

## 基于改进 Walsh-Hadamard 变换的 $(n,1,m)$ 卷积码盲识别

张立民<sup>①</sup> 刘 杰<sup>\*①</sup> 钟兆根<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(海军航空大学信息融合研究所 烟台 264001)

<sup>②</sup>(海军航空大学电子信息工程系 烟台 264001)

**摘 要:** 针对高误码率情况下 $(n,1,m)$ 卷积码的盲识别问题, 该文提出一种新的基于改进 Walsh-Hadamard 变换 (Walsh-Hadamard Transform, WHT) 的方法。首先将原问题等效为多路 1/2 码率卷积码的盲识别问题, 并建立关于其生成多项式系数的线性方程组。然后分析了现有基于 WHT 的方法直接求解该方程组所存在的不足, 重新建立更稳健的判决门限, 同时通过缩小解的取值范围降低计算量, 进而在求得正确解向量的同时完成对码长的识别。最后, 将多路等效 1/2 码率卷积码的生成多项式按一定条件组合, 得到 $(n,1,m)$ 卷积码的生成多项式矩阵。仿真结果验证了所提方法的有效性, 且性能优于传统方法。

**关键词:** 信道编码; 卷积码; 盲识别; Walsh-Hadamard 变换

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)04-0839-07

DOI: 10.11999/JEIT170605

## Blind Recognition of $(n,1,m)$ Convolutional Codes Based on Modified Walsh-Hadamard Transform

ZHANG Limin<sup>①</sup> LIU Jie<sup>①</sup> ZHONG Zhaogen<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical University, Yantai 264001, China)

<sup>②</sup>(Department of Electronic Information Engineering, Naval Aeronautical University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** Considering the blind recognition of  $(n,1,m)$  convolutional codes at high bit error rate, a novel method based on modified Walsh-Hadamard Transform (WHT) is presented. First, the original issue is equivalent to the blind recognition of several 1/2 rate convolutional codes, and a system of linear equations for generating polynomial coefficients is established. Disadvantages of the existing methods based on WHT are analyzed, after which a more robust decision threshold is deduced, with a reduction in computational complexity by limiting the range of roots, and then the code length is recognized while the correct solution vector is found. Finally, the generator polynomial matrix of  $(n,1,m)$  convolutional codes is obtained by combining the generator polynomial of the equivalent 1/2 rate convolutional codes. The simulation results verify the effectiveness of the proposed method, which has a better performance when comparing to the traditional method.

**Key words:** Channel coding; Convolutional codes; Blind recognition; Walsh-Hadamard Transform (WHT)

### 1 引言

数字通信中为控制差错, 往往采用信道编码技术, 以实现接收端数据的可靠重现。信道编码盲识别是实现通信对抗和自适应调制编码的关键技术<sup>[1,2]</sup>, 已经获得到了国内外学者的广泛关注, 并取得了丰硕的研究成果<sup>[3-5]</sup>。其中,  $(n,1,m)$ 卷积码具有结构简单、纠错能力强等特点, 被广泛应用于深

空探测、卫星通信和移动通信等领域。因此, 本文对 $(n,1,m)$ 卷积码进行研究。

根据国内外公开发表的文献, 目前的卷积码识别方法主要有基于矩阵分析的方法、欧几里得算法、快速双合冲算法和基于 Walsh-Hadamard 变换 (Walsh-Hadamard Transform, WHT) 的方法。文献 [6] 给出了利用矩阵分析识别卷积码的解析结果。文献 [7] 采用基于矩阵分析的方法, 通过矩阵变换确定码长和码字起始位置, 并根据矩阵化简结果抽取校验序列以求得生成多项式矩阵。该方法的不足之处在于, 码字序列中不能存在过多的误码, 否则会影响矩阵分析及后续的校验序列抽取。文献 [8] 采用基于剩余定理改进的欧几里得算法, 通过求解  $n$  个多

收稿日期: 2017-06-23; 改回日期: 2017-11-21; 网络出版: 2018-01-23

\*通信作者: 刘杰 iamliu1573@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(91538201), 泰山学者工程专项经费(st201511020)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (91538201), The Special Fund of Taishan Scholars Project (st201511020)

项式的最高公因式, 识别生成多项式。该方法对误码的适应性也较差。文献[9]对关键方程进行推广, 利用齐次关键模方程解决卷积码识别问题, 计算复杂度较低, 但只适用于无记忆的 $(2,1,m)$ 卷积码。文献[10]利用 $(2,1,m)$ 卷积码接收序列和校验关系建立二元域方程组, 然后将WHT用于含错方程组的求解, 但需要预先知道码长等先验信息。文献[11]对WHT过程进行改进, 通过加权处理提升性能, 同时采用分段循环解决内存不足的问题, 但并未降低计算量。文献[12]首先采用基于最大似然检测的方法对校验多项式进行估计, 然后建立方程对生成多项式求解, 当编码参数较大时计算很复杂。

由以上分析可知, 在高误码率情况下, 比较有效的识别方法为基于WHT的方法。但本文中码长为待识别参数, 而文献[10]中假设码长为已知量, 因此需要对该方法进行一定的改进。首先建立 $(n,1,m)$ 卷积码的识别模型, 然后分析了直接利用现有的基于WHT的方法估计码长所带来的虚警问题, 并推导了新的门限, 最后对所提方法进行了仿真验证。

## 2 $(n,1,m)$ 卷积码盲识别问题描述

### 2.1 $(n,1,m)$ 卷积码编码原理

卷积码通常表示为 $(n,k,m)$ , 其中 $n$ 为码长,  $k$ 为信息位长度,  $m$ 为编码记忆长度<sup>[13]</sup>。对于 $(n,1,m)$ 卷积码, 令 $s(x)$ 表示发送的信息序列,  $\mathbf{U}(x) = [u_1(x) \ u_2(x) \ \cdots \ u_n(x)]$ 表示编码序列,  $\mathbf{G}(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \cdots \ g_n(x)]$ 表示生成多项式矩阵, 其中 $g_i(x) = g_{i,0} + g_{i,1}x + \cdots + g_{i,m}x^m$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 则编码过程可表示为

$$\mathbf{U}(x) = s(x) \cdot \mathbf{G}(x) \quad (1)$$

设 $(n,1,m)$ 卷积码的校验多项式矩阵为 $\mathbf{H}(x)$ 。根据文献[13], 有

$$\mathbf{G}(x) \cdot \mathbf{H}^T(x) = \mathbf{0} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{0}$ 表示零向量。由式(1)和式(2)得

$$\mathbf{U}(x) \cdot \mathbf{H}^T(x) = s(x) \cdot \mathbf{G}(x) \cdot \mathbf{H}^T(x) = \mathbf{0} \quad (3)$$

### 2.2 $(n,1,m)$ 卷积码识别模型

假设误码多项式矩阵为 $\mathbf{E}(x) = [e_1(x) \ e_2(x) \ \cdots \ e_n(x)]$ , 则实际接收的编码序列为

$$\mathbf{C}(x) = \mathbf{U}(x) + \mathbf{E}(x) = [c_1(x) \ c_2(x) \ \cdots \ c_n(x)] \quad (4)$$

$(n,1,m)$ 卷积码的盲识别问题等价于求解含错方程:

$$\mathbf{C}(x) \cdot \mathbf{H}^T(x) = \mathbf{0} \quad (5)$$

可以先利用式(5)求得校验多项式矩阵 $\mathbf{H}(x)$ , 再根据式(2)计算生成多项式矩阵 $\mathbf{G}(x)$ 。但考虑到 $(n,1,m)$ 卷积码的生成多项式矩阵为 $1 \times n$ 阶, 若将其相邻两路数据依次进行组合, 则可以分解得到等效

的 $n-1$ 路 $1/2$ 码率卷积码。这样,  $(n,1,m)$ 卷积码的盲识别问题就转化为 $n-1$ 路等效 $1/2$ 码率卷积码的盲识别问题。

在不产生第1类无限误差传播的条件下, 对于 $1/2$ 码率卷积码, 有 $g_1(x) = h_2(x)$ ,  $g_2(x) = h_1(x)$ 。结合式(4)、式(5)可得

$$c_1(x)g_2(x) + c_2(x)g_1(x) = 0 \quad (6)$$

根据 $(n,1,m)$ 卷积码的生成多项式矩阵 $\mathbf{G}(x)$ 可知, 第 $i$ 路等效 $1/2$ 码率卷积码的生成多项式矩阵为 $[\tilde{g}_1^{(i)}(x) \ \tilde{g}_2^{(i)}(x)] = [g_i(x) \ g_{i+1}(x)] / \text{gcd}(g_i(x), g_{i+1}(x))$ , 其中 $\text{gcd}(\cdot)$ 表示最大公约式。因此, 等效的 $1/2$ 码率卷积码编码记忆长度可能小于 $m$ , 不妨设其为 $t$ 。将式(6)转化为二进制矩阵形式, 有

$$\begin{bmatrix} c_{1,0} & c_{2,0} & c_{1,1} & c_{2,1} & \cdots & c_{1,t} & c_{2,t} \\ c_{1,1} & c_{2,1} & c_{1,2} & c_{2,2} & \cdots & c_{1,t+1} & c_{1,t+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ c_{1,L-1} & c_{2,L-1} & c_{1,L} & c_{2,L} & \cdots & c_{1,t+L-1} & c_{2,t+L-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_{2,t} \\ g_{1,t} \\ g_{2,t-1} \\ g_{1,t-1} \\ \vdots \\ g_{2,0} \\ g_{1,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

令 $\mathbf{c}_l = [c_{1,l} \ c_{2,l} \ c_{1,l+1} \ c_{2,l+1} \ \cdots \ c_{1,l+t} \ c_{2,l+t}]$ ,  $0 \leq l \leq L-1$ ,  $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_0 \ \mathbf{c}_1 \ \cdots \ \mathbf{c}_{L-1}]^T$ ; 令 $\Phi_l$ 为所有非零 $2(t+1)$ 维二元向量构成的空间,  $\mathbf{g} = [g_{2,t} \ g_{1,t} \ g_{2,t-1} \ g_{1,t-1} \ \cdots \ g_{2,0} \ g_{1,0}]$ , 则 $\mathbf{g} \in \Phi_l$ , 且式(7)可表示为

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{g}^T = \mathbf{0} \quad (8)$$

本文中码长为待识别的参数, 其取值范围一般为 $2 \leq n \leq 8$ 。因此, 可以对其进行迭代检验, 在不同 $n$ 值和 $t$ 值组合下建立式(8)进行求解, 当解存在时, 对应的 $n$ 为正确码长, 然后识别该码长下其他 $1/2$ 码率卷积码的生成多项式, 并按一定的方式组合, 即可得到原 $(n,1,m)$ 卷积码的生成多项式矩阵 $\mathbf{G}(x)$ 。

## 3 $(n,1,m)$ 卷积码盲识别方法

### 3.1 现有基于WHT的方法存在的不足

由于式(8)系数矩阵 $\mathbf{C}$ 中含有误码, 直接进行高斯消元处理可能无法得到正确结果。鉴于此, 文献[10]采用WHT求解方程, 首先将 $\mathbf{C}$ 中的二元行向量转化为十进制数, 然后按对应地址生成一个 $2^{2(t+1)}$ 维

向量，最后进行  $2(t+1)$  维 WHT 处理。对于  $\phi_i$  上的二元向量  $z$ ，令其对应地址处的变换结果为  $v_z$ ，则有

$$v_z = \sum_{l=0}^{L-1} (1 - 2 \cdot c_l \cdot z^T) \quad (9)$$

当  $z \neq g$  时， $c_l$  和  $z$  相当于两个互不相关的随机向量，因此有

$$\Pr[c_l \cdot z^T = 0] = \Pr[c_l \cdot z^T = 1] = 0.5 \quad (10)$$

其中， $\Pr[\cdot]$  表示概率。若  $L$  足够大，则  $v_z$  近似服从正态分布  $\mathcal{N}(0, L)$ 。文献[10]中取虚警概率  $P_{fa} = 3 \times 10^{-5}$ ，此时判决门限  $T_1 = 4\sqrt{L}$ ，当  $v_z \geq T_1$  时，即可认为  $z = g$ 。

经分析可知，当码长  $n$  和等效的  $1/2$  码率卷积码编码记忆长度  $t$  均正确时， $v_z$  达到最大值。但如果以门限  $T_1$  进行判决，则很容易出现虚警，下面以无误码情况下的 (4,1,5) 卷积码为例进行说明。选择生成多项式为  $G(53,67,71,75)$ ，其校验向量为 12 维二元向量，其中包含  $h_1 = 000011000110$ ， $h_2 = 110010100110$ ， $h_3 = 011010001001$ 。在  $n=2, t=3$  和  $n=3, t=3$  两种情况下对接收编码序列进行分解，结果如图 1 所示，其中图 1(b) 的阴影部分表示选取第 1、第 2 路数据构成等效的  $1/2$  码率卷积码。对于图 1(a)，有  $c'_0 \cdot h_1^T = 0, c'_1 \cdot h_1^T = 0$ ，此时若如图 2 所示删除  $h_1$  前 4 位的 0 元素，得到  $z_1 = 11000110$ ，则有  $c_2 \cdot z_1^T = 0, c_4 \cdot z_1^T = 0$ 。因此，按参数  $n=2, t=3$  构建的方程组中，在  $z = z_1$  处总有  $[0.5(L-1)]/L$  的方程恒成立，其中  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整。当  $L$  足够大时，有  $\Pr[c_l \cdot z_1^T = 0] \approx 1/2 + (1-1/2)/2 = 3/4$ 。同理，对于图 1(b)，有  $c'_0 \cdot h_2^T = 0, c'_1 \cdot h_2^T = 0$  成立，若如图 2 所示删除  $h_2$  中第 3、第 6、

第 9 和第 12 位处的 0 元素，得到  $z_2 = 11011011$ ，删除  $h_3$  中第 1、第 4、第 7 和第 10 位处的 0 元素，得到  $z_3 = 11100101$ ，则  $c_0 \cdot z_2^T = 0, c_3 \cdot z_3^T = 0$ 。因此，当  $n=3, t=3$  时，构建的方程组在  $z = z_2$  或  $z = z_3$  处总有约  $1/4$  的方程恒成立，从而有  $\Pr[c_l \cdot z_2^T = 0] = \Pr[c_l \cdot z_3^T = 0] = 1/4 + (1-1/4)/2 = 5/8$ 。为了便于表述，统称  $z_1, z_2$  和  $z_3$  为干扰向量。

可以看出，在上述两种情况下，干扰向量并不满足式(10)所假设的随机条件。如果要保证不出现虚警，则必须使得  $v_{z_1}, v_{z_2}, v_{z_3}$  均不大于  $T_1$ 。由  $v_{z_1} \leq T_1$  可得  $L/2 \leq 4\sqrt{L}$ ，由  $v_{z_2} \leq T_1$  可得  $L/4 \leq 4\sqrt{L}$ ，经计算可知方程总数  $L$  必须小于 64。在存在误码情况下，为了提高识别准确性， $L$  一般取值较大，此时很大概率上会造成错误的识别结果。因此，门限  $T_1$  只适用于码长已知情况下生成多项式矩阵的识别，在本文码长未知的前提下，需要重新设定一个新的判决门限，以提升识别概率。

### 3.2 改进的判决门限

当  $z = g$  时，令  $\tau$  为误码率， $\omega$  为  $g$  的汉明重量， $\theta_j$  为  $g$  中第  $j$  个 1 元素对应的位置，则当  $\{c_{l,\theta_j}\}$  中无错误或有偶数个误码时，有  $c_l \cdot g = 0$ ，因此

$$\Pr[c_l \cdot g = 0] = \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} \quad (11)$$

$$\Pr[c_l \cdot g = 1] = 1 - \Pr[c_l \cdot g = 0] \quad (12)$$

根据式(9)中  $v_z$  的定义，此时  $v_z$  服从二项分布，当  $L$  很大时，二项分布趋于正态分布  $\mathcal{N}(\mu, \sigma_1^2)$ ，其中

$$\mu = L \left( 2 \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} - 1 \right) \quad (13)$$

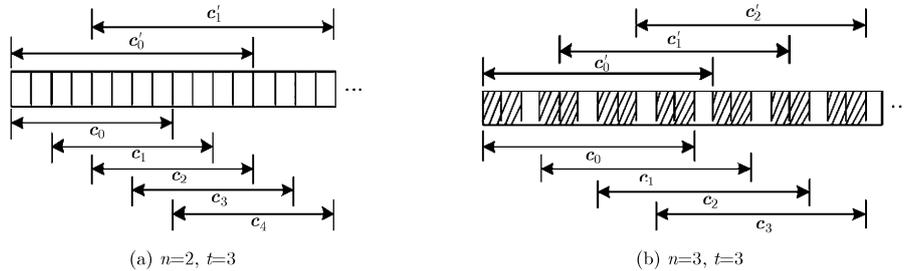


图1 不同  $n$  值下(4,1,5)卷积码分解结果

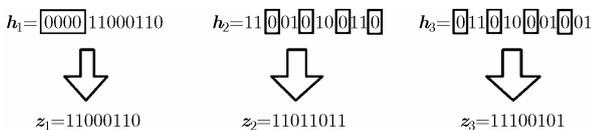


图2 由校验向量生成干扰向量示意图

$$\sigma_1^2 = 4L \left( \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} \right) \cdot \left( 1 - \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} \right) \quad (14)$$

根据统计学“3 倍标准差”原则<sup>[4]</sup>,  $v_z$  取值落在区间  $[\mu - 3\sigma_1, \mu + 3\sigma_1]$  的概率达到了 0.9974, 在此之外的为小概率事件。因此, 可以设定新的门限为

$$T_2 = \mu - 3\sigma_1 \quad (15)$$

由式(13)、式(14)可知, 准确计算门限  $T_2$  需要预先知道  $g$  的码重  $\omega$  和误码率  $\tau$ , 这在盲识别条件下是不可能的, 只能由已有的信息进行估计。实际码重  $1 \leq \omega \leq 2(t+1)$ , 根据经验可取  $\hat{\omega} = \lceil 4(t+1)/3 \rceil$ , 其中  $\lceil \cdot \rceil$  表示向上取整。对于误码率  $\tau$ , 可以利用解调得到的软判决信息进行计算。以 AWGN 信道下传输的 BPSK 调制信号为例进行说明, 令发送编码序列  $\mathbf{u} = (u_0, u_1, \dots, u_i, \dots)$  对应的接收软判决为  $\mathbf{r} = (r_0, r_1, \dots, r_i, \dots)$ , 则

$$r_i = a(1 - 2u_i) + w_i \quad (16)$$

式中,  $a$  表示信号幅度,  $u_i$  为发送的 0, 1 信息序列,  $w_i$  表示均值为 0、功率为  $\sigma_0^2$  的加性高斯白噪声。此时, 将接收软判决序列的信噪比定义为

$$\rho = \frac{a^2}{2\sigma_0^2} \quad (17)$$

而根据文献[15], BPSK 调制信号相干解调后的误码率为

$$\tau = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho}) \quad (18)$$

其中,  $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2} du$ 。采用文献[16]中的期望最大化算法估计  $a$  和  $\sigma_0^2$ , 然后依次代入式(17)和式(18), 即可得到编码序列的误码率估计值  $\hat{\tau}$ 。

### 3.3 计算量的降低

由于  $\Phi_t$  中的向量个数随  $t$  的增大呈指数增长, 因此当编码记忆长度  $m$  较大时, 整个过程的计算复杂度较大。实际上, 对于目前构造的好码, 除了系统卷积码对应的  $g_1(x) = 1$  外, 在非系统形式下一般都有  $g_{2,t} = g_{1,t} = 1$ 。因此并不需要如文献[10]一样验证  $\Phi_t$  上的所有  $2(t+1)$  维二元向量, 而是可以将范围缩小到区间  $[2^{2^{t+1}}, 2^{2^{(t+1)}} - 1]$  上。

将式(8)系数矩阵的行向量转化为十进制的计算量为  $O(L(2m+1))$ , WHT 过程一般采用如图 3 所示的蝶形运算, 此时计算量为  $\log_2(2^{2^{(m+1)}})2^{2^{(m+1)}} = (m+1)2^{2m+3}$ 。本文方法缩小了解空间, 实际蝶形运算只进行图 3 虚线所示的下半部分即可, 故进行 WHT 处理时的计算量相应减少一半, 变为  $(m+1)2^{2^{(m+1)}}$ 。识别码长时需要在不同的参数下进行多次验证, 而计算生成多项式矩阵时需要到  $n-1$  路等效 1/2 码率卷积码进行识别, 因此总的计算复杂度约为  $O(2(n-1)(m+1)(2^{2m+1} + L))$ 。

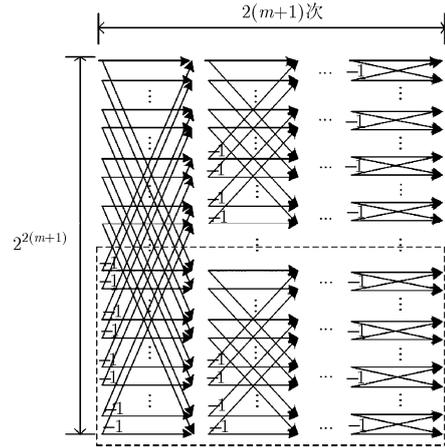


图 3 Walsh-Hadamard 变换蝶形运算示意图

### 3.4 $(n, 1, m)$ 卷积码识别步骤

根据文献[13],  $(n, 1, m)$  卷积码不产生第 1 类无限误差传播的充分必要条件是:

$$\gcd[g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)] = x^M \quad (19)$$

式中,  $M \geq 0$ , 且存在一个最小延迟为  $M$  的逆, 其他任何延迟的逆都小于它。使识别出的  $n-1$  路等效 1/2 码率卷积码的生成多项式满足式(19), 即可得到生成多项式矩阵  $\mathbf{G}(x)$ 。

综合上述分析, 得到  $(n, 1, m)$  卷积码识别步骤如下:

步骤 1 设定初始码长  $n = 2$ , 码长最大值  $n_{\max} = 8$ 。根据  $n$  值分解接收编码序列, 得到  $n-1$  路等效 1/2 码率卷积码, 然后任取一路等效 1/2 码率卷积码进行研究。

步骤 2 设定初始编码记忆长度  $t = 2$ ,  $t_{\max} = 13$ 。

步骤 3 根据  $n$  和  $t$  按式(8)建立方程组, 并采用改进的 WHT 方法计算区间  $[2^{2^{t+1}}, 2^{2^{(t+1)}} - 1]$  对应的  $v_z$  值。如果存在  $v_z > T_1$  且  $v_z > T_2$ , 则当前  $n$  值即对应正确码长; 如果存在  $v_z > T_1, v_z < T_2$ , 且  $n < n_{\max}$ , 则跳至步骤 1, 然后  $n$  加 1; 如果对所有的  $v_z$ , 均有  $v_z < T_1$  且  $t < t_{\max}$ , 则跳至步骤 2, 然后  $t$  加 1; 如果对所有的  $v_z$ , 均有  $v_z < T_1$ , 且此时  $t = t_{\max}, n < n_{\max}$ , 则跳至步骤 1, 然后  $n$  加 1。

步骤 4 在识别出码长  $n$  后, 继续对剩下的  $n-2$  路等效 1/2 码率卷积码生成多项式进行识别。设根据第  $i$  路等效 1/2 卷积码得到的生成多项式为  $\tilde{g}_1^{(i)}(x)$  和  $\tilde{g}_2^{(i)}(x)$ , 第  $i+1$  路得到的生成多项式为  $\tilde{g}_1^{(i+1)}(x)$  和  $\tilde{g}_2^{(i+1)}(x)$ , 如果  $\tilde{g}_2^{(i)}(x) = f(x) \cdot \tilde{g}_1^{(i+1)}(x)$ , 其中  $f(x)$  为二元域多项式, 则将后面  $n-i-1$  组生成多项式均乘以  $f(x)$ , 反之则将前面  $i$  组生成多项式均

乘以  $f(x)$ 。最终，使  $n$  个多项式满足式(19)，即可得到生成多项式矩阵  $G(x)$ 。

### 4 仿真验证与分析

#### 4.1 仿真验证

采用(4,1,5)卷积码进行仿真验证，取生成矩阵为  $G(53,67,71,75)$ ，按多项式形式可表示为  $G(x) = \begin{bmatrix} 1+x^2+x^4+x^5 & 1+x+x^3+x^4+x^5 & 1+x+x^2+x^5 \\ 1+x+x^2+x^3+x^5 \end{bmatrix}$ ，误码率取 0.02，数据量取 4000 bit。在不同  $n$  值下，均选择第 1 路等效 1/2 码率卷积码进行识别。为了便于比较，对所有结果都进行归一化处理，判决结果如图 4 所示，其中虚线表示门限  $T_1$ ，实线表示门限  $T_2$ 。可以看出，若采用文献[10]中的门限  $T_1$ ，则当  $n=2,3,4$  时，均有二元向量通过判决，会造成错误的识别结果。在采用本文所设定的新门限  $T_2$  后，只有在正确码长  $n=4$  下有二元向量通过判决，从而有效提高了识别的准确性。通过判决的向量对应十进制地址为 3995，转化为二元形式为(111001100011)，因此等效 1/2 码率卷积码的生成多项式为  $\tilde{g}_1^{(1)}(x) = 1+x^2+x^4+x^5$ ， $\tilde{g}_2^{(1)}(x) = 1+x+x^3+x^4+x^5$ ，与实际相符。

对  $n=4$  时剩下的两路等效 1/2 卷积码分别进

行识别。由于其识别图案与图 4(c)相似，这里不再赘述，直接给出通过判决的十进制位置，分别为 3439 和 3263。转化为二元向量分别为(110101101111)和(110010111111)，对应生成多项式  $\tilde{g}_1^{(2)}(x) = 1+x+x^3+x^4+x^5$ ， $\tilde{g}_2^{(2)}(x) = 1+x+x^2+x^5$  和  $\tilde{g}_1^{(3)}(x) = 1+x+x^2+x^5$ ， $\tilde{g}_2^{(3)}(x) = 1+x+x^2+x^3+x^5$ 。由于  $\tilde{g}_2^{(1)}(x) = \tilde{g}_1^{(2)}(x)$ ， $\tilde{g}_2^{(2)}(x) = \tilde{g}_1^{(3)}(x)$ ，且  $\gcd[\tilde{g}_1^{(1)}(x), \tilde{g}_1^{(2)}(x), \tilde{g}_2^{(2)}(x), \tilde{g}_2^{(3)}(x)] = 1$ ，符合式(19)，因此  $G(x) = \begin{bmatrix} \tilde{g}_1^{(1)}(x), \tilde{g}_1^{(2)}(x), \tilde{g}_2^{(2)}(x), \tilde{g}_2^{(3)}(x) \end{bmatrix}$ ，识别结果正确。

第 3.2 节在计算门限  $T_2$  时，仅根据经验给出了码重  $\omega$  的估计值，为了验证其正确性，在不同误码率下对(4,1,5)卷积码进行识别，数据量维持不变，误码率取值范围为 0.01 ~ 0.07。在  $n$  分别为 2, 3 和 4 时，得到的归一化门限  $T_1$ ， $T_2$  和归一化 WHT 结果最大值随误码率的变化情况如图 5 所示。可以看出，在图 5(c)码长正确的情况下，归一化 WHT 结果最大值始终大于归一化门限  $T_2$ ，而其他两种情况下都小于  $T_2$ ，从而证明了所取门限的有效性。

#### 4.2 性能分析

根据 3.3 节计算量分析可知，决定识别复杂程度的主要有码长  $n$ 、编码记忆长度  $m$  和式(8)中的方

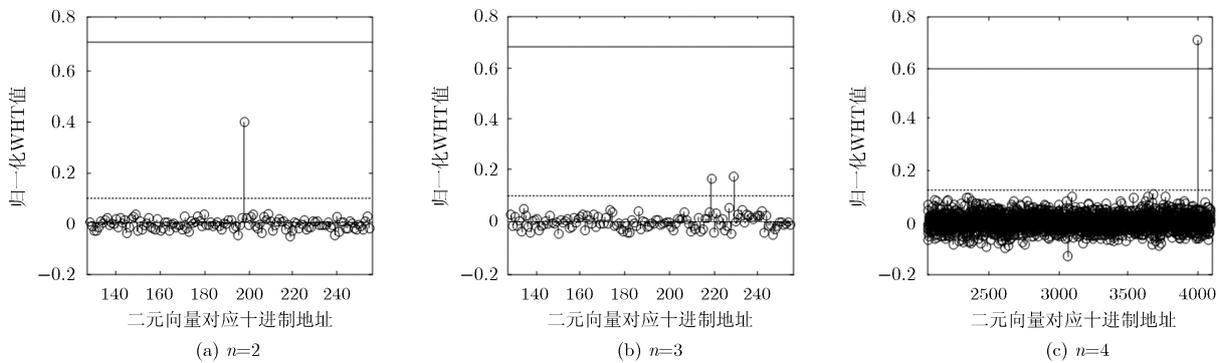


图4 (4, 1, 5)卷积码码长识别

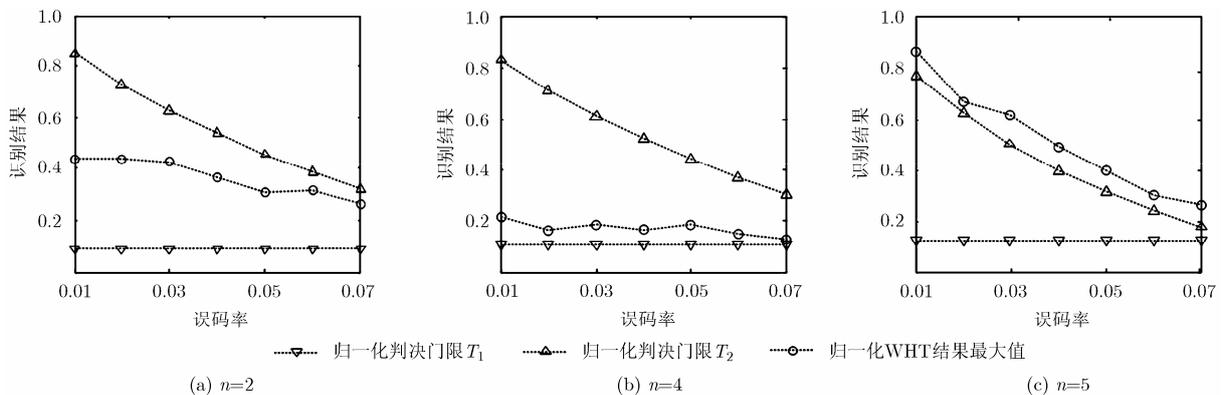


图5 不同误码率下识别结果

程个数  $L$  等 3 个参数。等效分解时每路数据量等于总数据量除以  $n$  (再向下取整), 因此接收数据量一定的情况下, 方程个数  $L$  受码长  $n$  的影响。编码记忆长度  $m$  决定了进行 WHT 的维数, 它是整个识别过程的基础, 若能提取出  $1/2$  码率卷积码的生成多项式, 则相应地也能完成  $(n, 1, m)$  卷积码的识别。3.2 节中, 对  $\mathbf{z} = \mathbf{g}$  时  $v_z$  的概率分布进行近似的前提条件是方程个数  $L$  足够大。综合以上分析可知, 决定整体识别性能的参数主要有编码记忆长度  $m$  和方程个数  $L$ 。

首先研究不同编码记忆长度下  $(2, 1, m)$  卷积码

$$L \left( 2 \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} - 1 \right) - 6 \sqrt{L \left( \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} \right) \left( 1 - \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} \right)} \geq 4\sqrt{L} \quad (20)$$

化简后, 得

$$L \geq \left( 6 \sqrt{\sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} \left( 1 - \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} \right)} + 4 \right)^2 / \left( 2 \sum_{i=0}^{\lfloor \omega/2 \rfloor} C_{\omega}^{2i} \tau^{2i} (1-\tau)^{\omega-2i} - 1 \right)^2 \quad (21)$$

仍然采用上面 4 种  $1/2$  码率卷积码, 分别分析其在不同误码率下, 识别所需的方程个数, 结果如图 7 所示。可以看出, 误码率越高, 完成识别所需的方程个数也就越多; 在相同误码率下, 编码记忆长度越大, 达到同等的识别结果所需的方程个数越多。

4.1 节的仿真说明, 按文献[10]中方法设置门限  $T_1$ , 若对码长无先验知识, 则很容易出现虚警。事实上, 采用相似原理的方法如果不重新设定门限, 都存在这一问题。以文献[12]所提的另一种的方法为例, 由于其采用的门限同样为  $T_1$ , 经仿真验证, 也会出现虚警情况。采用该方法对  $(4, 1, 5)$  卷积码进行识别, 其他仿真条件与 4.1 节相同, 当  $n = 2, 3, 4$  时的判决结果如图 8 所示, 其中虚线表示归一化门限  $T_1$ 。可以看出, 3 幅图中均有向量通过判决, 且其数量大于  $(n - 1)$ , 符合文献[12]中判决条件, 此时无

的识别性能, 选取  $(2, 1, 3)$ ,  $(2, 1, 6)$ ,  $(2, 1, 9)$  和  $(2, 1, 13)$  等 4 种卷积码, 其生成多项式矩阵分别为  $G(15, 17)$ ,  $G(133, 171)$ ,  $G(1167, 1545)$  和  $G(21675, 27123)$ 。取  $L = 1000$ , 在不同误码率下进行识别, 结果如图 6 所示。可以看出, 编码记忆长度越大, 计算越复杂, 容错性也随之降低, 在误码率小于 0.03 时, 能完成对常用  $(2, 1, m)$  卷积码的识别。因此在相同条件下, 也能完成对常用  $(n, 1, m)$  卷积码的识别。

下面分析不同条件下识别所需的方程个数。根据第 3.2 节的分析可知, 识别至少需满足  $T_2 > T_1$ , 即

法判断码长正确值。因此, 相比传统方法, 本文通过重新设置门限, 对  $(n, 1, m)$  卷积码具有更好的识别性能。

## 5 结束语

本文主要研究了  $(n, 1, m)$  卷积码参数识别问题, 所提方法能准确识别码长、编码记忆长度和生成多项式矩阵。在已有的基于 WHT 的方法基础上, 设定了新的门限, 避免了验证码长时的虚警问题。通过缩小所建立的线性方程组的解取值范围, 有效降低了计算复杂度。仿真结果表明, 本文所提方法能在较高误码率下完成对常用的  $(n, 1, m)$  卷积码的识别, 且在相同的仿真条件下, 识别效果优于其他文献中的同类方法。后续的研究主要针对  $(n, n - 1, m)$  卷积码, 删除卷积码和递归系统卷积码, 以进一步完善卷积码的参数识别方法。

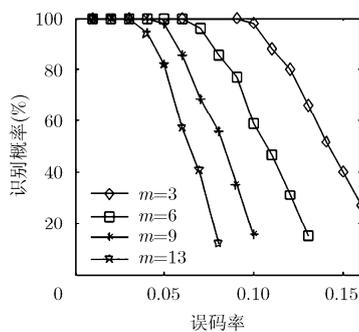


图6 不同  $m$  值下的识别概率曲线

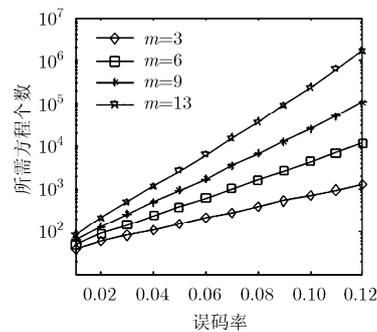
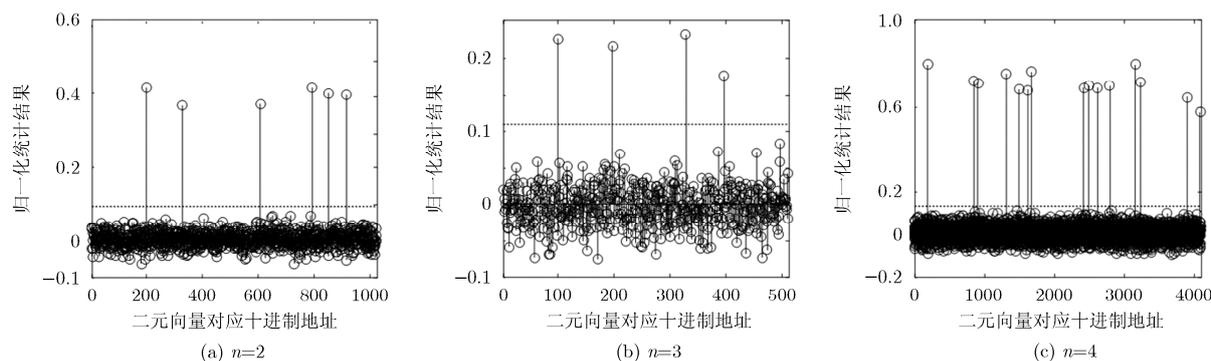


图7 完成识别所需数据量变化曲线

图8 文献[12]方法识别 $(4,1,5)$ 卷积码的判决结果

## 参考文献

- [1] YU P D, PENG H, and LI J. On blind recognition of channel codes within a candidate set[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(4): 736-739. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2525759.
- [2] MOOSAVI R and LARSSON E G. Fast blind recognition of channel codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2014, 62(5): 1393-1405. doi: 10.1109/TCOMM.2014.050614.130297.
- [3] CHEN W G and WU G. Blind recognition of  $(n-1)/n$  rate punctured convolutional encoders in a noisy environment[J]. *Journal of Communications*, 2015, 10(4): 260-267. doi: 10.12720/jcm.10.4.260-267.
- [4] YARDI A D, VIJAYAKUMARAN S, and KUMAR A. Blind reconstruction of binary cyclic codes from unsynchronized bit stream[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2016, 64(7): 2693-2706. doi: 10.1109/TCOMM.2016.2561931.
- [5] QIN J, HUANG Z, LIU C, et al. Novel blind recognition algorithm of frame synchronization words based on soft-decision in digital communication systems[J]. *PLOS ONE*, 2015, 10(7): 1-8. doi: 10.1371/journal.pone.0132114.
- [6] SOTEH A and BIZAKI H. On the analytical solution of rank problem in the convolutional code identification context[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(3): 442-445. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2519519.
- [7] WANG Y, WANG F H, and HUANG Z T. Blind recognition of  $(n,k,m)$  convolutional code based on local decision in a noisy environment[C]. International Conference on Automation, Mechanical Control and Computational Engineering, Jinan, China, 2015: 554-559.
- [8] 刘建成, 杨晓静, 张玉. 基于改进欧几里德算法的 $(n,1,m)$ 卷积码识别[J]. *探测与控制学报*, 2012, 34(1): 64-68. doi: 10.3969/j.issn.1008-1194.2012.01.015.  
LIU Jiancheng, YANG Xiaojing, and ZHANG Yu. Recognition of  $(n,1,m)$  convolutional code based on improved Euclidean algorithm[J]. *Journal of Detection & Control*, 2012, 34(1): 64-68. doi: 10.3969/j.issn.1008-1194.2012.01.015.
- [9] 邹艳, 陆佩忠. 关键方程的新推广[J]. *计算机学报*, 2006, 29(5): 711-718. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00497.  
ZOU Yan and LU Peizhong. A new generalization of key equation[J]. *Journal of Computers*, 2006, 29(5): 711-718. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00497.
- [10] 刘健, 王晓君, 周希元. 基于 Walsh-Hadamard 变换的卷积码盲识别[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(4): 884-888. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00497.  
LIU Jian, WANG Xiaojun, and ZHOU Xiyuan. Blind recognition of convolutional coding based on Walsh-Hadamard transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(4): 884-888. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00497.
- [11] 张岱, 张玉, 杨晓静, 等. 基于分段抽取软判决加权 Walsh Hadamard 变换的卷积码识别算法[J]. *兵工学报*, 2015, 36(12): 2298-2305. doi: 10.3969/j.issn.1000-1093.2015.12.012.
- [12] 解辉, 王丰华, 黄知涛. 基于最大似然检测的 $(n,1,m)$ 卷积码盲识别方法[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(7): 1671-1676. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01578.  
XIE Hui, WANG Fenghua, and HUANG Zhitao. Blind recognition of  $(n,1,m)$  convolutional code based on maximum likelihood detection[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(7): 1671-1676. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.01578.
- [13] LIN S and COSTELLOD J 著. 晏坚, 何元智, 潘亚汉, 等译. 差错控制编码[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007: 300-321.  
LIN S and COSTELLOD J. YAN Jian, HE Yuanzhi, PAN Yahan, et al. Error Control Coding[M]. Beijing: China Machine Press, 2007: 300-321.
- [14] 杨晓炜, 甘露. 基于 Walsh-Hadamard 变换的线性分组码参数盲估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(7): 1642-1646. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.01311.  
YANG Xiaowei and GAN Lu. Blind estimation algorithm of the linear block codes parameters based on WHT[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(7): 1642-1646. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.01311.
- [15] HAYKIN S. Communication Systems[M]. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001: 349-352.
- [16] XIA Tian and WU H C. Novel blind identification of LDPC codes using average LLR of syndrome a posteriori probability [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(3): 352-355. doi: 10.1109/TSP.2013.2293975.

张立民: 男, 1966年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为卫星信号处理、电子系统仿真。  
刘杰: 男, 1990年生, 博士生, 研究方向为信道编码识别分析。  
钟兆根: 男, 1979年生, 博士, 讲师, 研究方向为系统仿真、虚拟现实。