

基于矩阵填充的合成宽带高频雷达非网格目标分辨技术研究

陈秋实^① 杨强^{*①②} 董英凝^{①②} 姚迪^① 叶磊^① 邓维波^{①②}

^①(哈尔滨工业大学电子与信息工程学院 哈尔滨 150001)

^②(哈尔滨工业大学信息感知技术协同创新中心 哈尔滨 150001)

摘要: 高频雷达由于工作在拥挤的高频频段(3~30 MHz), 连续频带资源十分有限, 有限的带宽限制了对目标的分辨能力。该文引入一种合成宽带的发射信号, 同时针对该信号, 提出一种基于矩阵填充(Matrix Completion, MC)的1维和2维目标参数估计方法, 分别称之为矩阵填充1维估计(MCE-1D)和矩阵填充2维估计(MCE-2D)方法, 该方法将不完备采样集合变换成低秩矩阵, 通过构造双重汉克尔(two-fold Hankel)矩阵将其转化为半定规划(Semi-Definite Programming, SDP)问题求解。新方法应用于高频雷达中, 可以在非连续谱的背景下获得场景中目标位置的准确估计, 很好地解决了非网格目标在传统网格类方法中的基失配问题, 新方法对于非网格目标具有更高的分辨能力及抗噪性能。仿真处理结果验证了该方法的有效性。

关键词: 高频雷达; 目标分辨; 矩阵填充; 非网格

中图分类号: TN958.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)12-2874-07

DOI: 10.11999/JEIT170449

Off-the-grid Targets Resolution of Synthetic Bandwidth High Frequency Radar Based on Matrix Completion

CHEN Qiushi^① YANG Qiang^{①②} DONG Yingning^{①②}

YAO Di^① YE Lei^① DENG Weibo^{①②}

^①(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

^②(Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding at Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: High Frequency Radar (HFR) works in the crowded high-frequency band (3~30 MHz) with limited continuous bandwidth. It affects the ability to distinguish the near targets. Therefore, this paper introduces a kind of synthesis bandwidth signal with a proposed method for estimating the target parameters in 1-D and 2-D based on Matrix Completion (MC). They are respectively named Matrix Completion Estimation for One Dimension (MCE-1D) and Matrix Completion Estimation for Two Dimensions (MCE-2D). The incomplete sampling set can be considered as low rank matrix, by constructing the two-fold Hankel matrix, this problem is transformed into a Semi-Definite Programming (SDP) problem. Using this new method to the high frequency radar, then the accurate estimation of the target position in the scene can be obtained in the background of the discontinuous spectrum, which solves the problem of base mismatch for off-the-grid targets in the traditional grid estimate method. It also has higher resolution and anti-noise performance. The simulation results demonstrate the effectiveness of this method.

Key words: High Frequency Radar (HFR); Multi-target resolution; Matrix Completion (MC); Off-the-grid

1 引言

高频雷达虽然具有超视距探测能力, 但普遍存

在着测量精度及分辨率较低的问题。从理论上说, 无论是天波还是地波超视距雷达通常都工作在高频频段(3~30 MHz), 该频段集中了大量的用户^[1], 发射信号不得不降低发射带宽避免与其他用户之间产生相互干扰。根据模糊函数定理, 雷达探测目标的最小分辨单元为 $c/2B$, 当带宽 B 受限时其探测精度也极为有限。因此切实有效地提高高频雷达的分辨率迫在眉睫, 使它既可以实现远距离探测同时又能够精确定位。

为了提高雷达的分辨率, 增大带宽是一种有效的解决途径。因此本文引入一种合成大带宽的信号

收稿日期: 2017-05-12; 改回日期: 2017-09-19; 网络出版: 2017-11-01

*通信作者: 杨强 yq@hit.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61171182, 61032011, 61171180, 61571159), 中央高校基本科研业务费专项资金(HIT.MKSTISP.201613, HIT.MKSTISP.201626)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61171182, 61032011, 61171180, 61571159), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (HIT.MKSTISP.201613, HIT.MKSTISP.201626)

一稀疏随机步进频率信号(SRSF), 由于其频带不连续, 常规的处理方法受限于旁瓣高以及噪声敏感等问题而得不到精确的目标参数。但是其在变换域上具有稀疏特性, 近几年发展起来的稀疏恢复方法取得了较为广泛的关注, 尤其是压缩感知(Compressive Sensing, CS)方法已经应用在步进频率体制的多种系统中, 如 SAR, ISAR, TWR, MIMO 等。从 CS 方法本身来看, 仍存在一定的局限性: 将它应用于目标的精确定位时通常是假设目标位于离散的网格上, 根据假定的网格构造相应的参数化字典, 通过贪婪搜索等方法找到稀疏目标索引集, 从而得到稀疏解。但是实际应用中目标不可能完全落在网格点上, 对于偏离网格的目标则不能够得到很好的恢复, 这就产生了基失配的问题。通过增加网格的数量是其中一种解决方法^[2], 这同时也带来计算量的增加, 而且无论网格划分的多细致, 总是不能保证目标全部都落在设置的网格上, 因此带来较大的计算误差。许多学者也尝试了其他改进方法, 比如文献[3]中构建了 IDFT 冗余框架, 通过过采样的 DFT 框架和受限联合子空间信号模型恢复非整数网格上的频率信号; 文献[4]提出迭代连续匹配追踪算法, 利用极坐标辅助插值函数, 构造新的字典系数, 从而减小网格失配产生的估计偏差; 文献[5]中提出参数扰动带排除贪婪重构算法, 该方法可以检测到与目标最邻近的目标网格, 并通过参数扰动技术消除二者之间的偏差; 文献[6]提出了适用于 LFM 信号的原子范数最小化的估计方法, 有效地避免基失配问题, 并且较为鲁棒地获得目标 HRRP 散射中心的距离。此外, 针对基失配问题在信号处理等应用领域, 文献[7]中从原子范数到无网格压缩感知方法进行了很好的总结和综述。

根据以上分析可知 CS 方法在进行稀疏目标恢复时还受到较多的限制, 因此本文将一种矩阵填充(Matrix Completion, MC)方法引入到稀疏目标恢复场景中, 区别于 CS 直接得到场景中稀疏目标的索引集, MC 方法应用于步进频率体制雷达首先是通过低秩矩阵的恢复, 得到估计的完备集, 再通过常用的针对线性步进频率的目标估计方法进行信号估计, 将稀疏约束下欠定方程的求解问题转移到矩阵低秩约束性求解欠定方程的问题。MC 是由 Candès 继 CS 之后提出的低秩矩阵恢复问题^[8-10], 后被广泛应用于信号处理^[10,11]的多个领域, 在雷达高分辨成像^[12-14]上也有学者做出了突出的贡献, 但是在高频雷达多目标分辨方面到目前为止几乎没有相关的研究见刊。

本文主要针对稀疏的步进频率信号, 以高频雷

达的距离-多普勒参数估计为背景构造低秩矩阵, 结合 MC 相关理论提出用于目标参数估计的 MC 新方法。第 2 节介绍信号模型, 指出要解决的问题; 第 3 节通过对信号模型的进一步分析, 结合 CS 稀疏欠采样信号提出 MC 的改进算法(包括从 1 维到 2 维的扩展), 并分析算法性能; 第 4 节实验仿真和结果分析; 最后总结全文。

2 稀疏信号模型

在拥挤的高频频段, 具有稀疏性和随机性的信号可以同时具有大带宽及抗干扰的性能。在这种需求下, 产生了一种合成大带宽信号——稀疏随机步进频率信号(Sparse Random Stepped Frequency, SRSF)。它是在传统线性步进频率信号的基础上, 对发射频率进行部分选择, 选取规则根据当前频段占用情况以及发射允许最大脉冲数共同决定。令指定的频率范围内 Δf 整数倍的频点共有 N 个, 根据频率监测系统(Frequency Monitoring System, FMS), 当前可用频点只有 M 个, 且有 $M < N$ 。因此 SRSF 信号的发射频率是综合选择的结果, 第 m 个脉冲的载频为 $f_m = f_0 + m\Delta f$, $m \in [1, N]$ 。这个过程可以由图 1 表示: 在线性步进频率信号的基础上, 避开干扰频段和专用频段, 在其他可用频率中选取 M 个频点分别对多个发射脉冲进行调制, 作为一组发射信号。

假设场景中有 K 个目标, 利用 L 组发射脉冲, 每组包含 M 个子脉冲, 每个脉冲周期 T , 则接收的第 l 组回波信号混频处理之后在第 m 个频率处的采样值可以表示为 $y_{m,l}$

$$y_{m,l}(t) = \sum_{k=1}^K A_k \exp \left\{ -2\pi j f_m [t - \tau_k(t) - (l-1)MT - mT] \right\} + w(t), \quad l = 1, 2, \dots, L, m \in [1, N] \quad (1)$$

A_k 和 $\tau_k(t) = 2[R_k(t) + V_k(t)mT]/c$ 分别为第 k 个目标的回波幅度和时延, c 是光速, w 表示加性白噪声。因此接收信号每个采样点 $y_{m,l}$ 组成的采样矩阵表示为 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 。

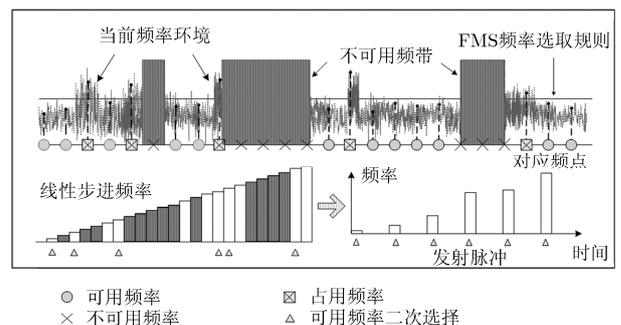


图 1 SRSF 发射脉冲产生示意图

3 从网格压缩感知到非网格矩阵填充方法

针对 SRSF 信号而言, 利用网格化的 CS 理论, 可以基本实现稀疏频率条件下的目标参数估计, 但是它存在基失配的问题。而将 CS 方法转换为一个低秩结构的 MC 方法则可以很好地解决这一问题。在本文的信号模型中是利用一个非参数化方法从部分采样中估计完备的集合, 得到一个填充后的矩阵, 再利用常规方法估计出稀疏目标。本节就从网格压缩感知方法入手, 引出非网格的矩阵填充方法。对 MC 方法先进行 1 维距离谱估计, 构造出相应的低秩矩阵和完整恢复模型, 再对其进行距离-多普勒平面上的 2 维扩展。

3.1 基于压缩感知的稀疏目标估计

在常用的压缩感知网格方法中, 首先将距离和速度空间划分为网格点, 离散化的距离空间可表示为 $[R_1 R_2 \cdots R_p]$, 离散化速度空间为 $[V_1 V_2 \cdots V_Q]$, 此时距离单元可表示为 $\Delta R = c/(2N\Delta f)$, 速度单元为 $\Delta V = c/(2Nf_0 T_p)$ 。为了表达简便, 这里取第 1 组采样信号进行表示 ($l=1$)。这样, 对 $y_{m,l}$ 离散化处理后的采样矩阵进一步表示为 y_m , 并将其映射到人为构造的网格上, 在径向距离为 R 上以速度 V 移动的目标回波信号最终表示为式(2)的形式:

$$y_m = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \exp \left\{ -2\pi j f_m \frac{2}{c} [R_p + V_q m T] \right\} \cdot x(p, q) + w_m, \quad p=1, 2, \dots, P, q=1, 2, \dots, Q \quad (2)$$

其中, $x(p, q)$ 为第 p 个距离单元和第 q 个速度单元网格点位置:

$$x(p, q) = \begin{cases} a, & \text{在距离 } R_p \text{ 速度 } V_q \text{ 处目标存在} \\ 0, & \text{距离 } R_p \text{ 速度 } V_q \text{ 处目标不存在} \end{cases}$$

将距离速度构成的网格排成一列矩阵构成待恢复的索引矩阵 \mathbf{x} 。其中第 $((p-1)L+q)$ 个元素对应的距离速度参数为 (R_p, V_q) , 具体幅度值是 $x(p, q)$ 。这样, 结合式(1)的表达, 每一组构造的目标网格矩阵可以等效表达成:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (3)$$

$\mathbf{y} \in \mathcal{C}^{M \times 1}$, 这里的 Φ 是回波信号的测量矩阵, 由于假定目标是稀疏的, 因此可用现有的 CS 方法从 \mathbf{y} 和 Φ 中直接得到 \mathbf{x} 的估计值 $\hat{\mathbf{x}}$

$$\underset{\mathbf{x}: \|\mathbf{x}\|_0 \leq K}{\text{minimize}} \|\mathbf{x}\|_1, \quad \text{s.t.} \quad \|\Phi \mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 \leq \varepsilon \quad (4)$$

该模型可使用多种常规的 CS 方法求解, 只要该方法可以处理复数数据即可。例如 OMP, IRLS, IHT 等方法, 这里不做具体介绍, 本文后续的 CS 方法使用的是 IHT 方法^[15]。将这个估计值对应到设定的网格上, 就得到了目标的距离速度估计结果。

场景中的目标能否获得精确的恢复与网格数的多少有着密切的联系。

3.2 基于矩阵填充的 1 维稀疏目标估计方法(MCE-1D)

MC 是 CS 理论的延拓, CS 利用的是信号在一组基下的稀疏性, 而 MC 是利用矩阵的低秩性, 将原子范数最小化问题转化为半定规划问题, 并同样通过最优化算法求解, 重构出完整的矩阵。

假定场景中的稀疏目标只存在距离信息, 而目标速度为 0 或者已通过适当方法进行了合理的补偿。将其视为 1 维信号的 MC 问题。

对一组 M 个发射脉冲进行采样, 即 $L=1$, 每个脉冲回波采样个数为固定值 Nr , 因此顺序采样之后共有 $M \times Nr$ 个值构成了 1 维观测矩阵 \mathbf{y} :

$$\mathbf{y}^T = \underbrace{[s(1,1), s(1,2), \dots, s(1, Nr)]}_{f_1} | \dots | \underbrace{[s(2,1), s(2,2), \dots, s(2, Nr)]}_{f_2} | \dots | \underbrace{[s(M,1), s(M,2), \dots, s(M, Nr)]}_{f_M}^T \quad (5)$$

这里, $s(m, n)$ 表示第 m 个脉冲的第 n 个采样点, 对应的载频为 f_m 。

设待恢复矩阵 \mathbf{x} 同样是个 1 维矩阵, 长度为 $N \times Nr$ 。从 N 个频率集合中选取 M 个构成索引集 Ω , 它指定了发射频率在完备频率集中的具体位置, 这个先验条件由 FMS 系统提供并且在信号发射阶段即可获知。由于待恢复的目标个数远远小于发射频率数, 所以它满足稀疏特性, 恢复完整频率采样的问题就可以转化为式(6)原子范数最小化问题:

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} \|\mathbf{x}\|_A, \quad \text{s.t.} \quad P_\Omega(\mathbf{x}) = \mathbf{y}, \quad \Omega \in \mathbf{A} \quad (6)$$

这里, \mathbf{A} 是连续字典, 也就是原子集合, Ω 是随机选取的索引集。这里并没有进行离散化表示, 也就同时避免了基失配的问题。 $P_\Omega(\mathbf{x})$ 定义为 \mathbf{x} 在 1 维子空间上的线性投影, 它将不在索引集 Ω 上的元素置为 0:

$$P_\Omega(x_i) = \begin{cases} x_i, & i \in \Omega \\ 0, & i \notin \Omega \end{cases} \quad (7)$$

当 $Nr > 1$ 时, 在构造集合 Ω 的过程中需要将其从 M 维扩展 $M \times Nr$ 维。由此得到的 $\hat{\mathbf{x}}$ 作为目标信号的支撑集, 再通过求解最小二乘问题 $\min_s \|\hat{\mathbf{x}} - F\mathbf{s}\|_2^2$, $F(k, n) = \exp\{j2\pi n f_k\}$, 求得各目标距离单元对应的系数。

3.3 矩阵填充方法的 2 维扩展(MCE-2D)

同样, MC 的方法原本也是用来对低秩矩阵进行恢复的, 所以自然可以推广到稀疏目标 2 维参数估计中。MC 的原始模型可描述为式(8)的优化问题:

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} \text{rank}(\mathbf{x}), \text{ s.t. } \mathbf{x} + \varepsilon = \mathbf{y}, P_{\Omega}(\varepsilon) = 0 \quad (8)$$

为便于优化，凸松弛后转化为

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} \|\mathbf{x}\|_*, \text{ s.t. } \|P_{\Omega}(\mathbf{x}) - P_{\Omega}(\mathbf{y})\|_F \leq \varepsilon \quad (9)$$

其中 $\|\mathbf{x}\|_* = \sum_{i=1}^n \sigma_i$ 表示向量的核范数， σ_i 是 \mathbf{x} 的奇异值； $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数。 $P_{\Omega}(\mathbf{x})$ 定义为 \mathbf{x} 在矩阵子空间上的线性投影，也可以理解为式(7)在 2 维的扩展，即

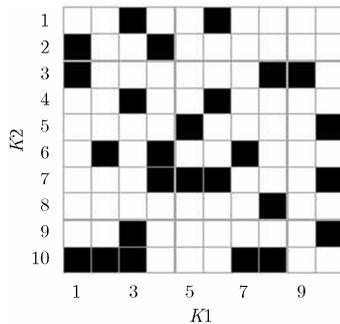
$$P_{\Omega}(x_{i,j}) = \begin{cases} x_{i,j}, & (i,j) \in \Omega \\ 0, & (i,j) \notin \Omega \end{cases} \quad (10)$$

对于 2 维采样矩阵(将横坐标和纵坐标分别定义为 $K1$ 和 $K2$, $K1$ 维表示接收脉冲组数, $K2$ 维表示每组脉冲对应的频率采样位置), 在采集同样的点数时, 图 2(a)是服从均匀分布的全随机采样, 在常用 MC 方法中通常是这种模式; 而根据本文 SRSF 信号的设计, $K1$ 维不严格限制, 在指定个数的前提下可以任意选取, 而 $K2$ 维由于频率占用情况, 需要避开干扰频段进行选择, 即采样结构如图 2(b)中所示。

尽管上述问题中采样模式受到了更加严格的约束, 但是从图中也可以看到, 新的模式中由于 $K2$ 维有部分不可用的行, 使其更容易符合低秩特性, 此外, 由于 $K1$ 维每一组采集固定个数的点, 对于硬件采集系统来说更容易实现。因此它既符合该雷达系统设计需要, 又可以更好地利用 MC 的方法获得低秩矩阵的恢复。下面给出具体解此问题的方法。

本文的主要目的就是对于 $P_{\Omega}(\mathbf{x})$ 进行 MC 处理, 从中恢复出矩阵 \mathbf{x} 。根据文献[16]中的“Lemma 1”, 令 $\mathbf{z}_1 = U \Sigma U'$ 与 $\mathbf{z}_2 = V \Sigma V'$, 可得算子范数的对偶范数等于它的核范数, 即 $\|\mathbf{x}\|_* = (\text{Tr}(\mathbf{z}_1) + \text{Tr}(\mathbf{z}_2)) / 2$, 因此, 式(9)中的凸问题可以进一步转换成半定规划问题求解。

$$\left. \begin{aligned} &\underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{z}_1) + \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{z}_2) \\ &\text{s.t. } \begin{cases} \mathbf{z}_1 & H(\hat{\mathbf{x}}) \\ H^H(\hat{\mathbf{x}}) & \mathbf{z}_2 \end{cases} \succeq 0, \|P_{\Omega}(\mathbf{x}) - P_{\Omega}(\mathbf{y})\|_F \leq \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (11)$$



(a)全随机采样

其中 $\text{Tr}(\cdot)$ 是矩阵的迹, $H(\mathbf{x}) \in \mathbb{C}^{N_1 N_2 \times N_1 N_2}$ 是为 \mathbf{x} 构造的双重汉克尔(Hankel)矩阵, 它具有良好的对称性, 同时可以满足 2 维低秩恢复的需要。 x_{l_1, l_2} 代表 \mathbf{x} 的第 l_1 行第 l_2 列的元素, 矩阵构造过程中的中间量为了与原式区分开, 用 $\hat{\mathbf{x}}$ 表示, 它满足 $0 < l_1 < 2N_1 - 1, 0 < l_2 < 2N_2 - 1$ 。 $H(\hat{\mathbf{x}})$ 里的每一个块矩阵 $\hat{\mathbf{x}}_l$ 都是根据 $\hat{\mathbf{x}}$ 的第 l 行定义的一个 $N_2 \times N_2$ 的 Hankel 矩阵, 由 $N_1 \times N_1$ 个 $\hat{\mathbf{x}}_l$ 又构成了另一个 Hankel 矩阵, 进而得到最终的双重矩阵 $H(\hat{\mathbf{x}})$, 这一过程用公式表示为式(12)的形式:

$$H(\hat{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_0 & \hat{\mathbf{x}}_1 & \cdots & \hat{\mathbf{x}}_{N_1-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_1 & \hat{\mathbf{x}}_2 & \cdots & \hat{\mathbf{x}}_{N_1} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ \hat{\mathbf{x}}_{N_1-1} & \hat{\mathbf{x}}_{N_1} & \cdots & \hat{\mathbf{x}}_{2(N_1-1)} \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{x}}_l = \begin{bmatrix} x_{l,0} & x_{l,1} & \cdots & x_{l,N_2-1} \\ x_{l,1} & x_{l,2} & \cdots & x_{l,N_2} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ x_{l,N_2-1} & x_{l,N_2} & \cdots & x_{l,2(N_2-1)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

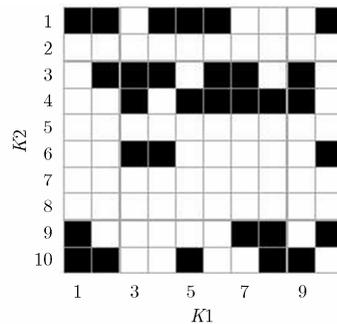
为了便于计算, 将该矩阵的两个维度设置成同样长度 $N_1 = N_2 = (N \times Nr) / 2$ 。由于式(11)的问题等同于半正定规划问题, 可以使用 CVX 中的 SDPT3^[17] 工具箱对该类问题进行求解。

4 实验及仿真分析

针对基失配的问题, 分别对欠采样的回波信号利用不同的方法进行目标参数估计, 并通过多组对比实验对本文提出的方法性能进行验证和分析。

4.1 MCE-1D 算法估计效果与网格方法对比

发射一组 SRSF 信号, 频率范围为 $f_{\text{all}}=1$ MHz, 设置脉冲周期 $T = 4$ ms, 完整频率个数 $N = 100$, 采样频率 $M = 30$, 目标稀疏度 $K = 4$, 位置分别位于网格点(目标#3)和非网格点(目标#1, #2, #4)上, 以全采样信号作为衡量标准, 分别利用 CS 方



(b) SRSF信号采样

图 2 采样模式

法(这里选用的是经典的 IHT 方法)和本文提出的 MCE-1D 方法对欠采信号进行 1 维恢复,如图 3 中所示。

当目标的位置恰好在网格上时,CS 方法可以完美地恢复出目标所在的距离,而不在网格上时,由于常规方法存在谱泄漏,而 CS 搜索到最大值位置不一定是目标的真实位置,因此恢复出来的位置和幅度都存在偏差,而 MCE-1D 方法可以很容易地得到类似于完整采样情况下的估计结果。而用 CS 方法尽管可以降低旁瓣,但是从恢复的准确性上来说受到网格数量的制约,同时也受限于稀疏度的先验条件。因为在雷达可视范围内,目标个数是未知的,所以稀疏度不能提前已知,当设置稀疏度不准确时,用 CS 方法得到的峰值个数与实际情况必然存在更大的差异,不利于准确且高精度地进行目标定位。而本文方法却不需要先验已知稀疏度信息,而是将稀疏度转化成了低秩结构进行信号的恢复,这个特点使该方法在针对非合作目标的检测应用中具有较强的竞争力。

4.2 MCE-2D 方法恢复的目标位置与真实目标对比

同样地,将该方法扩展到 2 维参数估计,为了在 2 维图中更好地对比网格和非网格目标的恢复的准确性,在这个实验中对得到的 2 维目标恢复结果只取峰值点位置进行对比观测。设置脉冲周期 $T = 4 \text{ ms}$, 发射脉冲宽度 $T_w = 1 \text{ ms}$, 频率步进值 $\Delta f = 1 \text{ kHz}$, 初始载频 $f_0 = 10 \text{ MHz}$, 可用频率个数 $N = 11$, 选频个数 $M = 8$, 发射脉冲帧数共 $N_b = 10$, 每次设置一个带有距离和速度的目标,其具体数值在测量范围内随机产生。进行 50 次实验结果的对比展示如图 4 所示,其中图 4(a)为网格类 CS 方法,图 4(b)为 MCE-2D 方法。

由图 4 可看到,CS 方法与 1 维方法中同样能够得到近似的目标参数,但是由于其只能在网格上获取相应的目标点,因此存在偏差,且受限于设置的稀疏度。而在同等条件下 MC 方法则与全采样时的目标参数估计结果相一致,准确获得目标距离-多普勒估计结果。

这里需要特别注意的是,当目标速度较大的时候,速度对距离谱会产生一定的影响。主要表现为不同程度的展宽,衰减和移位造成的失真。但是已有很多较为成熟的速度补偿方法可以有效去除这个影响^[8]。这类补偿方法在本文使用的非连续谱信号中也同样适用,因为针对发射信号提出的后续模型处理方法是建立在低秩矩阵恢复的基础上的。具体地,通过对低秩矩阵的恢复,实现了对非连续谱信号的近似连续点的恢复,也就是通过非连续的采样

值矩阵 \mathbf{y} 恢复出一个完备的集合 \mathbf{x} 。因此通过有效的补偿,失真问题可以得到很好的解决,在后续对 \mathbf{x} 的处理中,已经避免了速度带来的此种影响,而只存在由于算法本身的参数设置带来的恢复误差,下面就对性能和误差进行具体分析。

4.3 CS 和 MC 两种方法性能对比分析

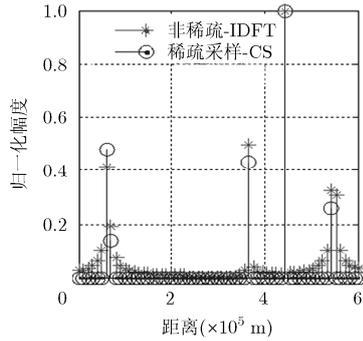
4.3.1 相对均方误差性能(估计误差分析) 为了进一步量化分析两种方法获得的估计性能,这里定义目标 2 维估计相对均方误差(Er),计算方法如式(13):

$$\text{Er} = \left(\frac{R_z V_z}{N_R N_V} \right)^{-1} \sqrt{\frac{1}{M_c} \sum_{m=1}^{M_c} \left[(\hat{x}_m - x_m)^2 + (\hat{y}_m - y_m)^2 \right]} \quad (13)$$

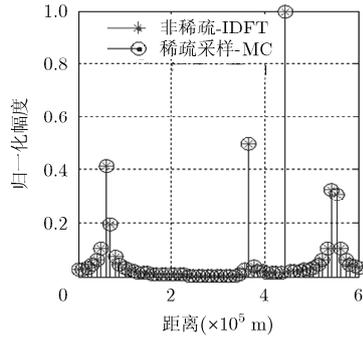
其中, R_z 和 V_z 是根据发射信号参数获得的雷达探测距离和速度覆盖范围, N_R 和 N_V 分别是两个维度下非稀疏时可选采样点的个数。通过计算 $R_z V_z / N_R N_V$ 得到单位网格的系数, x_m 和 y_m 分别为第 m 次实验设置的目标真实距离和速度, \hat{x}_m 和 \hat{y}_m 为相应的估计值, M_c 为 Monte-Carlo 实验次数,该实验中取 $M_c = 50$ 次。 $\eta = M / N$ 为频率使用率,这里分别取 3 组 35%, 55% 和 75%, 信噪比变化范围为 0~30 dB。图 5 给出了分别利用不同方法得到的 Er 随 SNR 变化的对比结果。其中图 5(a)是 MC 与基于网格的 CS 方法在不同频率使用率下的对比,图 5(b)是在固定频率使用率 $\eta = 75\%$ 条件下,几种非网格方法与本文方法的对比结果,分别选用的是基于极化插值的带除插值子空间追踪方法(BISP)^[10]以及基于冗余架构的迭代阈值门限谱压缩感知方法(SIHT)^[3],这里取 SIHT 方法的频率搜索步长分别为 0.5 和 0.1。

如图 5 所示,相对均方误差随着信噪比的增加而减小,在同样的 η 和 SNR 条件下,MC 比 CS 方法具有更高的估计精度和更小的估计误差,且随着 η 和 SNR 的增加,计算误差逐渐减小,特别当 $\text{SNR} > 5 \text{ dB}$ 且 $\eta > 50\%$ 时,其目标估计误差可以减小到忽略不计的程度。而在非网格方法的对比中,MC 与小步长的 SIHT 方法具有近似的分辨误差,而当 SIHT 中步长不够小时,它和 BISP 方法都没有 MC 方法的分辨效果好。此外,MC 方法是从连续域中提取参数,它与 CS 相比,在信号的稀疏表示过程中,可以构造无限原子的基字典,这样避免了相邻原子间由于存在相关性而影响恢复性能。

4.3.2 计算复杂度对比 在解半定规划问题过程中,其计算量等同于原子范数最小化^[10],具体复杂度为 $O(r \lg n \lg n)$ 次随机时域采样,2 维方法的复杂度为 $O(r \lg(n_1 n_2) \lg(n_1 n_2))$,其中 r 和 n 分别表示谱稀疏度和矩阵维度。而文中的 CS 方法使用的是经典的 IHT 方法,其计算复杂度根据文献[15]可知,每次迭代的计算复杂度为 $O(n \lg M)$ 次,2 维 CS 的复杂度为

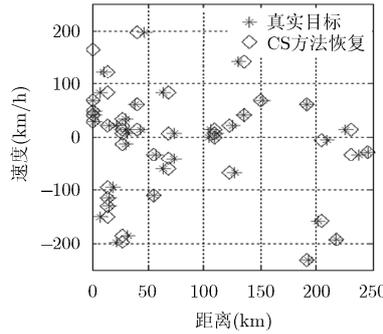


(a) CS方法恢复目标

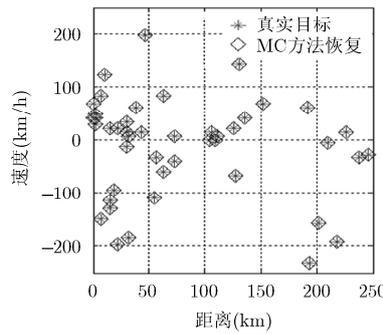


(b) MCE-1D方法恢复目标

图 3 SF 利用 IDFT 方法分别与 SRSF 信号的 CS 方法和 MC 方法对比

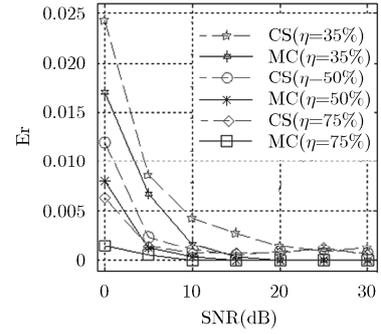


(a) 网格类CS方法

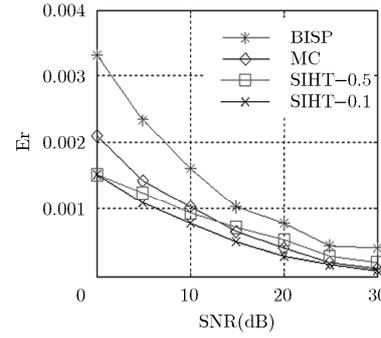


(b) MCE-2D方法

图 4 目标估计值和实际值比较



(a) MC与基于网格的CS方法对比



(b) MC与多种非网格方法对比

图 5 目标估计相对均方误差随信噪比变化曲线

$O(n_1 n_2 \lg M)$ 。

为了更进一步探讨算法的性能，分别对 1 维方法和 2 维方法在相同参数条件下处理信号所消耗的计算时间进行对比。其中 1 维的方法使用的参数与 4.1 节的实验条件相同，2 维的方法使用的参数与 4.2 节的实验条件相同。仿真的软件平台为 Matlab R2016a，硬件平台为通用计算机：Intel(R) Core(TM) i5-6600，CPU 主频为 3.3 GHz，系统内存为 8 GB。进行 50 次试验，经计算获得 4 种方法的平均运行时间分别为：12.8716 s(MCE-1D)，0.0130 s(1 维 CS)，20.5823 s(MCE-2D)，0.0853 s(2 维 CS)。

由此可见，本文的方法在复杂度上较之于 CS 方法没有特别的优势，原因是构造的低秩矩阵在计算过程中进行了多次的迭代，增加了计算量，但是由于现代计算机的性能逐步提高，复杂度不作为本文考虑的重点，同时，该方法也有待进一步改进和完善。

5 结束语

本文提出一种基于矩阵填充的非网格目标参数估计方法，分别针对 1 维和 2 维参数估计要求设计 MCE-1D 和 MCE-2D 算法。该方法利用对低秩矩阵的恢复可以很好地解决非合作目标在常用的网格类方法中遇到的基失配问题，并具有良好的噪声鲁棒

性能，同时由于不再受到频率划分的限制，进而无需固定整数倍频率网格即可达到等效大带宽的分辨能力，因此更容易在拥挤的频段找到可用频点，使发射信号设计更加灵活。但是将该方法应用到高频雷达实际系统中仍然存在一定的困难，除了抵御噪声对回波信号的影响，计算复杂度等问题之外，在实际场景中还应具体考虑探测范围内返回的杂波和干扰等问题。

参考文献

- [1] LEONG H W and DAWE B. Channel availability for east coast high frequency surface wave radar systems [R]. Defence Research Establishment Ottawa, 2001.
- [2] YAN H, XU J, and ZHANG X. Compressed sensing radar imaging of off-grid sparse targets[C]. IEEE Radar Conference, Arlington, VA, USA, 2015: 0690-0693. doi: 10.1109/RADAR.2015.7131084.
- [3] DUARTE M F and BARANIUK R G. Spectral compressive sensing[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2013, 35(1): 111-129. doi: 10.1016/j.acha.2012.08.003.
- [4] 姚迪, 张鑫, 吴小川, 等. 基于迭代连续匹配追踪的高频地波雷达单次快拍 DOA 估计方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2017, 39(7): 1480-1485. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2017.07.08. YAO Di, ZHANG Xin, WU Xiaochuan, et al. Single snapshot DOA estimation algorithm based on iteration continuous

- basis pursuit for HFSWR [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(7): 1480–1485. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2017.07.08.
- [5] 陈胜, 席峰, 刘中. 正交压缩采样雷达偏离网格目标时延估计技术[J]. *电子学报*, 2015, 43(12): 2352–2359. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.12.002.
- CHEN Sheng, XI Feng, and LIU Zhong. Time-delay estimation of off-grid targets for quadrature compressive sampling radar[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(12): 2352–2359. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.12.002.
- [6] 汪钰, 姜元, 王彦华, 等. 基于原子范数最小化的一维距离像散射中心估计[J]. *信号处理*, 2017, 33(4): 511–515. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2017.04.008.
- WANG Yu, JIANG Yuan, WANG Yanhua, *et al.* Scattering center estimation of HRRP via atomic norm minimization[J]. *Journal of Signal Processing*, 2017, 33(4): 511–515. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2017.04.008.
- [7] 陈栩杉, 张雄伟, 杨吉斌, 等. 如何解决基不匹配问题: 从原子范数到无网格压缩感知[J]. *自动化学报*, 2016, 42(3): 335–346. doi: 10.16383/j.aas.2016.c150539.
- CHEN Xushan, ZHANG Xiongwei, YANG Jibin, *et al.* How to overcome basis mismatch: from atomic norm to gridless compressive sensing[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(3): 335–346. doi: 10.16383/j.aas.2016.c150539.
- [8] CANDÈS E and RECHT B. Exact matrix completion via convex optimization[J]. *Communications of the ACM*, 2012, 55(6): 111–119. doi: 10.1145/2184319.2184343.
- [9] CANDÈS E J and PLAN Y. Matrix completion with noise[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 925–936. doi: 10.1109/JPROC.2009.2035722.
- [10] CHEN Y and CHI Y. Spectral compressed sensing via structured matrix completion[C]. *International Conference on Machine Learning*, Atlanta, Georgia, USA, 2013(3): 414–422. doi: 10.1109/TIT.2014.2343623.
- [11] 赵玉娟, 郑宝玉, 陈守宁. 矩阵填充及其在信号处理中的应用[J]. *信号处理*, 2015, 31(4): 423–436. doi: 10.3969/j.issn.1003-0530.2015.04.007.
- ZHAO Yujuan, ZHENG Baoyu, and CHEN Shouning. Matrix completion and its application in signal processing[J]. *Journal of Signal Processing*, 2015, 31(4): 423–436. doi: 10.3969/j.issn.1003-0530.2015.04.007.
- [12] YANG D, LIAO G, ZHU S, *et al.* SAR imaging with undersampled data via matrix completion[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2014, 11(9): 1539–1543. doi: 10.1109/LGRS.2014.2300170.
- [13] HU X, TONG N, DING S, *et al.* ISAR imaging with sparse stepped frequency waveforms via matrix completion[J]. *Remote Sensing Letters*, 2016, 7(9): 847–854. doi: 10.1080/2150704X.2016.1192699.
- [14] BI H, JIANG C, ZHANG B, *et al.* Radar change imaging with undersampled data based on matrix completion and Bayesian compressive sensing[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(7): 1546–1550. doi: 10.1109/LGRS.2015.2412677.
- [15] BLUMENSATH T and DAVIES M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 27(3): 265–274.
- [16] FAZEL, M, HAITHAM H, and STEPHEN P. A rank minimization heuristic with application to minimum order system approximation[C]. *Proceedings of the 2001 American Control Conference*, Arlington, VA, 2001(6): 4734–4739.
- [17] TUTUNCU R H, TOH K C, and TODD M J. SDPT3—A MATLAB software package for semidefinite-quadratic-linear programming, version 3.0 technical report[R]. Department of Mathematics, National University of Singapore, Singapore, 2001.
- [18] FEUILLEN T, MALLAT A, and VANDENDORPE L. Stepped frequency radar for automotive application: Range-Doppler coupling and distortions analysis[C]. *IEEE Military Communications Conference*, Baltimore, MD, 2016: 894–899.
- [19] FYHN K, DADKHAHI H, and DUARTE M F. Spectral compressive sensing with polar interpolation[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vancouver, BC, 2013: 6225–6229.
- 陈秋实: 女, 1988年生, 博士, 研究方向为雷达信号处理、压缩感知.
- 杨强: 男, 1970年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为弱目标检测、新体制信号处理和信息提取、实时信号处理.
- 董英凝: 女, 1969年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为阵列新体制雷达技术、现代信号处理.
- 姚迪: 男, 1988年生, 博士, 研究方向为阵列信号处理、压缩感知.
- 叶磊: 男, 1988年生, 博士, 研究方向为雷达目标检测与估计.
- 邓维波: 男, 1961年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为阵列信号处理、雷达系统.