，通过信道精准系$\boldsymbol{\alpha}_r$取值大小关联信道抽头非零元素位置，以此构造信道向量在时间维度(时延域)的稀疏先验。在给定$\boldsymbol{\alpha}_r$的情况下信道$\boldsymbol{h}_r$服从复高斯分布

$$
p\left(\boldsymbol{h}_r | \boldsymbol{\alpha}_r\right) = \mathbb{CN}\left(0, \boldsymbol{\Lambda}_r^{-1}\right) \tag{7}
$$

其中，$\boldsymbol{\Lambda}_r = \mathrm{diag}\left\{\boldsymbol{\alpha}_r\right\}$。假设$\boldsymbol{\alpha}_r$服从Gamma分布

$$
\boldsymbol{\alpha}_r \sim \prod_{l=1}^{L} \mathrm{Gamma}(c_\alpha, d_\alpha) \tag{8}
$$

(3) 非平稳空间相关先验：为了描述非平稳相关信道先验，借助于由基础分布G_0和尺度参数$\gamma(\gamma > 0)$构成的狄利克雷过程$\mathrm{DP}(\gamma, G_0)$[17]。其中G_0描述了全部观测原子集的平均概率分布，而γ控制了由基分布采样后的差异性。从$\mathrm{DP}(\gamma, G_0)$中得

到一个随机测量G，然后从G中采样得到R个随机变量$\{\boldsymbol{\alpha}_r\}_{r=1:R}$

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{\alpha}_r \sim G, r=1,2,\cdots,R\\&G \sim \mathrm{DP}(\gamma, G_0)\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

通过截棍法构造随机测量G[17–19]

$$\left.\begin{aligned}&G=\sum_{k=1}^{K}\omega_k\delta_{\boldsymbol{\alpha}_k^*}, 0\le\omega_k\le 1, \sum_{k=1}^{K}\omega_k=1\\&\omega_k=\pi_k\prod_{l=1}^{k-1}(1-\pi_l)\\&\pi_k\sim\mathrm{Beta}(1,\gamma)\\&\gamma\sim\mathrm{Gamma}(e,f)\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

其中，ω_k表示在原子集$\{\boldsymbol{\alpha}_k^*\}_{1:K}$中可能采样到第$k$个原子$\boldsymbol{\alpha}_k^*$的概率，$\boldsymbol{\alpha}_k^*$分布服从基础分布$G_0$，$G_0$具有与式(8)描述的相同形式的分布函数。

这样，通过基础分布G_0描述信道抽头精度向量$\boldsymbol{\alpha}_r$的稀疏先验，通过原子集$\{\boldsymbol{\alpha}_k^*\}_{k=1:K}$描述大规模信道的非平稳空间相关性。定义分配变量$z_r=k$指明第$r$个信道的精度向量$\boldsymbol{\alpha}_r$从原子集合$\{\boldsymbol{\alpha}_k^*\}_{1:K}$中采样到第$\boldsymbol{k}$个原子，$z_r$服从多项(Multinomial)分布

$$p\left(z_r\,|\{\omega_k\}_{k=1,2,\ldots,K}\right)=\prod_{k=1}^{K}{\omega_k}^{1[z_r=k]}\tag{11}$$

其中，$1\left[z_r=k\right]\triangleq\begin{cases}1,\ z_r=k\\0,\ z_r\ne k\end{cases}$定义为示性函数。第$\boldsymbol{r}$个信道向量的先验分布可表示为

$$p\left(\boldsymbol{h}_r\middle|z_r,\{\boldsymbol{\alpha}_k^*\}_{k=1,K}\right)=\prod_{k=1}^{K}\left\{\mathbb{CN}\left(0,\boldsymbol{\Lambda}_k^{-1}\right)\right\}^{1[z_r=k]}\tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{\Lambda}_k\triangleq\mathrm{diag}\left(\boldsymbol{\alpha}_k^*\right)$。

3.2 平均场变分推理

定义系统全部变量可分为观测变量集$\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_R]$，隐含变量集$\boldsymbol{\Theta}=\{\alpha_0,\gamma,\boldsymbol{\pi},\{z_r,\boldsymbol{h}_r\}_{r=1:R},\{\boldsymbol{\alpha}_k^*\}_{k=1:K}\}$，和超参数集$\boldsymbol{\Omega}=\{a,b,c_\alpha,d_\alpha,e,f\}$。结合3.1节给出的似然函数和各变量的先验分布，系统全部变量的联合概率可表示为

$$\begin{aligned}p\left(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\Theta}\right)=&\,p\left(\gamma\right)p\left(\alpha_0\right)\prod_{k=1}^{K}p\left(\boldsymbol{\alpha}_k^*\right)p\left(\pi_k|\gamma\right)\\&\cdot\prod_{r=1}^{R}p\left(\boldsymbol{y}_r|\boldsymbol{h}_r,\alpha_0\right)\\&\cdot p\left(\boldsymbol{h}_r\middle|z_r,\{\boldsymbol{\alpha}_k^*\}_{k=1,K}\right)p\left(z_r|\boldsymbol{\pi}\right)\end{aligned}\tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{\pi}=[\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_K]^{\mathrm{T}}$。按照变量之间的概率关系，可得到如图1所示的概率图模型。

图1中，带有符号的圆圈代表概率模型中的变量，圆圈之间的箭头代表变量之间的概率关系。

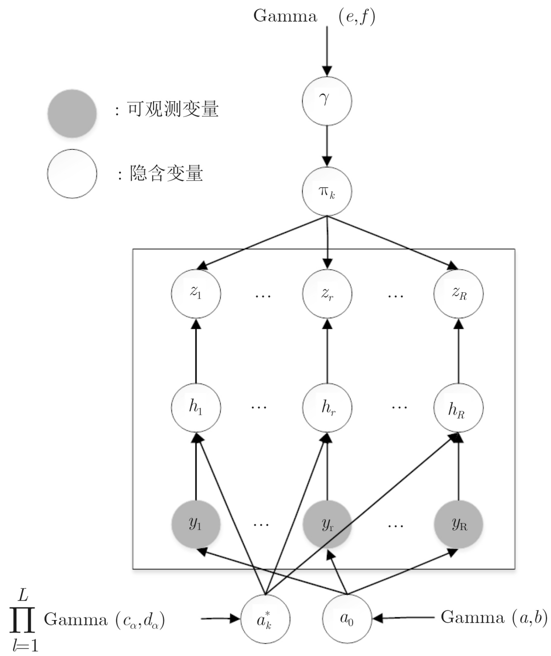

图 1 大规模MIMO系统上行链路信道分层贝叶斯图模型

但是仅从观测数据中直接推理出全部隐含变量是难以实现的，为此本文转而寻求一种近似解。利用基于平均场理论的变分贝叶斯推理方法[17–19]，全部隐含变量可分解为简单形式的变分分布形式

$$\begin{aligned}q\left(\boldsymbol{\Theta}\right)=&\,q\left(\alpha_0\right)q\left(\gamma\right)\\&\cdot\prod_{r=1}^{R}q\left(z_r\right)q\left(\boldsymbol{h}_r\right)\prod_{k=1}^{K}q\left(\boldsymbol{\alpha}_k^*\right)q\left(\pi_k\right)\end{aligned}\tag{14}$$

通过最小化$p\left(\boldsymbol{\Theta}\,|\,\boldsymbol{Y}\right)$与$q\left(\boldsymbol{\Theta}\right)$之间的Kullback-Leibler (KL)散度$D\left(q\left(\boldsymbol{\Theta}\right)\|P\left(\boldsymbol{\Theta}\,|\,\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\Omega}\right)\right)$可得到最优变分分布。根据变量之间的函数关系，通过平均场规则得到各变量的迭代更新公式

$$\ln q^*\left(\Theta_\eta\right)\propto\Theta\ln p\left(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\Theta}\right)\rangle_{q(\boldsymbol{\Theta}\backslash\Theta_\eta)}\tag{15}$$

其中，Θ_η定义为隐含变量集$\boldsymbol{\Theta}$中第η个元素，$\boldsymbol{\Theta}\backslash\Theta_\eta$表示$\boldsymbol{\Theta}$中除去$\Theta_\eta$外其余所有元素，$\propto$符号表示更新公式需要归一化。

3.3 结构化信道估计算法

利用式(15)，结合式(13)和式(14)及各个变量的先验分布，得到各隐含变量的更新公式

$$\hat{\alpha}_0=\frac{a+RN}{b+\displaystyle\sum_{r=1}^{R}\left(\|\boldsymbol{y}_r-\boldsymbol{A}\boldsymbol{\mu}_r\|_2^2+\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{\Gamma}_r\right)^{-1}\right)\right)}\tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{\Gamma}_r=\sum_{k=1}^{K}q^*\left(z_r=k\right)\langle\boldsymbol{\Lambda}_k\rangle+\hat{\alpha}_0\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\\&\hat{\boldsymbol{h}}_r=\boldsymbol{\mu}_r=\hat{\alpha}_0\left(\boldsymbol{\Gamma}_r\right)^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}{\boldsymbol{y}_r}^{\mathrm{H}}\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

其中，$\langle\boldsymbol{\Lambda}_k\rangle\triangleq\mathrm{diag}\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k^*\right)$。

$$\hat{\alpha}_{k,i}^{*} \triangleq \frac{\hat{c}_{k,i}}{\hat{d}_{k,i}} = \frac{c_{\alpha} + \sum_{r=1}^{R} q^{*}(z_r = k)}{d_{\alpha} + \sum_{r=1}^{R} q^{*}(z_r = k)\left((\mu_{r,i})^2 + (\sigma_{r,i})^2\right)}$$
$$\cdot \langle \ln \alpha_{k,i}^{*} \rangle = \Psi(\hat{c}_{k,i}) - \ln \hat{d}_{k,i} \tag{18}$$

其中，$\mu_{r,l}$和$\sigma_{r,l}$分别是$\boldsymbol{\mu}_r$和$(\boldsymbol{\Gamma}_r)^{-1}$对角线上的第$l$个元素，$\Psi(x) \triangleq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln(\Gamma(x))$为Digamma函数。

$$\left.\begin{aligned} &\langle \ln \pi_k \rangle = \Psi(\tau_{1,k}) - \Psi(\tau_{1,k} + \tau_{1,k}) \\ &\langle \ln(1 - \pi_k) \rangle = \Psi(\tau_{2,k}) - \Psi(\tau_{1,k} + \tau_{1,k}) \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

其中，ω_k表示在原子集$\{\boldsymbol{\alpha}_k^{*}\}_{1:K}$中可能采样到第$k$个原子$\boldsymbol{\alpha}_k^{*}$的概率，$\boldsymbol{\alpha}_k^{*}$分布服从基础分布$G_0$，$G_0$具有与式(8)描述的相同形式的分布函数。

$$\hat{\gamma} = \frac{e + K - 1}{f - \sum_{k-1}^{K} \langle \ln(1 - \pi_k) \rangle} \tag{20}$$

$$\ln q^{*}(z_r = k) \propto \langle \ln \pi_k \rangle + \sum_{s=1}^{k-1} \langle 1 - \ln \pi_s \rangle$$
$$+ \sum_{l=1}^{L} \langle \ln a_{k,l}^{*} \rangle - \mathrm{tr}\left((\boldsymbol{\Gamma}_r)^{-1} \langle \boldsymbol{\Lambda}_k \rangle\right)$$
$$- (\boldsymbol{\mu}_r)^{\mathrm{H}} \langle \boldsymbol{\Lambda}_k \rangle \boldsymbol{\mu}_r \tag{21}$$

在算法执行过程中，首先赋各变量初值，然后迭代计算由式(16)—式(21)给出的各变量更新公式，通过不断迭代直至算法收敛，即可以得到系统全部隐含变量的最优变分后验。

3.4 信道估计迭代算法计算复杂度分析

为了考察本文提出算法的性能，在随后实验中将本文方法与当前主要几个算法进行了性能比较，这些算法包括：不考虑相关性的快速稀疏贝叶斯学习算法(Fast SBL, FSBL) [12]，考虑空间平稳相关性的BSBL算法[14]，和考虑非平稳相关性的支撑位置未知的贝叶斯匹配追踪算法(SABMP) [10]，。从文献[10,12]可知，由于基于贝叶斯推理的方法信号估计的精度优于包括OMP和StOMP等压缩感知的方法，因此本文并没有引入压缩感知的方法进行比较。

根据所设计的信道估计迭代算法中，$(\boldsymbol{\Gamma}_r)^{-1}$的计算复杂度最高。根据其更新式(20)可知$\langle \boldsymbol{\Lambda}_k \rangle$为维度$L \times L$的对角阵，$\hat{\phi}_k^r$为标量，$\hat{\alpha}_0$为标量，$\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}$为维度$L \times L$的对角阵，因此总的计算复杂度为$\mathcal{O}(RL^2)$。按照相似方法将本文考察的4种信道估计算法总结如表1所示。

表 1　信道估计算法的计算复杂度

算法	复杂度
本文方法	$\mathcal{O}(RL^2)$
FSBL	$\mathcal{O}(RN_{\mathrm{p}}L)$
BSBL	$\mathcal{O}\left((RL)^3\right)$
SABMP	$\mathcal{O}(RN_{\mathrm{p}}L^2)$

从表1可以看出，在系统配置$L = N_{\mathrm{p}} \ll N$的情况下，本文方法和FSBL方法的计算复杂度最低。

4　数值实验

为了验证本文所提信道估计方法利用信道非平稳相关性提高了信道估计准确性，实验中首先构造了一种大规模MIMO-OFDM系统及上行链路信道模型，测试了不同信道估计算法随信噪比变化的均方误差性能，并考察系统关键参数对信道估计算法的影响。为了说明本文算法优势，选择了当前最有代表性的算法进行比较。其中FSBL属于不考虑相关性的方法，BSBL属于假设空间平稳相关性的方法，SABMP方法在独立处理每个观测的基础上通过借鉴若干周围相邻天线信道向量中非零元素位置信息提高了性能。

4.1 实验系统设置

实验按照式(1)给出的方法构造大规模MIMO-OFDM系统上行链路通信系统，并按照式(2)、式(3)和式(5)给出的方法产生信道。其中到达角θ服从均匀分布$\theta_i \sim U[0, 2\pi]$，多径延迟服从均匀分布$\tau_i \sim U[0, L \times T_{\mathrm{s}}]$。导频选择梳状导频图案，导频占用子载波数量$N_{\mathrm{p}}$等于信道抽头长度$L$，且按等间隔选取子载波指标的位置。信道估计算法中的超参数均是Gamma分布的2个参数，为使相应的变量先验具有一般性将它们设置为较小的值1×10^{-4}[12]。通信系统的具体参数如表2所示。

4.2 仿真结果

实验1　信噪比变化

表 2　大规模MIMO-OFDM系统参数

参数名	参数意义	数值
R	基站侧天线数	128
f_{c}	载波中心频率	2.6 GHz
N	OFDM总子载波数	1024
N_{p}	信道估计占用子载波数	64
B_{W}	用户带宽	10～100 MHz
Q	QAM调制阶数	4
L	信道抽头个数	64
I_{p}	多径总径数	20

考察不同信道估计方法的性能随信噪比变化的数值指标情况，设置用户带宽20 MHz，信噪比SNR=0～30 dB, $I_{\rm p}=20$，分别仿真了4种不信道估计方法进行性能比较。实验中考察了信道估计均方误差$\text{MSE}=\sum\nolimits_{r=1}^{R}\sum\nolimits_{l=1}^{L}\left\|\hat{h}_{r,l}-h_{r,l}\right\|_2^2\Big/(R\cdot L)$。仿真结果如图2所示。实验中引入Oracle估计子作为一个理想的下界，Oracle估计子在假设已知全部信道向量的稀疏图案和噪声精度的条件下执行线性最小均方误差(LMMSE)估计，其等价于已知信道向量支撑位置的克拉美-罗下界(CRLB)。

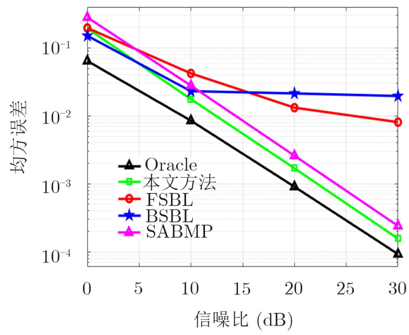

图 2 信道估计均方误差随信噪比变化曲线图

从图2看出，本文所提信道估计方法在各种信噪比环境下其精度均具有优势。BSBL方法虽然在低信噪比下MSE性能较好，但是可以解释为大规模信道的稀疏性结构差异，被BSBL方法错误地认作噪声进行了平滑。且随着信噪比的增大，BSBL方法性能提高不明显，表明该方法在高信噪比下由于忽视信道结构的非平稳性造成了估计误差较大。与本文方法相比FSBL方法在低信噪比情况下性能较差，体现出在没有利用空间资源时该算法的不足。虽然SABMP方法利用了空间非平稳相关性，但是仍然在低信噪比下性能较差，体现出匹配追踪方法在抑制噪声能力的欠缺。

实验2 带宽变化

由式(3)可知，当用户带宽增大时，信道经过采样后的分辨率增大，大规模信道抽头向量的空间非平稳性增大。为了考察信道估计方法受系统中用户带宽的影响，实验中固定SNR=20 dB，用户带宽分别为10～100 MHz的，不同的信道估计方法的MSE变化趋势。实验结果如图3所示。从实验结果可以看出，本文方法和FSBL方法估计性能几乎不随带宽而改变。BSBL估计性能随带宽增大下降明显，说明该方法不能适应信道结构非平稳性变化趋势。SABMP方法估计性能随带宽增大略微下降，说明了当用户带宽增大时，仅从相邻信道借鉴信息的方法并不能完全适应信道结构的非平稳性增大的情况。

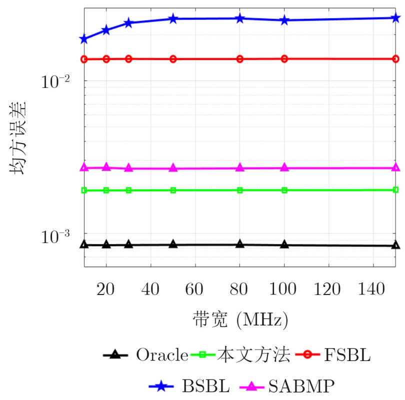

图 3 信道估计均方误差随带宽变化曲线图

从以上实验可以看出，在大规模MIMO-OFDM系统上行链路的信道估计问题中，在较低导频开销和计算复杂度情况下，本文所提基于DP的信道估计方法通过精确重构大尺度天线阵列信道的时间-空间2维结构非平稳特征，提高了信道估计精度，且算法对带宽具有鲁棒性。

5　结束语

为了实现在不增大导频开销和计算复杂度的情况下，提高大规模MIMO-OFDM系统上行链路信道估计准确性，本文通过分析信道时间-空间2维稀疏结构特性，提出了基于狄利克雷过程(DP)的信道概率模型，可充分挖掘大规模MIMO-OFDM系统的空间资源，在低导频开销条件下有效提高了信道估计准确性；应用变分贝叶斯推理，设计了低复杂度的信道估计算法；且本算法对系统参数的变化具有鲁棒性，具有较好的应用价值。

在下一步的研究中将考察不同类型的天线阵列的信道时间-空间结构特征。对于信道估计算法，将考虑通过建立信道空间的强相关性以改进狄利克雷在系统的应用，并进一步提高信道估计精度。

致谢　本文的研究受到国家留学基金委资助，于2015年9月起到丹麦奥尔堡大学电子系Fleury教授课题组开展了为期两年的合作研究。在此感谢Fleury教授及其课题组对本课题研究的帮助与支持。

参 考 文 献

[1] MARZETTA T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(11): 3590–3600. doi: 10.1109/TWC.2010.092810.091092.

[2] RUSEK F, PERSSON D, LAU B K, *et al*. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large array[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(1): 40–60. doi: 10.1109/MSP.2011.2178495.

[3] PAYAMI S and TUFVESSON F. Channel measurements

and analysis for very large array systems at 2.6 GHz[C]. The 6th European Conference on Antennas and Propagation, Prague, Czech Republic, 2012: 433–437. doi: 10.1109/EuCAP.2012.6206345.

[4] GAO Xiang, TUFVESSON F, and EDFORS O. Massive MIMO channels - Measurements and models[C]. Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, USA, 2013: 280–284. doi: 10.1109/ACSSC.2013.6810277.

[5] WU Shangbin, WANG Chengxiang, HAAS H, *et al*. A Non-stationary wideband channel model for massive MIMO communication systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(3): 1434–1446. doi: 10.1109/TWC.2014.2366153.

[6] NGUYEN S. Compressive sensing for multi-channel and large-scale MIMO networks[D]. [Ph.D. dissertation], Concordia University, 2013.

[7] QI Chenhao, HUANG Yongming, JIN Shi, *et al*. Sparse channel estimation based on compressed sensing for massive MIMO systems[C]. 2015 IEEE International Conference on Communications, London, UK, 2015: 4558–4563. doi: 10.1109/ICC.2015.7249041.

[8] CHEN Lei, LIU An, and YUAN Xiaojun. Structured turbo compressed sensing for massive MIMO channel estimation using a Markov prior[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(5): 4635–4639. doi: 10.1109/TVT.2017.2787708.

[9] HOU Weikun and LIM C W. Structured compressive channel estimation for large-scale MISO-OFDM systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(5): 765–768. doi: 10.1109/LCOMM.2014.030714.132630..

[10] NAN Yang, ZHANG Li, and SUN Xin. Weighted compressive sensing based uplink channel estimation for time division duplex massive Multi-Input Multi-Output systems[J]. *IET Communications*, 2017, 11(3): 355–361. doi: 10.1049/iet-com.2016.0625.

[11] MASOOD M, AFIFY L H, and AL-NAFFOURI T Y. Efficient coordinated recovery of sparse channels in massive MIMO[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(1): 104–118. doi: 10.1109/TSP.2014.2369005.

[12] PEDERSEN N L, MANCHÓN C N, and FLEURY B H. A fast iterative Bayesian inference algorithm for sparse channel estimation[C]. 2013 IEEE International Conference on Communications, Budapest, Hungary, 2013: 4591–4596. doi: 10.1109/ICC.2013.6655294.

[13] MA Jianpeng, LI Hongyan, ZHANG Shun, *et al*. Sparse Bayesian learning for the channel statistics of the massive MIMO systems[C]. 2017 IEEE Global Communications Conference, Singapore, 2017: 1–6. doi: 10.1109/GLOCOM.2017.8254911.

[14] GUI Guan, XU Li, and SHAN Lin. Block Bayesian sparse learning algorithms with application to estimating channels in OFDM systems[C]. 2014 International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications, Sydney, Australia, 2014: 238–242. doi: 10.1109/WPMC.2014.7014823.

[15] CHENG Xiantao, SUN Jingjing, and LI Shaoqian. Channel estimation for FDD multi-user massive MIMO: a variational Bayesian inference-based approach[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2017, 16(11): 7590–7602. doi: 10.1109/TWC.2017.2751046.

[16] TIPPING M. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2001, 1: 211–244. doi: 10.1162/15324430152748236.

[17] BLEI D M and JORDAN M I. Variational inference for dirichlet process mixtures[J]. *Bayesian Analysis*, 2006, 1(1): 121–143. doi: 10.1214/06-BA104.

[18] 梅素玉, 王飞, 周水庚. 狄利克雷过程混合模型、扩展模型及应用[J]. 科学通报, 2012, 57(34): 3243–3257.
MEI Suyu, WANG Fei, and ZHOU Shuigeng. Dirichlet process mixture model, extensions and applications[J]. *Chinese Science Bulletin* (*Chinese Version*), 2012, 57(34): 3243–3257.

[19] WANG Lu, ZHAO Lifan, BI Guoan, *et al*. Novel wideband DOA estimation based on sparse bayesian learning with dirichlet process priors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(2): 275–289. doi: 10.1109/TSP.2015.2481790.

[20] TSE D and VISWANATH P. Fundamentals of Wireless Communication[M]. Cambridge: Cambridge University, 2004: 32–50, 348–352.

路新华：男，1980年生，讲师，博士生，研究方向为大规模MIMO、信道估计、变分贝叶斯推理和狄利克雷过程.

MANCHÓN Carles Navarro：男，副教授，研究方向为无线通信中的统计信号处理，包括联合信道估计和检测、稀疏信号估计和重构、多天线信号处理技术等.

王忠勇：男，1965年生，教授，研究方向为通信系统及其信号处理、嵌入式系统等.

张传宗：男，1982年生，副教授，研究方向为移动通信系统和接收机的设计、变分推理、因子图与消息传递算法.