

基于互相关抽样分解的分布式非圆信号 DOA 快速估计

崔维嘉 代正亮* 巴斌 鲁航
(解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450001)

摘要: 在非相干分布式非圆信号波达方向(DOA)估计中, 针对利用信号非圆特性后输出矩阵维数扩展带来的较大运算量问题, 该文提出一种基于互相关抽样分解的 DOA 快速估计算法。该算法仅需要从子阵间的扩展互相关矩阵中抽样出少量行元素和列元素, 构成两个低维子矩阵, 进而通过低秩近似分解便可快速地同时求出左右奇异矢量, 即分别对应两个子阵的信号子空间, 避免了计算整个互相关矩阵及其奇异值分解运算; 最后利用两个子阵信号子空间的旋转不变性通过最小二乘得到 DOA 估计。仿真分析表明, 当行列抽样数大于信源数的两倍时, 所提算法与直接基于互相关矩阵奇异值分解的非相干分布式非圆信号 DOA 估计算法性能相近, 但复杂度得到了大幅度降低; 而相比于传统的低复杂度非相干分布源 DOA 估计算法, 所提算法利用信号非圆特性具有更高的估计性能。

关键词: 阵列信号处理; 非相干分布式非圆信号; 互相关矩阵; 抽样

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)05-1226-08

DOI: 10.11999/JEIT170663

Fast DOA Estimation of Distributed Noncircular Sources by Cross-correlation Sampling Decomposition

CUI Weijia DAI Zhengliang BA Bin LU Hang

(Institute of Information System Engineering, The PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In the Direction Of Arrival (DOA) estimation of incoherently distributed noncircular sources, the increase of dimension caused by array output matrix extension can cause a large computational complexity. To solve this problem, a rapid DOA estimation algorithm is proposed based on cross-correlation sampling decomposition. It only needs to calculate two low-dimensional sub-matrices, which are formed by a small number of rows and columns in the extended Cross-Correlation (CC) matrix. On the premise of the sub-matrices, the right and left singular vectors corresponding to two signal subspaces can be simultaneously obtained by the low-rank approximation decomposition, which avoids the calculation of the whole covariance matrix and its singular value decomposition. Finally, the DOA estimation can be obtained by the least squares with the rotation invariance of the signal subspaces. The simulation results show that when the number of samples in the low-dimensional sub-matrix is larger than twice the number of sources, the performance of the proposed algorithm is comparable with the DOA estimation algorithm of incoherently distributed noncircular sources based on the singular value decomposition applying to the CC matrix. Moreover, the proposed algorithm utilizes the noncircular characteristic of the signal to achieve higher estimation performance compared with the traditional low-complexity DOA estimation algorithms of the incoherently distributed sources.

Key words: Array signal processing; Incoherently distributed noncircular source; Cross-Correlation (CC) matrix; Sampling

1 引言

高分辨波达方向(DOA)估计技术^[1-3]是阵列信号处理领域的重要研究方向之一。传统的 DOA 估计算法均假设目标信源为点源, 但在雷达、声呐和移动通信等应用领域^[4], 由于复杂环境下的散射、反

射等原因会导致信号源具有一定的空间分布特性。此时, 点源模型往往不能准确描述阵列观测数据, 进而导致基于点源假设的传统 DOA 估计算法性能严重恶化^[5,6]。为解决这一问题, 一般采用一定参数化的分布式信源模型进行 DOA 估计。

根据散射特性的不同, 分布源可以分为相干分布源(CD)和非相干分布源(ID)两种类型^[7]。对于 CD 源, 可基于点源的方法直接推广进行处理; 而对于 ID 源, 由于不同的路径分量之间完全不相关, 情况更为复杂。近年来, 基于 ID 源的 DOA 估计算法逐

收稿日期: 2017-07-06; 改回日期: 2017-12-11; 网络出版: 2018-01-23

*通信作者: 代正亮 xinxidailiang@outlook.com

基金项目: 国家自然科学基金(61401513)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61401513)

渐成为分布源参数估计领域的研究重点。文献[8]首先将多重信号分类(MUSIC)算法推广到分布式信源,提出了同时适用于 CD 源和 ID 源的分布源参数估计(DSPE)算法,但该算法需要进行 2 维谱峰搜索,计算复杂度较高;文献[9]在 DSPE 算法的基础上,提出了一种仅适用于 ID 源的离散分布源参数估计(DISPARE)算法,具有更高的估计性能,但同样需要 2 维搜索。为避免搜索,文献[10]基于空间距离相近的两个均匀直线子阵,利用泰勒(Taylor)级数近似建立了 ID 源广义方向矢量的近似旋转不变关系,进而通过总体最小二乘旋转不变子空间(TLS-ESPRIT)算法直接解算出 DOA 估计,该算法虽无须搜索,但需要计算整个阵列接收信号的协方差矩阵及其特征分解,当阵元数较大时复杂度仍比较高。文献[11]提出了一种基于传播算子(PM)的低复杂度 ID 源 DOA 估计算法,该算法无须对样本协方差矩阵作特征分解运算,具有较低的计算复杂度。此外,也有相关学者相继提出波束形成类^[12]、最大似然类^[13,14]和稀疏重构类^[15]等方法,但这些算法均需要多维参数搜索,复杂度较高。

上述方法都是基于复圆信号特性的假设。然而,在现代通信中存在大量的非圆信号,如双相移相键控(BPSK)以及最小移频键控(MASK)等调制信号^[16-18]。近年来,利用信号非圆特性提高分布源 DOA 估计性能的研究引起了相关学者的关注^[19]。文献[20]推导了利用信号非圆特性后的 ID 源参数估计的克拉美罗下界(CRLB);文献[21]首次在 ID 源模型中引入信号的非圆性质,提出了基于波束形成的非相干分布式非圆信号参数估计算法,在低信噪比时具有较好的性能,但 2 维谱峰搜索会带来较高的运算量。为了降低复杂度,文献[22]提出了一种基于互相关矩阵的非相干分布式非圆信号 DOA 估计(NCCC-ID)算法,可有效消除附加噪声的影响来提高估计精度,并且无需搜索,能够直接解算出 DOA 估计。尽管如此,由于利用非圆特性将阵列输出信号矢量维数进行了扩展,并且需要计算互协方差矩阵和奇异值分解,因此复杂度仍有待降低。针对传统的基于特征值分解的子空间算法运算量较大的问题,相关学者已经提出了一系列快速有效的子空间分解算法,如 Lanczos 快速算法^[23]和多级维纳滤波递推算法^[24]等。然而,上述的这些快速分解算法均只能获取具有 Hermite 对称特性的协方差矩阵的特征矢量或者阵列输出信号矩阵的左奇异矢量,而无法对非对称的互相关矩阵进行快速奇异值分解以同时得到左右奇异矢量,因此这些快速分解算法并不适用于文献[22]的互相关矩阵模型。

本文考虑非相干分布式非圆信号,在利用信号非圆特性扩展阵列输出矩阵的基础上,仅需要计算子阵间扩展互相关矩阵中分别按行按列抽样出的两个低维子矩阵,通过低秩近似分解便可快速求出信号子空间,避免了计算整个互相关矩阵及其奇异值分解运算,大幅度降低了复杂度。通过仿真实验将本文算法与 TLS-ESPRIT 算法、PM 算法和文献[22]中的 NCCC-ID 算法进行比较,并对 4 种算法进行了复杂度分析,体现了本文算法的优越性。

2 信号模型

考虑一个直线阵列,它是由空间距离相近的两个完全相同的均匀线阵 \mathbf{X}_a 和 \mathbf{Y}_a 组成,每个子阵都有 M 个阵元,子阵中阵元间距为 d ,子阵间间隔已知的距离 δ 。假设有 K 个远场窄带非相干分布式非圆信号入射到该阵列上,波长为 λ ,则 t 时刻两个子阵的输出信号矢量分别为^[20-22]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \sum_{i=1}^K s_i(t) \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{il}(t) \mathbf{a}(\theta_{il}) + \mathbf{n}_x(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \sum_{i=1}^K s_i(t) \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{il}(t) \mathbf{b}(\theta_{il}) + \mathbf{n}_y(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{a}(\theta_{il}) = [1, e^{-j2\pi(d/\lambda)\sin\theta_{il}}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)(d/\lambda)\sin\theta_{il}}]^T$ 为子阵 \mathbf{X}_a 上 $M \times 1$ 的阵列方向矢量; $\mathbf{b}(\theta_{il})$ 为子阵 \mathbf{Y}_a 上 $M \times 1$ 的阵列方向矢量,且 $\mathbf{b}(\theta_{il}) = \mathbf{a}(\theta_{il}) \cdot e^{j2\pi(\delta/\lambda)\sin\theta_{il}}$; $\theta_{il} = \theta_i + \tilde{\theta}_{il}(t)$, θ_i 是第 i 个 ID 源的中心波达角,而 $\tilde{\theta}_{il}(t)$ 是第 i 个 ID 源第 l 径上的角度偏差; $s_i(t)$ 是第 i 个输入信号; $\alpha_{il}(t)$ 是随机复增益; L_i 是第 i 个 ID 源的多径数; $\mathbf{n}_x(t)$ 和 $\mathbf{n}_y(t)$ 分别为子阵 \mathbf{X}_a 和 \mathbf{Y}_a 上的加性高斯白噪声,均值为 0,方差为 σ_n^2 。

令 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_i) = \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{il}(t) \mathbf{a}(\theta_{il})$ 和 $\bar{\mathbf{b}}(\theta_i) = \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{il}(t) \mathbf{b}(\theta_{il})$, 则式(1)可以重写为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \sum_{i=1}^K \bar{\mathbf{a}}(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{n}_x(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_x(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \sum_{i=1}^K \bar{\mathbf{b}}(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{n}_y(t) = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_y(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中, $\bar{\mathbf{A}} = [\bar{\mathbf{a}}(\theta_1), \bar{\mathbf{a}}(\theta_2), \dots, \bar{\mathbf{a}}(\theta_K)]$ 为子阵 \mathbf{X}_a 上 $M \times K$ 的广义方向矩阵; $\bar{\mathbf{B}} = [\bar{\mathbf{b}}(\theta_1), \bar{\mathbf{b}}(\theta_2), \dots, \bar{\mathbf{b}}(\theta_K)]$ 为子阵 \mathbf{Y}_a 上 $M \times K$ 的广义方向矩阵; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为 $K \times 1$ 的信号矢量。

当角度扩展较小时,基于空间频率近似模型,对 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_i)$ 和 $\bar{\mathbf{b}}(\theta_i)$ 的第 m 个元素进行一阶泰勒级数展

开, 有

$$\begin{aligned} [\bar{\mathbf{a}}(\theta_i)]_m &\approx \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{il}(t) \left(e^{-j2\pi(m-1)(d/\lambda)(\sin\theta_i + \bar{\theta}_{il} \cos\theta_i)} \right) \\ &= e^{-j2\pi(m-1)(d/\lambda)\sin\theta_i} \\ &\quad \cdot \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{il}(t) e^{-j2\pi(m-1)(d/\lambda)\bar{\theta}_{il} \cos\theta_i} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} [\bar{\mathbf{b}}(\theta_i)]_m &\approx \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{il}(t) \left(e^{-j2\pi(m-1)(d/\lambda)(\sin\theta_i + \bar{\theta}_{il} \cos\theta_i)} \right) \\ &\quad e^{-j2\pi(\delta/\lambda)(\sin\theta_i + \bar{\theta}_{il} \cos\theta_i)} \\ &\approx e^{-j2\pi(m-1)(d/\lambda)\sin\theta_i} e^{-j2\pi(\delta/\lambda)\sin\theta_i} \\ &\quad \cdot \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{il}(t) e^{-j2\pi(m-1)(d/\lambda)\bar{\theta}_{il} \cos\theta_i} \end{aligned} \quad (4)$$

由式(3), 式(4)可得两个子阵广义方向向量的近似旋转不变关系:

$$\bar{\mathbf{b}}(\theta_i) \approx e^{-j2\pi(\delta/\lambda)\sin\theta_i} \bar{\mathbf{a}}(\theta_i) \quad (5)$$

改写成矩阵形式, 有

$$\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{A}}\Phi \quad (6)$$

其中, $\Phi = \text{diag}\left(e^{-j2\pi(\delta/\lambda)\sin\theta_1}, e^{-j2\pi(\delta/\lambda)\sin\theta_2}, \dots, e^{-j2\pi(\delta/\lambda)\sin\theta_K}\right)$.

进一步, 取 $t = t_1, t_2, \dots, t_N$ 的 N 个时刻的快拍, 则式(2)可以表达成矩阵形式为

$$\begin{cases} \mathbf{X} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{S} + \mathbf{N}_x \\ \mathbf{Y} = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{S} + \mathbf{N}_y \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_N)]$ 和 $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(t_1), \mathbf{y}(t_2), \dots, \mathbf{y}(t_N)]$ 分别为两个子阵的输出信号矩阵, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(t_1), \mathbf{s}(t_2), \dots, \mathbf{s}(t_N)]$ 为输入信号矩阵, \mathbf{N}_x 和 \mathbf{N}_y 分别为两个子阵的噪声矩阵。

当输入信号为最大非圆率信号时, 输入信号矩阵 \mathbf{S} 可以表示成^[16-18]:

$$\mathbf{S} = \mathbf{\Omega}\mathbf{S}_0 \quad (8)$$

其中, \mathbf{S}_0 是实信号矩阵, $\mathbf{\Omega} = \text{diag}\left\{e^{j\beta_1/2}, e^{j\beta_2/2}, \dots, e^{j\beta_K/2}\right\}$, β_i 是第 i 个 ID 源的非圆相位。则利用非圆信号椭圆协方差不为零的特性可构造阵列扩展输出信号矩阵

$$\mathbf{X}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}^* \mathbf{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \mathbf{S} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_x \\ \mathbf{N}_x^* \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{(nc)} \mathbf{S} + \mathbf{N}_x^{(nc)} \quad (9)$$

$$\mathbf{Y}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{B}} \\ \bar{\mathbf{B}}^* \mathbf{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \mathbf{S} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_y \\ \mathbf{N}_y^* \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{(nc)} \mathbf{S} + \mathbf{N}_y^{(nc)} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{A}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}^* \mathbf{\Omega}^{-2} \end{bmatrix}$ 和 $\mathbf{B}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{B}} \\ \bar{\mathbf{B}}^* \mathbf{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} =$

$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}\Phi \\ \bar{\mathbf{A}}^* \mathbf{\Omega}^{-2} \Phi^* \end{bmatrix}$ 分别为两个子阵扩展后的广义方向矩阵。

3 基于互相关抽样分解的 DOA 快速估计算法

为有效提高估计精度和降低复杂度, 在利用信号非圆特性扩展阵列输出矩阵的基础上, 本文提出了一种基于互相关抽样分解的 DOA 快速估计算法, 仅需要计算互相关矩阵中任意抽取出的两个低维子矩阵, 通过低秩近似分解并可快速产生信号子空间, 避免了通过复杂度较高的互相关矩阵奇异值分解获得信号子空间, 最后利用信号子空间的旋转不变性求解出各个非相干分布源 DOA 估计。

3.1 抽样分解快速生成信号子空间

子阵 \mathbf{X}_a 和 \mathbf{Y}_a 接收信号的扩展互相关矩阵为

$$\mathbf{R}_{XY}^{(nc)} = \mathbf{E}\left[\mathbf{X}^{(nc)} \left(\mathbf{Y}^{(nc)}\right)^H\right] = \mathbf{A}^{(nc)} \mathbf{R}_S \left(\mathbf{B}^{(nc)}\right)^H \quad (11)$$

其中, $\mathbf{R}_S = \mathbf{E}[\mathbf{S}\mathbf{S}^H]$ 为输入信号的自相关矩阵。由于两个子阵上的高斯白噪声是相互独立的, 因此 $\mathbf{R}_{XY}^{(nc)}$ 不包含噪声分量, 避免了附加噪声对参数估计性能的影响。对 $\mathbf{R}_{XY}^{(nc)}$ 进行奇异值分解, 有

$$\mathbf{R}_{XY}^{(nc)} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_K & \mathbf{0}_{K \times (2M-K)} \\ \mathbf{0}_{(2M-K) \times K} & \mathbf{0}_{(2M-K) \times (2M-K)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}^H \quad (12)$$

其中, \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 分别是 $\mathbf{R}_{XY}^{(nc)}$ 的左右奇异向量矩阵, $\mathbf{\Lambda}$ 是奇异值对角矩阵; $\mathbf{\Lambda}_K$ 是非零奇异值对角矩阵; \mathbf{U}_1 和 \mathbf{V}_1 分别是对应非零奇异值的 $2M \times K$ 维左右奇异向量矩阵, \mathbf{U}_2 和 \mathbf{V}_2 分别是对应零奇异值的 $2M \times (2M - K)$ 维左右奇异向量矩阵。根据信号理论, \mathbf{U}_1 和 \mathbf{V}_1 分别是子阵 \mathbf{X}_a 和 \mathbf{Y}_a 输出信号的信号子空间, 并且由于两个子阵的信号子空间是同一子空间, 因此有式(13)成立:

$$\text{span}(\mathbf{U}_1) = \text{span}(\mathbf{A}^{(nc)}) = \text{span}(\mathbf{V}_1) = \text{span}(\mathbf{B}^{(nc)}) \quad (13)$$

进一步, $\begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(nc)} \\ \mathbf{B}^{(nc)} \end{bmatrix}$ 和 $\begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{V}_1 \end{bmatrix}$ 所扩展成的子空间相同,

因此存在唯一的、非奇异的 $K \times K$ 维满秩矩阵 \mathbf{T} , 使得式(14)成立^[22]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(nc)} \\ \mathbf{B}^{(nc)} \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (14)$$

根据式(9), 式(10)可知, 利用扩展的阵列输出矩阵可以虚拟加倍阵元个数, 扩展阵元孔径, 进而

可提高阵列的分辨精度。然而，对得到的维数较大的阵列扩展输出信号矩阵，传统的 NCCC-ID 算法通过直接计算互协方差矩阵和奇异值分解虽然能得到准确可靠的信号子空间估计，但运算量也随着阵列输出矩阵扩展后维数的增加而加大。

考虑到各个子阵的信号子空间仅与子阵自身输出信号有关，而与其他子阵的输出信号无关，因此在通过扩展互相关矩阵奇异值分解方法获取各个子阵的信号子空间时，无需利用另一个子阵扩展输出信号矩阵的全部信息，而仅利用其中一部分信息，在降低复杂度的同时不会造成信号子空间估计性能的较大损失。基于此，本文提出了一种互相关抽样分解算法，仅需要计算扩展互相关矩阵中分别由少量行元素和少量列元素构成的两个低维子矩阵，通过低维近似分解便可快速求出扩展互相关矩阵的非零奇异值所对应的左右奇异矢量，即分别对应两个子阵的信号子空间，避免了计算整个互相关矩阵及其奇异值分解，可大幅度降低复杂度。

基于式(9)，式(10)得到阵列扩展输出矩阵后，分别从子阵 \mathbf{X}_a 和 \mathbf{Y}_a 的扩展输出矩阵中任意选取 P 行元素，构成矩阵 \mathbf{X}_1 和 \mathbf{Y}_1 ，对应的阵列广义方向矩阵分别为 $\bar{\mathbf{A}}_1$ 和 $\bar{\mathbf{B}}_1$ ，进而可以计算以下两个低维互相关矩阵 $\mathbf{R}_1 \in \mathcal{C}^{2M \times P}$ 和 $\mathbf{R}_2 \in \mathcal{C}^{P \times 2M}$ ：

$$\mathbf{R}_1 = \mathbb{E}[\mathbf{X}^{(nc)}\mathbf{Y}_1] = \mathbf{A}^{(nc)}\mathbf{R}_s\bar{\mathbf{B}}_1^H \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbb{E}[\mathbf{X}_1\mathbf{Y}] = \bar{\mathbf{A}}_1\mathbf{R}_s(\mathbf{B}^{(nc)})^H \quad (16)$$

其中，矩阵 \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 分别对应于扩展互协方差矩阵中 P 行元素和 P 列元素构成的两个低维子矩阵，并且 \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 有相互重叠部分，将其记为 $\mathbf{R}_3 \in \mathcal{C}^{P \times P}$ ，有

$$\mathbf{R}_3 = \bar{\mathbf{A}}_1\mathbf{R}_s\bar{\mathbf{B}}_1^H \quad (17)$$

这里需要指出，必须保证矩阵 \mathbf{R}_1 、 \mathbf{R}_2 和 \mathbf{R}_3 的秩都大于信源数，才能实现多个 ID 源 DOA 的正确估计，因此有 $K \leq P \leq 2M$ ，其中 K 为信源数， M 为子阵的阵元数。值得注意的是，本文算法建立在信源数已知的基础上，而有关学者已经提出了多种无须特征值分解的信源数快速估计算法^[25]。

对 \mathbf{R}_3 进行奇异值分解，可得

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_3 &= \mathbf{U}_0\mathbf{A}_0\mathbf{V}_0^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{01} & \mathbf{U}_{02} \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{01} & \mathbf{0}_{K \times (P-K)} \\ \mathbf{0}_{(P-K) \times K} & \mathbf{0}_{(M-K) \times (M-K)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{01} & \mathbf{V}_{02} \end{bmatrix}^H \\ &= \mathbf{U}_{01}\mathbf{A}_{01}\mathbf{V}_{01}^H \end{aligned} \quad (18)$$

其中， \mathbf{U}_0 和 \mathbf{V}_0 分别是 \mathbf{R}_3 的左右奇异向量矩阵， \mathbf{A}_0 是奇异值对角矩阵； \mathbf{A}_{01} 是非零奇异值对角矩阵； \mathbf{U}_{01} 和 \mathbf{V}_{01} 分别是对应非零奇异值的 $P \times K$ 维左右奇

异向量矩阵， \mathbf{U}_{02} 和 \mathbf{V}_{02} 分别是对应零奇异值的 $P \times (P-K)$ 维左右奇异向量矩阵。同样根据信号理论， \mathbf{U}_{01} 的列向量张成的空间与 $\bar{\mathbf{A}}_1$ 的列向量张成的空间相同， \mathbf{V}_{01} 的列向量张成的空间与 $\bar{\mathbf{B}}_1$ 的列向量张成的空间相同，因此分别存在唯一的、非奇异的 $K \times K$ 维满秩矩阵 \mathbf{T}_1 和 \mathbf{T}_2 ，使得式(19)，式(20)成立：

$$\mathbf{U}_{01} = \bar{\mathbf{A}}_1\mathbf{T}_1 \quad (19)$$

$$\mathbf{V}_{01} = \bar{\mathbf{B}}_1\mathbf{T}_2 \quad (20)$$

结合式(17)和式(18)可得

$$\mathbf{R}_s = (\bar{\mathbf{A}}_1)^+ \mathbf{U}_{01}\mathbf{A}_{01}\mathbf{V}_{01}^H (\bar{\mathbf{B}}_1^H)^+ \quad (21)$$

其中， $(\cdot)^+$ 表示 Moore-Penrose 逆。进一步，将式(21)代入式(15)，可得

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= \mathbf{A}^{(nc)}(\bar{\mathbf{A}}_1)^+ \mathbf{U}_{01}\mathbf{A}_{01}\mathbf{V}_{01}^H (\bar{\mathbf{B}}_1^H)^+ \bar{\mathbf{B}}_1^H \\ &= \mathbf{A}^{(nc)}(\bar{\mathbf{A}}_1)^+ \mathbf{U}_{01}\mathbf{A}_{01}\mathbf{V}_{01}^H \end{aligned} \quad (22)$$

令 $\mathbf{H} = \mathbf{A}^{(nc)}(\bar{\mathbf{A}}_1)^+ \mathbf{U}_{01}$ ， $\mathbf{G} = (\bar{\mathbf{A}}_1)^+ \mathbf{U}_{01}$ ，则 $\mathbf{H} = \mathbf{A}^{(nc)}\mathbf{G}$ ，由式(19)可得

$$\mathbf{G} = (\bar{\mathbf{A}}_1)^+ \mathbf{U}_{01} = (\bar{\mathbf{A}}_1)^+ \bar{\mathbf{A}}_1\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_1 \quad (23)$$

因此， $\mathbf{H} = \mathbf{A}^{(nc)}\mathbf{T}_1$ ，而 \mathbf{T}_1 是非奇异的 $K \times K$ 维满秩矩阵， $\mathbf{A}^{(nc)}$ 是子阵 \mathbf{X}_a 的扩展广义方向矩阵，结合式(13)可知，矩阵 $\mathbf{H} \in \mathcal{C}^{2M \times K}$ 的列向量与 $\mathbf{A}^{(nc)}$ 的列向量张成的子空间相同，即

$$\text{span}(\mathbf{H}) = \text{span}(\mathbf{A}^{(nc)}) = \text{span}(\mathbf{U}_1) \quad (24)$$

进而可以得到子阵 \mathbf{X}_a 的信号子空间估计 $\hat{\mathbf{U}}_1$ 的低秩近似表达式：

$$\hat{\mathbf{U}}_1 = \mathbf{R}_1\mathbf{V}_{01}\mathbf{A}_{01}^{-1} \quad (25)$$

类似的方法，将式(21)代入式(16)，有

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_2 &= \bar{\mathbf{A}}_1(\bar{\mathbf{A}}_1)^+ \mathbf{U}_{01}\mathbf{A}_{01}\mathbf{V}_{01}^H (\bar{\mathbf{B}}_1^H)^+ (\mathbf{B}^{(nc)})^H \\ &= \mathbf{U}_{01}\mathbf{A}_{01}\mathbf{V}_{01}^H (\bar{\mathbf{B}}_1^H)^+ (\mathbf{B}^{(nc)})^H \end{aligned} \quad (26)$$

对 \mathbf{R}_2 取共轭转置，可得到式(27)：

$$\mathbf{R}_2^H = \bar{\mathbf{B}}(\bar{\mathbf{B}}_1)^+ \mathbf{V}_{01}\mathbf{A}_{01}\mathbf{U}_{01}^H \quad (27)$$

根据式(13)，式(20)，同样可以得到子阵 \mathbf{Y}_a 的信号子空间估计 $\hat{\mathbf{V}}_1$ 的低秩近似表达式：

$$\hat{\mathbf{V}}_1 = \mathbf{R}_2^H\mathbf{U}_{01}\mathbf{A}_{01}^{-1} \quad (28)$$

总结上述，所提算法仅需要计算扩展互相关矩阵中分别按行和按列抽样出的两个低维子矩阵 $\mathbf{R}_1 \in \mathcal{C}^{2M \times P}$ 和 $\mathbf{R}_2 \in \mathcal{C}^{P \times 2M}$ ，同时对两个子矩阵的重叠部分 $\mathbf{R}_3 \in \mathcal{C}^{P \times P}$ 进行奇异值分解，并可通过式(25)，式(28)的低秩近似表达式得到两个子阵信号子空间的估计，避免了计算整个互相关矩阵及其奇异值分解运算，大幅度降低了复杂度。而上述互相关

抽样分解技术在获取各个子阵的信号子空间时,虽然仅利用了子阵自身扩展输出信号矩阵的全部信息和另一个子阵扩展输出信号矩阵的部分信息,但考虑到各个子阵的信号子空间并不受其他子阵输出信号的影响,因此不会造成信号子空间估计性能的较大损失。

3.2 最小二乘得到 DOA 估计

通过 3.1 节的互相关抽样分解技术快速得到两个子阵的信号子空间估计 $\hat{\mathbf{U}}_1$ 和 $\hat{\mathbf{V}}_1$ 后, 可以将 $\hat{\mathbf{U}}_1$ 和 $\hat{\mathbf{V}}_1$ 分别按行分块成两部分, 其中, $\hat{\mathbf{U}}_{11}$ 和 $\hat{\mathbf{U}}_{12}$ 分别是由 $\hat{\mathbf{U}}_1$ 的前 M 行和后 M 行构成的 $M \times K$ 维矩阵; $\hat{\mathbf{V}}_{11}$ 和 $\hat{\mathbf{V}}_{12}$ 分别是由 $\hat{\mathbf{V}}_1$ 的前 M 行和后 M 行构成的 $M \times K$ 维矩阵, 则式(14)可改写为

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}^* \Omega^{-2} \\ \bar{\mathbf{A}} \Phi \\ \bar{\mathbf{A}}^* \Omega^{-2} \Phi^* \end{bmatrix} \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_{11} \\ \hat{\mathbf{U}}_{12} \\ \hat{\mathbf{V}}_{11} \\ \hat{\mathbf{V}}_{12} \end{bmatrix} \quad (29)$$

由式(29), 根据 $(\Phi^*)^H = \Phi$ 可得到式(30)关系:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{11} \\ \hat{\mathbf{U}}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_{11} \\ \hat{\mathbf{V}}_{12} \end{bmatrix} \mathbf{H}^{-1} \Phi \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_{11} \\ \hat{\mathbf{V}}_{12} \end{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \quad (30)$$

其中, $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{H}^{-1} \Phi \mathbf{H}$, 进而可以通过最小二乘准则求解出 $\mathbf{\Gamma}$ 。

$\mathbf{\Gamma}$ 的特征值分别是 Φ 的对角元素, 得到矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 就可以利用其特征值估计出 DOA:

$$\hat{\theta}_i = \arcsin \left(-\frac{\lambda \cdot \text{angle}(\gamma_i)}{2\pi\delta} \right), \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (31)$$

其中, $\hat{\theta}_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 是各个 ID 源的 DOA 估计值; $\gamma_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 分别为 $\mathbf{\Gamma}$ 的 K 个特征值。

3.3 算法步骤

根据上述分析可以将本文估计非相干分布式非圆信号 DOA 的方法归纳为以下步骤:

(1) 基于信号非圆特性, 根据式(9), 式(10)扩展阵列输出信号矩阵;

(2) 从子阵 \mathbf{X}_a 和 \mathbf{Y}_a 的扩展输出矩阵中任意选取 P 行元素, 构成矩阵 \mathbf{X}_1 和 \mathbf{Y}_1 , 并根据式(15), 式(16)计算两个低维子矩阵 $\mathbf{R}_1 \in \mathbf{C}^{2M \times P}$ 和 $\mathbf{R}_2 \in \mathbf{C}^{P \times 2M}$;

(3) 对两个低维子矩阵的重叠部分 $\mathbf{R}_3 \in \mathbf{C}^{P \times P}$ 进行奇异值分解, 得到非零奇异值对角矩阵 $\mathbf{\Lambda}_{01}$, 以及对应的左右奇异矢量矩阵 \mathbf{U}_{01} 和 \mathbf{V}_{01} ;

(4) 分别根据式(25), 式(28)的互相关抽样分解得到子阵 \mathbf{X}_a 和 \mathbf{Y}_a 的信号子空间估计 $\hat{\mathbf{U}}_1$ 和 $\hat{\mathbf{V}}_1$;

(5) 由 3.2 节的最小二乘得到 K 个 ID 源的 DOA 估计。

4 仿真实验

4.1 仿真分析

本文研究的是非相干分布式非圆信号 DOA 估计算法, 拟采用非相干分布式 BPSK 信号作为发射信号。仿真实验采用如图 1 所示的阵列结构, 子阵中阵元间距均为 $d = \lambda/2$, 两个子阵间距为 $\delta = \lambda/10$ 。实验中假设噪声为高斯白噪声。为了验证本文算法的实用性与鲁棒性, 采用蒙特卡罗实验将本文算法与文献[10]中的 TLS-ESPRIT 算法、文献[11]中的 PM 算法、文献[22]中的 NCCC-ID 算法和文献[20]中的 CRLB 进行对比分析。

为衡量算法性能, 首先定义 DOA 估计的均方根误差 RMSE(θ) 为

$$\text{RMSE}(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{1}{Q} \left(\sum_{q=1}^Q \|\hat{\theta}_{q,i} - \theta_i\|^2 \right)} \quad (32)$$

其中, Q 为蒙特卡罗仿真次数, K 为信源数, $\hat{\theta}_{q,i}$ 为第 i 个 ID 源第 q 次蒙特卡罗实验 DOA 估计值, θ_i 为第 i 个 ID 源 DOA 的真实值。

仿真 1 验证算法有效性 假设信源数 $K = 3$, 其角度参数分别为 $\mu_1 = (10^\circ, 2^\circ)$, $\mu_2 = (40^\circ, 3^\circ)$ 和 $\mu_3 = (70^\circ, 2^\circ)$, 分别在信噪比(SNR)为 10 dB 和 0 dB 条件下采用本文算法进行 200 次的蒙特卡罗试验。仿真中每个子阵阵元数为 18, 每个子阵扩展输出矩

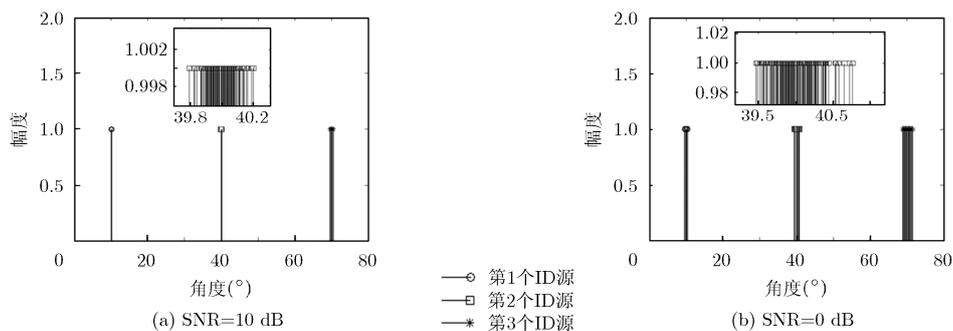


图 1 不同信噪比条件下 3 个 ID 源 DOA 估计分布图

阵的抽样数均为 $P = 9$, 快拍数为 1000, 得到 DOA 的估计值 $\hat{\theta}_k (k = 1, 2, 3)$, 如图 1 所示。可以看出本文算法在较少抽样数的条件下能够得到多个 ID 源 DOA 的无偏估计; 并且, 在低信噪比条件下, 根据第 2 个 ID 源估计结果的局部放大图可以看出本文算法依旧能够正确估计出 DOA, 如图 1(b), 因此本文算法对于噪声具有较好的鲁棒性。

仿真 2 不同算法性能对比 将本文算法与 TLS-ESPRIT 算法、PM 算法和 NCCC-ID 算法性能进行对比。假设信源数 $K = 2$, 角度参数分别是 $\mu_1 = (20^\circ, 3^\circ)$ 和 $\mu_2 = (55^\circ, 4^\circ)$, 快拍数为 200, 子阵阵元数为 18, 各个子阵扩展输出信号矩阵的抽样数为 $P = 6$ 。分别绘制这些算法的 RMSE 曲线与信噪比 SNR 的关系, 如图 2(a) 所示。固定信噪比 SNR = -5 dB, 分别绘制这些算法的 RMSE 曲线与阵元数和快拍数的关系, 分别如图 2(b), 图 2(c) 所示。从图中可以看出本文算法的性能与 NCCC-ID 算法近乎相同, 这是因为本文算法虽然是通过互相关抽样分解得到信号子空间, 但在估计每个子阵的信号子空间时, 依旧利用了该子阵的全部阵元输出信号信息, 因此当抽样数较大时不会造成性能的较大损失。同时, 相比于非相干分布源 DOA 估计的 TLS-ESPRIT 算法和 PM 算法, 本文算法还利用信号非圆特性进一步提高了估计性能。

仿真 3 验证抽样数对算法性能的影响 在相同仿真条件下, 为验证扩展输出矩阵的抽样数对本文算法性能的影响, 假设信源数 $K = 2$, 角度参数分别是 $\mu_1 = (20^\circ, 3^\circ)$ 和 $\mu_2 = (55^\circ, 4^\circ)$, 快拍数为 200, 选取抽样数 P 为 $K, K + 1, 2K, 3K$ 和 $4K$ 这 5 种情况, 首先固定子阵阵元数为 18, 绘制各自的 RMSE 曲线与信噪比 SNR 的关系, 如图 3(a) 所示; 然后, 固定信噪比 SNR = -5 dB, 绘制各自的 RMSE 曲线与阵元数和快拍数的关系, 如图 3(b), 图 3(c) 所示。由图 3 可以看出, 抽样数越多, 所提算法性能越好; 当抽样数达到信源数的 2 倍, 所提算法性能已经接

近于 NCCC-ID 算法; 而当抽样数达到信源数的 3 倍时, 所提算法性能与 NCCC-ID 算法性能近乎相同。

4.2 复杂度分析

将本文算法与 TLS-ESPRIT 算法、PM 算法和 NCCC-ID 算法进行复杂度对比分析。假设阵列阵元数为 M , 快拍数为 N , 信源数为 K , 则 TLS-ESPRIT 算法的复杂度主要在于估计一个 M 阶的阵列协方差矩阵和特征分解运算, 以及总体最小二乘估计 DOA, 可以表示为 $O(M^2N + M^3 + K^3)$; PM 算法的复杂度主要在于估计一个 M 阶的阵列协方差矩阵、估计传播算子以及最小二乘估计 DOA, 可以表示为 $O(M^2N + NK(M - K)/2 + NK^2 + K^3)$; NCCC-ID 算法的复杂度主要在于估计一个 $M \times M$ 的阵列互协方差矩阵和奇异值分解运算, 以及最小二乘准则估计 DOA, 可以表示为 $O(M^2N + M^3 + K^3)$; 本文算法通过互相关抽样分解得到信号子空间, 计算复杂度主要在于估计两个低维子矩阵、重叠部分矩阵的奇异值分解运算以及最小二乘估计 DOA, 可以表示为 $O(P(M - P)N + P^3 + K^3)$ (P 为子阵扩展输出矩阵的抽样数, $K \leq P \ll 2M$)。表 1 所示为 4 种算法的计算复杂度对比。

由表 1 可以看出, 当阵元数较大时, 本文算法的复杂度明显低于其他算法。为了进一步衡量本文算法复杂度相比于 NCCC-ID 算法的减小量, 可以定义一个复杂度降低率 T_r 如式(33):

$$T_r = \frac{T_{nc} - T_{pro}}{T_{nc}} \times 100\% \quad (33)$$

其中, T_{nc} 和 T_{pro} 分别表示多次蒙特卡罗实验时 NCCC-ID 算法和本文算法的平均运行时间。固定子阵阵元数为 18, 其他仿真条件与仿真 2 相同, 绘制复杂度降低率 T_r 随扩展输出矩阵抽样数的变化曲线, 如图 4(a) 所示; 然后, 固定抽样数为 2 倍信源

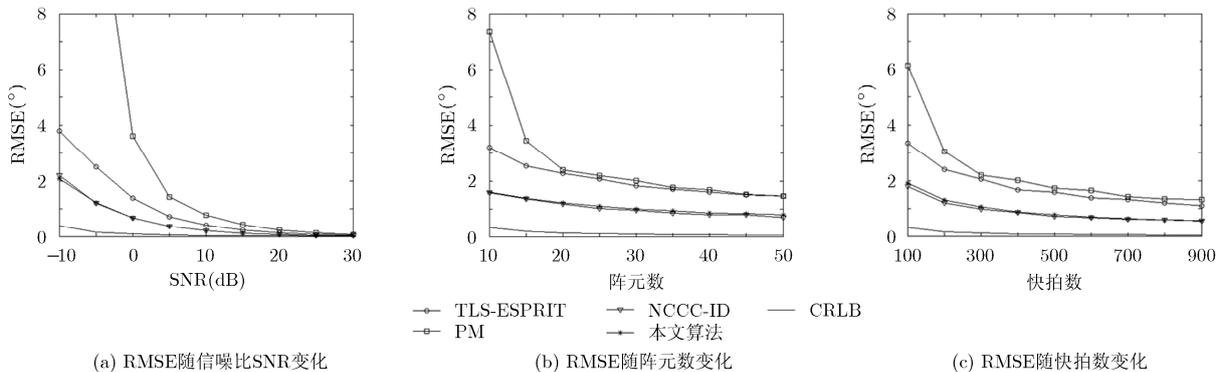


图 2 不同算法 DOA 估计均方根误差 RMSE 对比

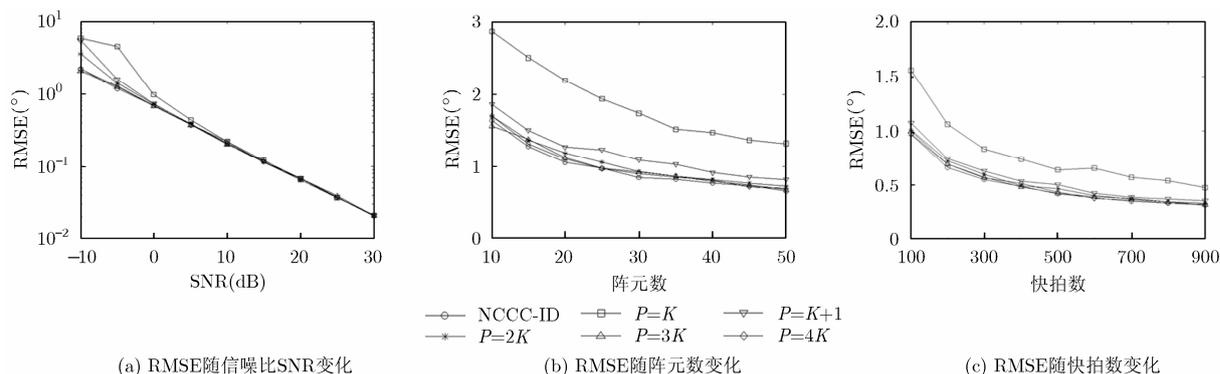
图 3 不同抽样数 P 条件下 DOA 估计均方根误差 RMSE 对比

表 1 计算复杂度对比

算法	计算量
TLS-ESPRIT	$O(M^2N + M^3 + K^3)$
PM	$O(M^2N + NK(M - K)/2 + NK^2 + K^3)$
NCCC-ID	$O(M^2N + M^3 + K^3)$
本文算法	$O(P(M - P)N + P^3 + K^3)$

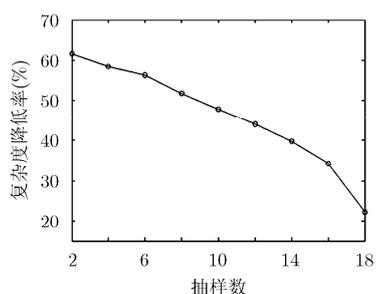
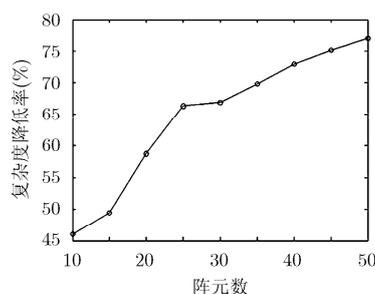
数时, 绘制复杂度降低率 T_r 随子阵阵元数的变化曲线, 如图 4(b)所示。由图 4 可以看出, 当阵元数越多, 抽样数越少时, 算法复杂度降低率越大。

因此结合上述的仿真和复杂度分析, 可得出这样的结论: 所提算法相比于 NCCC-ID 算法, 只需要通过互相关抽样分解便可得到信号子空间, 避免了计算互相关矩阵及其奇异值分解运算, 在保持估计精度的同时大幅度降低了复杂度; 而相比于

TLS-ESPRIT 算法和 PM 算法, 本文算法利用了信号非圆特性具有更高的估计性能。

5 结论

在非相干分布式非圆信号 DOA 估计中, 利用信号非圆特性可提升估计性能, 但阵列输出矩阵维数扩展会带来较大的复杂度。针对该问题, 本文算法在利用 Taylor 级数建立非相干分布式非圆信号扩展阵列模型的基础上, 通过互相关抽样分解技术实现了低复杂度的无偏 DOA 估计。通过仿真实验和复杂度分析可以看出, 当扩展输出矩阵抽样数大于 2 倍信源数时, 本文算法与 NCCC-ID 算法性能相当, 但复杂度得到了大幅度降低; 而相比于现有的低复杂度非相干分布源 DOA 估计算法, 本文算法利用非圆特性进一步提升了估计性能。

(a) T_r 随抽样数变化(b) T_r 随阵元数变化图 4 复杂度降低率 T_r 与抽样数和阵元数的关系

参考文献

- [1] KRIM H and VIBERG M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 67-94. doi: 10.1109/79.526899.
- [2] 樊劲宇, 顾红, 苏卫民, 等. 基于张量分解的互质阵 MIMO 雷达目标多参数估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(4): 933-938. doi: 10.11999/JEIT140826. FAN Jinyu, GU Hong, Su Weimin, et al. Co-prime MIMO radar multi-parameter estimation based on tensor decomposition[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 933-938. doi: 10.11999/JEIT140826.
- [3] 梁浩, 崔琛, 余剑. 基于 ESPRIT 算法的十字型阵列 MIMO 雷达降维 DOA 估计[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(1): 80-89. doi: 10.11999/JEIT150402. LIANG Hao, CUI Chen, and YU Jian. Reduced-dimensional DOA estimation based on ESPRIT algorithm in monostatic MIMO Radar with cross array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(1): 80-89. doi: 10.11999/JEIT150402.
- [4] 郑植. 分布式信源低复杂度参数估计算法研究[D]. [博士论文],

- 电子科技大学, 2011.
- ZHENG Zhi. Research on low complexity parameter estimation algorithm for distributed source[D]. [Ph.D. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2011.
- [5] LÜ T, TAN F, GAO H, *et al.* A beamspace approach for 2-D localization of incoherently distributed sources in massive MIMO systems[J]. *Signal Processing*, 2016, 121(C): 30–45. doi: 10.1016/j.sigpro.2015.10.020.
- [6] XIONG W, PICHERAL J, and MARCOS S. Array geometry impact on MUSIC in the presence of spatially distributed sources[J]. *Digital Signal Processing*, 2017, 63: 155–163. doi: 10.1016/j.dsp.2017.01.001.
- [7] 林晓帆, 韦岗. 一种获取非相干分布源空间分布的算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(2): 260–265. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00601.
- LIN Xiaofan and WEI Gang. A method to obtain the spatial distribution of incoherently distributed sources[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(2): 260–265. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00601.
- [8] VALAEE S, CHAMPAGNE B, and KABAL P. Parametric localization of distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2144–2153. doi: 10.1109/78.414777.
- [9] MENG Y, STOICA P, and WONG K M. Estimation of the directions of arrival of spatially dispersed signals in array signal processing[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 1996, 143(2): 1–9. doi: 10.1049/ip-rsn:19960170.
- [10] SHAHBAZPANAH S, VALAEE S, and BASTANI M H. Distributed source localization using ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(10): 2169–2178. doi: 10.1109/78.950773.
- [11] ZHENG Z and LI G. Fast DOA estimation of incoherently distributed sources by novel propagator[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2013, 24(3): 573–581. doi: 10.1007/s11045-012-0185-4.
- [12] HASSANIEN A, SHAHBAZPANAH S, and GERSHMAN A B. A generalized capon estimator for localization of multiple spread sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(1): 280–283. doi: 10.1109/TSP.2003.820089.
- [13] SHAHBAZPANAH S, VALAEE S, and GERSHMAN A B. A covariance fitting approach to parametric localization of multiple incoherently distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(3): 592–600. doi: 10.1109/TSP.2003.822352.
- [14] SIESKUL B T. An asymptotic maximum likelihood for joint estimation of nominal angles and angular spreads of multiple spatially distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2010, 59(3): 1534–1538. doi: 10.1109/TVT.2009.2040006.
- [15] 杨学敏, 李广军, 郑植. 基于稀疏表示的相干分布式非圆信号参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(1): 164–168. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00444.
- YANG Xuemin, LI Guangjun, and ZHENG Zhi. Parameters estimation of coherently distributed non-circular signal based on sparse representation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(1): 164–168. doi: 10.3724/SP.J.1146.2013.00444.
- [16] GAN L, GU J F, and WEI P. Estimation of 2-D DOA for noncircular sources using simultaneous SVD technique[J]. *IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters*, 2008, 7: 385–388. doi: 10.1109/LAWP.2008.2000875.
- [17] 尹洁昕, 吴瑛, 王鼎. 基于辅助阵元的非圆信号自校正算法及其性能分析[J]. *通信学报*, 2014, 34(2): 153–165. doi: 10.3969/j.issn.1000-436x.2014.02.020.
- YIN Jiexin, WU Ying, and WANG Ding. Auto-calibration method and performance analysis for noncircular sources based on instrumental sensors[J]. *Journal on Communications*, 2014, 34(2): 153–165. doi: 10.3969/j.issn.1000-436x.2014.02.020.
- [18] ZHANG L, LÜ W, ZHANG X, *et al.* 2D-DOA estimation of noncircular signals for uniform rectangular array via NC-PARAFAC method[J]. *International Journal of Electronics*, 2016, 103(11): 1839–1856. doi: 10.1080/00207217.2016.1138535.
- [19] YANG X, LI G, ZHENG Z, *et al.* 2D DOA estimation of coherently distributed noncircular sources[J]. *Wireless Personal Communications*, 2014, 78(2): 1095–1102. doi: 10.1007/s11277-014-1803-2.
- [20] HASSEN S B, BELLILI F, SAMET A, *et al.* Cramer-Rao lower bounds for angular parameters estimates from incoherently distributed signals generated by noncircular sources[C]. *IEEE International Conference on Ubiquitous Wireless Broadband*. IEEE, Montreal, Canada, 2015: 1–5. doi: 10.1109/ICUWB.2015.7324433.
- [21] HASSEN S B, BELLILI F, SAMET A, *et al.* Estimation of angular spreads and mean angles of arrival for multiple incoherently-distributed noncircular sources[C]. *IEEE International Conference on Ubiquitous Wireless Broadband*. IEEE, Montreal, Canada, 2015: 1–5. doi: 10.1109/ICUWB.2015.7324449.
- [22] YANG X, LI G, CHI C K, *et al.* Central DOA estimation of incoherently distributed noncircular sources with cross-correlation matrix[J]. *Circuits Systems & Signal Processing*, 2015, 34(11): 3697–3707. doi: 10.1007/s00034-015-0023-7.
- [23] FERREIRA T N, CAMPOS M L R D, and NETTO S L. Covariance-based DoA estimation in a Krylov subspace[J]. *Circuits Systems & Signal Processing*, 2015, 34(7): 2363–2379. doi: 10.1007/s00034-014-9966-3.
- [24] 黄磊, 吴顺君, 张林让, 等. 快速子空间分解方法及其维数的快速估计[J]. *电子学报*, 2005, 33(6): 977–981.
- HUANG L, WU S J, ZHANG L R, *et al.* Fast method for subspace decomposition and its dimension estimation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(6): 977–981.
- [25] HUANG L, LONG T, MAO E, *et al.* MMSE-based MDL method for robust estimation of number of sources without eigendecomposition[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(10): 4135–4142. doi: 10.1109/TSP.2009.2024043.
- 崔维嘉: 男, 1976年生, 博士, 副教授, 研究方向为移动通信、信号处理等。
- 代正亮: 男, 1993年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、分布式信号处理等。
- 巴 斌: 男, 1987年生, 博士, 讲师, 研究方向为阵列信号处理、参数估计等。
- 鲁 航: 男, 1993年生, 硕士生, 研究方向为可见光定位、频谱分析等。