脉冲噪声下基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法

马济通[①] 邱天爽*[①] 李 蓉[②] 夏 楠[②] 李景春[②]
[①](大连理工大学电子信息与电气工程学部 大连 116024)
[②](国家无线电监测中心 北京 100037)

摘 要：针对脉冲噪声下盲均衡器难以快速收敛并有效抑制噪声的问题，该文提出一种基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法。该算法将 Renyi 熵与分数低阶统计量相结合并用作代价函数来更新盲均衡器权向量，利用 Renyi 熵提高算法的收敛速度，利用分数低阶统计量增强算法对脉冲噪声的抑制能力。为了提升系统稳健性，该文进一步提出双阈值加权判决法，通过设置双阈值并引入非线性加权函数，使得两种代价函数之间的切换更为平滑。在不同脉冲性噪声、不同信道环境下进行仿真实验，结果表明，该文算法既能有效抑制脉冲噪声，又具有较快的收敛速度。

关键词：脉冲噪声；盲均衡；Renyi 熵；分数低阶统计量
中图分类号：TN911.7 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2018)02-0378-08
DOI: 10.11999/JEIT170366

Dual-mode Blind Equalization Algorithm Based on Renyi Entropy and Fractional Lower Order Statistics Under Impulsive Noise

MA Jitong[①] QIU Tianshuang[①] LI Rong[②] XIA Nan[②] LI Jingchun[②]
[①](*Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering*, *Dalian University of Technology*, *Dalian* 116024, *China*)
[②](*State Radio Monitoring Center*, *Beijing* 100037, *China*)

Abstract: To improve the convergence speed and noise suppression effects of blind equalizer under impulsive noise environment, a new dual-mode blind equalization algorithm based on Renyi entropy and fractional lower order statistics is presented. Renyi entropy and fractional lower order statistics are combined as cost functions to update the weight coefficients of the equalizer in this method, which can improve the convergence speed and enhance the ability of suppressing impulse noise. In addition, considering the robustness of system, a double-threshold based weighting decision method is proposed. By setting double thresholds and a nonlinear weighting function, the switching between two cost functions become smooth. Simulation experiments are carried out under different impulse noise and different channel conditions. The results show that the algorithm converges faster and suppresses impulse noise effectively at the same time.

Key words: Impulsive noise; Blind equalization; Renyi entropy; Fractional lower order statistics

1 引言

在无线通信系统中，多径衰落信道引起的码间串扰等干扰，使通信系统的可靠性降低、传输速率下降，对此常采用信道均衡的方法来改善[1]。盲均衡算法相比于传统的均衡算法无需训练序列，即可有效去除码间串扰消除信道噪声，具有较高的带宽利用率和传输速率，因而得到了广泛的关注和应用[2]。关于盲均衡算法的研究中，常假设信道噪声为高斯白噪声，但实际信道环境中往往包含了诸如电磁干扰、雷电噪声等自然和人为噪声[3]，这些噪声在极短的时间内会呈现出非常强的脉冲性，是典型的非高斯型噪声[4]，需用 α 稳定分布模型进行描述。在 α 稳定分布噪声条件下，基于高斯噪声假设的盲均衡算法性能会出现严重退化[5]，包括近年来应用最多的恒模盲均衡算法(Constant Modulus Algorithm, CMA)。因此，在脉冲噪声下，如何有效且快速地进行信道盲均衡，提高通信系统的可靠性，是无线通信领域中一个值得研究的现实问题。

关于盲均衡的算法中，文献[6]提出了一种基于星座软信息的猝发信号盲均衡算法，该算法在非协作通信系统中有良好的性能；文献[7]提出了一种 l_0-范数约束的比例系数最小均方常数模盲均衡算法，更适用于稀疏多径信道，提高了盲均衡器的收敛速

收稿日期：2017-04-24；改回日期：2017-07-27；网络出版：2017-09-14
*通信作者：邱天爽 qiutsh@dlut.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金(61671105, 61139001, 61172108, 81241059)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61671105, 61139001, 61172108, 81241059)

度；在文献[8]中利用二阶统计量并联合直接判决准则构建新的代价函数，提出了一种协作式 LMS 自适应盲均衡算法，在分数间隔信道均衡中取得较好的效果，具有较快的收敛速度。但是以上盲均衡算法均假设信道中只含高斯噪声，在脉冲噪声环境下，各算法的性能均有一定程度的衰退，致使均衡效果较差甚至失效。

为了有效抑制信道中的脉冲噪声，文献[9]提出了一种基于分数低阶统计量的恒模盲均衡算法，即 FLOS-CMA 算法，通过引入信号的分数低阶统计量来更新盲均衡器的权向量，以此来抑制脉冲噪声。但经该算法均衡后的信号相位信息损失，相位发生旋转。文献[10]对该算法进行了修正，提出了 FLOS-MCMA 算法。该算法对信号的相位信息进行补偿，解决了相位旋转的问题。但是该类算法收敛速度较慢，盲均衡器的权向量需要经过较多次的迭代才能收敛。文献[11]提出了一种直接判决并行分数低阶恒模算法，该算法采用判决反馈的思想不但解决了相位旋转的问题而且收敛速度更快，但是该算法收敛后稳态误差较大。

Renyi 熵作为一种广义的信息熵，近年来被广泛应用于无线电定位、自适应滤波、盲分离以及信道均衡等信号处理问题中。文献[12]将 Renyi 熵与 Parzen 窗概率密度估计相结合，推导出了线性信道均衡的方法；文献[13]研究了基于 Renyi 熵的判决反馈盲均衡算法，在水声信道中取得较好效果；文献[14]依据时间分集分数间隔判决反馈盲均衡算法的框架结构，实现了水声信道中基于 Renyi 熵的盲均衡算法。文献[15]对基于 Renyi 熵的盲均衡算法进行了分析，虽然该算法收敛速度较快，但是其对噪声非常敏感。在脉冲噪声环境下，此类盲均衡算法对脉冲噪声的抑制效果仍有待进一步提高。

在脉冲噪声条件下，传统恒模盲均衡算法失效，现有算法难以在兼顾收敛速度的同时有效抑制脉冲噪声。针对此问题，为了提高脉冲噪声条件下盲均衡器的性能，本文提出了一种基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法。该算法将 Renyi 熵与分数低阶统计量共同用作代价函数来更新盲均衡器的权向量，充分利用 Renyi 熵和分数低阶统计量在收敛速度和脉冲噪声抑制能力方面的优势。此外，为了增强算法的鲁棒性，本文进一步提出了双阈值加权判决法，利用双阈值判决和非线性加权函数，使得算法在不同的代价函数之间切换更为平滑，在收敛速度和抑制脉冲噪声能力之间取得平衡。仿真实验表明，本文算法既能有效抑制脉冲噪声，又具有较快的收敛速度。

2 基础知识

2.1 脉冲噪声与分数低阶统计量

在无线通信中，尤其在复杂电磁环境下，信号中的噪声和干扰往往具有较强的脉冲性且不服从高斯分布，而 α 稳定分布模型则更适用于描述这些噪声[16]。α 稳定分布通常用其特征函数来表示：

$$\phi(t)=\begin{cases}\exp\left\{\mathrm{j}at-\gamma|t|^{\alpha}\left[1+\mathrm{j}\beta\,\mathrm{sgn}(t)\tan\left(\dfrac{\alpha\pi}{2}\right)\right]\right\}, & \alpha\neq 1\\ \exp\left\{\mathrm{j}at-\gamma|t|^{\alpha}\left[1+\mathrm{j}\beta\,\mathrm{sgn}(t)\dfrac{2}{\pi}\lg|t|\right]\right\}, & \alpha=1\end{cases} \tag{1}$$

其中，α 为特征指数($0<\alpha\le 2$)，α 取值越小，脉冲性越强；γ 是分散系数，表征了变量与均值的偏离程度；β 为对称系数；a 是位置参数。$1<\alpha<2$ 的稳定分布过程足以描述现实世界的脉冲噪声，故本文信道中脉冲噪声特征指数取为 $1<\alpha<2$ 。当 $\alpha<2$ 时，α 稳定分布不再具有二阶及以上的各阶统计量，不能按照传统的方式采用最小均方误差(Mean Squared Error, MSE)准则设计算法，这使得传统的盲均衡算法在 α 稳定分布噪声下性能严重退化。

对于 α 稳定分布，MSE 准则不再适用，最小分散系数准则成为最优准则[17]。通过限制稳定分布的分数低阶矩，可达到最小分散系数的目的。假设 α 稳定分布中随机变量为 X，有

$$E\left[|X|^{p}\right]=\begin{cases}C(p,\alpha)\gamma^{p/\alpha}, & 0<p<\alpha\\ \infty, & p\ge\alpha\end{cases} \tag{2}$$

成立，其中

$$C(p,\alpha)=\frac{2^{p+1}\Gamma\left[(p+1)/2\right]\Gamma(-p/\alpha)}{\alpha\sqrt{\pi}(-p/2)},\quad 0<p<\alpha \tag{3}$$

式中，$\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数。式(3)表明，最小化分数低阶统计量能够使得分散系数 γ 达到最小化，而 α 稳定分布的分数低阶统计量是关于 γ 的单调递增函数，因此在 α 稳定分布噪声下，分数低阶统计量(Fractional Lower Order Statistics, FLOS)在信道均衡中可以起到抑制脉冲噪声的效果。

2.2 Renyi 熵的定义及估计

Renyi 熵是 Shannon 熵的一种扩展，随机变量 X 的 u 阶 Renyi 熵可表示为[17]

$$H_u(X)=\frac{1}{1-u}\lg\int_{-\infty}^{+\infty}f_X^u(x)\mathrm{d}x,\quad u\neq 1 \tag{4}$$

其中，$f_X(x)$ 为随机变量 X 的概率密度函数，在 Renyi 熵的计算中常采用 Parzen 窗概率密度法进行估计[18]。假设观测数据 $\{x_1,x_2,\cdots,x_N\}$ 的概率密度函数为 $f(x)$，其概率密度函数的估计 $\hat{f}(x)$ 为

$$\hat{f}(x)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}K_\sigma\left(x-x_i\right) \tag{5}$$

其中，

$$K_\sigma\left(x-x_i\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{\left(x-x_i\right)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{6}$$

$K_\sigma(x-x_i)$ 为高斯核函数，σ 为核长，N 为观测数据的样本总数。进而可得观测数据的 u 阶 Renyi 熵为

$$\widehat{H}_u\left(X\right)=-\frac{1}{1-u}\lg\frac{1}{N^u}\sum_{j=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{N}K_\sigma\left(x_j-x_i\right)\right)^{u-1} \tag{7}$$

3 基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法

3.1 算法原理

针对现有盲均衡算法无法同时兼顾收敛速度和有效抑制脉冲噪声的问题，本文提出了一种基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法。该算法的基本思想是在均衡的起始阶段利用 Renyi 熵来更新均衡器的权向量，使算法快速收敛，而后再将算法切换到以分数低阶统计量为代价函数的盲均衡算法中，增强算法抑制脉冲噪声的能力。此外通过设置双阈值并引入加权函数来平衡两种代价函数，使得算法模式之间的切换更为平滑。本文算法原理如图 1 所示。图中，$\boldsymbol{x}(k)$ 表示信源原始的发送信号序列；$\boldsymbol{h}(k)$ 表示未知离散信道的冲激响应；$\boldsymbol{n}(k)$ 表示信道中的脉冲噪声；$\boldsymbol{w}(k)=\left[w_0,w_1,\cdots,w_{m-1}\right]^{\mathrm{T}}$ 为盲均衡器的权向量；$\boldsymbol{y}(k)=\left[y(k),y(k-1),\cdots,y(k-m+1)\right]^{\mathrm{T}}$ 表示接收信号，即盲均衡器的输入信号；m 为盲均衡器的阶数；盲均衡器的输出信号 $z(k)$ 为

$$z(k)=\sum_{i=0}^{m-1}w_iy(k-i)=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(k) \tag{8}$$

另外，图 1 中判决器输出信号 $\hat{x}(k)=\arg\min\limits_{x_i\in X}\left|z(k)-x_i\right|$，表示发送信号的星座图集 X 中与 $z(k)$ 距离最近的星座点 x_i；均衡误差 $d(k)=|\hat{x}(k)-z(k)|$；$r_{\max}$ 和 $r_{\min}$ 分别为误差阈值的上限和下限；$g(\text{Renyi+FLOS})$ 表示加权的 Renyi 熵和 FLOS 的联合代价函数。

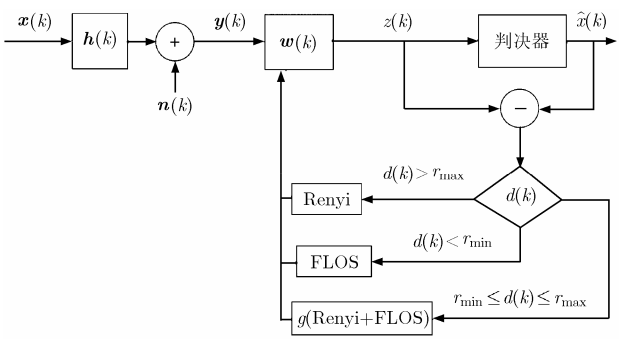


图 1 本文算法原理图

如图 1 所示，本文算法在均衡的起始阶段，使用 Renyi 熵作为代价函数进行盲均衡，加快算法收敛速度。不同于传统的基于 MSE 准则的盲均衡算法，以 Renyi 熵为代价函数的盲均衡算法，其核心思想是通过最小化均衡器输出信号的信息熵来实现盲均衡。所采用的基于 Renyi 熵的代价函数 J_{R} 为

$$J_{\mathrm{R}}=\widehat{H}_u\left(Z\right)=\widehat{H}_u\left(\left|z(k)\right|^2\right) \tag{9}$$

对于均衡器的输出 $\left|z(k)\right|^2$，其 u 阶 Renyi 熵 $\widehat{H}_u(Z)$ 可表示为

$$\widehat{H}_u\left(Z\right)=-\frac{1}{1-u}\lg V_u\left(\left|z(k)\right|^2\right) \tag{10}$$

其中，$V_u\left(\left|z(k)\right|^2\right)$ 表示信息势。

$$V_u\left(\left|z(k)\right|^2\right)=\frac{1}{N}\sum_{j=k+1-N}^{k}\hat{f}\left(\left|z(k)^2\right|\right)^{u-1} \tag{11}$$

由于最小化 $\widehat{H}_u(Z)$ 等价于最大化信息势 $V_u\left(\left|z(k)\right|^2\right)$，从而只要使得 $V_u\left(\left|z(k)\right|^2\right)$ 最大，代价函数即可取得最优值。为了简化计算并降低算法复杂度，将 Renyi 熵的阶数 u 和 Parzen 窗观测数据的长度 N 都取为 2，利用最速下降法，可得均衡器权向量的迭代更新式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{w}(k+1)&=\boldsymbol{w}(k)-\lambda_1\frac{\partial V_u}{\partial\boldsymbol{w}}\\&=\boldsymbol{w}(k)-\frac{\lambda_1}{2\sigma^2}E_RK_\sigma\left(E_R\right)\\&\quad\cdot\left(z(k)\boldsymbol{y}^*(k)-z(k-1)\boldsymbol{y}^*(k-1)\right)\end{aligned} \tag{12}$$

其中，λ_1 为迭代步长，$E_R=\left|z(k)\right|^2-\left|z(k-1)\right|^2$。以 Renyi 熵为代价函数，通过最大化信息势，可以使算法具有较快的收敛速度[18]。

当均衡误差 $d(k)$ 小于误差阈值时，信号眼图张开，此时利用输入信号的分数低阶特性来抑制脉冲噪声，将算法的代价函数切换为 FLOS，即

$$J_F(\boldsymbol{w})=E\left\{\left\|z(k)\right|^p-R\right|^q\right\} \tag{13}$$

其中，p,q 的取值在 0 到 α 之间，又因 α 稳定分布不存在 α 阶及以上的各阶统计量，故 p,q 需满足 $pq<\alpha$，常取 $q=2,p<\alpha/2$。为使代价函数取得最小值，采用最速下降法逼近最优解，得均衡器权向量的更新方程：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{w}(k+1)&=\boldsymbol{w}(k)-\lambda_2\frac{\partial J_F(\boldsymbol{w})}{\partial\boldsymbol{w}}\\&=\boldsymbol{w}(k)-\lambda_2pE_{\mathrm{MCMA}}\boldsymbol{y}^*(k)\end{aligned} \tag{14}$$

式(14)中的 E_{MCMA} 为

$$E_{\mathrm{MCMA}} = z_{\mathrm{R}}(k)\left|z_{\mathrm{R}}(k)\right|^{p-2}\left(\left|z_{\mathrm{R}}(k)\right|^{p} - R_{\mathrm{R}}\right) + z_{\mathrm{I}}(k)\left|z_{\mathrm{I}}(k)\right|^{p-2}\left(\left|z_{\mathrm{I}}(k)\right|^{p} - R_{\mathrm{I}}\right) \tag{15}$$

其中，λ_2 为迭代步长，$z_{\mathrm{R}}(k)$ 与 $z_{\mathrm{I}}(k)$ 分别表示 $z(k)$ 的实部和虚部；R_{R} 与 R_{I} 分别是依据 $x(k)$ 的实部和虚部确定的常数，$\partial J_F(\boldsymbol{w})/\partial \boldsymbol{w}$ 表示代价函数的瞬时梯度估计。分数低阶统计量的使用增强了本文算法抑制脉冲噪声的能力。

3.2 双阈值加权判决法

由以上分析可知，盲均衡器的每一次更新都需要利用误差函数 $d(k)$ 进行判决，因而误差阈值如何选取是关键问题。若误差阈值取值较大，会使得本文算法过早切换到以 FLOS 为代价函数的盲均衡中，进而降低算法的收敛速度；同理，若阈值取值较小，则使得切换较迟，影响算法的脉冲噪声抑制能力。针对此问题，为了增强算法的稳健性，本文进一步提出双阈值加权判决法，通过加权函数进行平衡，使得两种模式之间平滑切换。所提方法的基本思想是：分别设定两个阈值 $r_{\max}$ 和 $r_{\min}$，当判决误差 $d(k) > r_{\max}$ 时，选用 Renyi 熵为代价函数进行盲均衡；当 $d(k) < r_{\min}$ 时，此时误差较小，信号眼图已经张开，采用以 FLOS 为代价函数的修正盲均衡算法。考虑到噪声的影响，$r_{\max}$ 和 $r_{\min}$ 的取值为

$$\left.\begin{aligned} r_{\max} &= a_1 D/2 \\ r_{\min} &= a_2\, H\Big/\sqrt{10^{\mathrm{SNR}/10}} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

其中，D 为发送信号星座点之间的最小水平或垂直距离；H 为发送信号最外层星座点所在圆的半径；SNR 表示信噪比；a_1, a_2 是值为 1 左右的常系数，用于对 $r_{\max}$ 和 $r_{\min}$ 进行微调。

当 $r_{\min} \le d(k) \le r_{\max}$ 时，本文采用加权函数 $g(k)$，将两种代价函数进行加权得到新的盲均衡器系数迭代项，再利用其对盲均衡器权向量进行更新。其迭代更新式为

$$\boldsymbol{w}(k+1) = \boldsymbol{w}(k) - \lambda_1 g(k)\frac{\partial V_u}{\partial \boldsymbol{w}} - \lambda_2\left(1 - g(k)\right)\frac{\partial J_F(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}} \tag{17}$$

本文采用的加权函数 $g(k)$ 为

$$g(k) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\eta\left(\dfrac{\left|d(k)\right|}{r_{\max} - r_{\min}} - \dfrac{r_{\max} + r_{\min}}{2\left(r_{\max} - r_{\min}\right)}\right)\right)} \tag{18}$$

其中，η 为常数，用来调节加权函数 $g(k)$ 的变化程度。由式(18)可知，在区间 $[r_{\min}, r_{\max}]$ 内，$g(k)$ 是关于 $d(k)$ 的非线性单调递增函数，当 $d(k)$ 越大，越接近上限 $r_{\max}$ 时，$g(k)$ 越大，基于 Renyi 熵的代价函数在算法中起的作用越大；当 $d(k)$ 越小，$g(k)$ 越小，此时在盲均衡算法中起主要作用的是 FLOS。加权函数 $g(k)$ 将 Renyi 熵和 FLOS 两种代价函数相结合，使得两者之间的切换、连接变得更为平滑，从而更有效地利用了两种模式的优势。

综上所述，基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法的盲均衡器权向量的迭代公式为

$$\boldsymbol{w}(k+1) = \begin{cases} \boldsymbol{w}(k) - \lambda_1 g(k)\dfrac{\partial V_u}{\partial \boldsymbol{w}}, & d(k) > r_{\max} \\ \boldsymbol{w}(k) - \lambda_1 g(k)\dfrac{\partial V_u}{\partial \boldsymbol{w}} - \lambda_2\left(1 - g(k)\right)\dfrac{\partial J_F(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}, & r_{\min} \le d(k) \le r_{\max} \\ \boldsymbol{w}(k) - \lambda_2 \dfrac{\partial J_F(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}, & d(k) < r_{\min} \end{cases} \tag{19}$$

其中，

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial V_u}{\partial \boldsymbol{w}} &= \frac{1}{2\sigma^2} t K_\sigma(t) \cdot \left(z(k)\boldsymbol{y}^*(k) - z(k-1)\boldsymbol{y}^*(k-1)\right) \\ \frac{\partial J_F(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}} &= p E_{\mathrm{MCMA}} \boldsymbol{y}^*(k) \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

由式(19)、式(20)可知，在初始阶段，均衡误差 $d(k)$ 大于阈值 $r_{\max}$，此时利用 Renyi 熵在盲均衡算法中快速收敛的优势，进行迭代更新，以提高收敛速度。当 $d(k)$ 小于阈值 $r_{\min}$，信号眼图张开，采用 FLOS 为代价函数更新盲均衡器的权向量，使得算法对于脉冲噪声具有更强的韧性。当 $r_{\min} \le d(k) \le r_{\max}$，难以判断收敛情况，此时采用加权函数将两种模式的盲均衡算法相结合，使得算法在收敛速度和抑制脉冲噪声之间取得平衡。在迭代过程中，以 Renyi 熵和 FLOS 作为代价函数的盲均衡算法平滑自动切换，充分利用 Renyi 熵和 FLOS 的优势，以取得最佳均衡效果。

3.3 算法步骤与计算复杂度分析

本文提出的基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法，将 Renyi 熵和 FLOS 通过双阈值加权判决法相结合，具有较快的收敛速度和较好抑制脉冲噪声的能力。本文算法的具体实现步骤如下。

步骤 1　设定输入信号长度 L，盲均衡器权向量长度 m，将盲均衡权向量 $\boldsymbol{w}(k)$ 进行中心抽头初始化：$\boldsymbol{w}(0) = [0\ \cdots\ 1\ \cdots\ 0]$，设置核长 σ，迭代步长 λ_1，λ_2，分数阶 p，阈值 $r_{\max}$，$r_{\min}$，初始化迭代次数 $k = 0$；

步骤 2　对于第 k 次迭代，由式(8)可计算出盲

均衡器的输出信号 $z(k)=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{y}(k)$；然后求出判决器的输出信号 $\hat{x}(k)$，进而可得均衡误差 $d(k)=\left|\hat{x}(k)-z(k)\right|$；

步骤 3　更新 $\boldsymbol{w}(k+1)$：首先将均衡误差 $d(k)$ 与阈值相比较，若 $d(k)>r_{\max}$，则依据式(12)更新盲均衡器的权向量 $\boldsymbol{w}(k+1)$；若 $d(k)<r_{\min}$，则根据式(14)计算盲均衡器权向量 $\boldsymbol{w}(k+1)$；若 $r_{\min}\le d(k)\le r_{\max}$，先根据式(18)计算出加权函数 $g(k)$，再依据式(17)更新盲均衡器权向量 $\boldsymbol{w}(k+1)$；

步骤 4　令 $k=k+1$，返回步骤 2 继续进行迭代，重复步骤 2 到步骤 4，直到 $k>L-m$，迭代结束。

下面给出本文算法计算复杂度的分析，使用实数加法、实数乘法的次数作为衡量标准。由上文的算法步骤可知，本文算法的计算复杂度主要来源于均衡器权向量迭代更新和加权函数计算这两部分。在一次迭代过程中，若均衡器权向量依据式(12)更新，需要 $10m+3$ 次实数加法，$12m+6$ 次实数乘法。同理，一次迭代过程中，依据式(14)更新均衡器权向量需要 $4m+3$ 次实数加法，$4m+10$ 次实数乘法；采用式(17)更新均衡器权向量则需 $14m+9$ 次实数加法，$16m+24$ 次实数乘法。均衡误差 $d(k)>r_{\max}$ 时，本文算法采用 Renyi 熵作为代价函数，根据式(12)更新均衡器权向量，算法复杂度与基于 Renyi 熵的盲均衡算法相同；$d(k)<r_{\min}$ 时，本文依据式(14)更新均衡器权向量，算法的计算复杂度同 FLOS-MCMA 算法。又因均衡器的长度 m 通常在 15 至 30 之间取值，所以式(12)的计算复杂度远大于式(14)，即 Renyi 熵盲均衡算法的复杂度大于 FLOS-MCMA 算法。当 $r_{\min}\le d(k)\le r_{\max}$ 时，本文算法处于加权模式，采用式(17)更新均衡器权向量，此时算法的计算复杂度较高，但是加权模式持续的时间并不长，经过短时间的迭代更新后，本文算法很快会切换到计算复杂度较低的依据式(14)的盲均衡算法中，并会持续较长时间，故总体来看本文算法的计算复杂度会少于基于 Renyi 熵的盲均衡算法，且对脉冲噪声的抑制能力也强于该算法。与 FLOS-MCMA 算法相比，本文算法的运算量略多，但是本文算法收敛速度较快，只需较少的迭代次数即可达到收敛状态。

4　性能分析及仿真

4.1　性能分析

本节将对比 FLOS-MCMA 算法、基于 Renyi 熵的盲均衡算法和本文提出的 Renyi-FLOS 算法的优缺点，并通过仿真实验加以验证。算法的性能通常取决于算法的收敛速度、计算复杂度和稳态收敛效果，具体到本文处理的盲均衡问题，收敛速度使用算法收敛时的迭代次数来衡量；计算复杂度使用算法中加法和乘法的次数来衡量；算法稳态收敛效果，即算法抑制脉冲噪声的效果，可以通过剩余码间干扰来衡量。

上述盲均衡算法在计算最优权值时，均采用最速下降法。其中 FLOS-MCMA 算法所使用的代价函数，其梯度方向是按线性方向收敛至最优值；而本文 Renyi-FLOS 算法在盲均衡的起始阶段所使用的代价函数其梯度方向为 $\dfrac{\partial V_u}{\partial \boldsymbol{w}}$，含有高斯核函数 $K_\sigma(E_R)$，因而是按照指数方向快速收敛至最优值，收敛速度是指数级别的；所以在初始阶段本文 Renyi-FLOS 算法收敛速度较 FLOS-MCMA 算法快。同时由于改进了代价函数，采用切换和加权的方式，本文算法计算量相比于 Renyi 熵盲均衡算法明显下降，在上文 3.3 节给出了具体分析。算法的稳态收敛效果，表现为抑制脉冲噪声的能力，其理论分析如下：对于 α 稳定分布，如式(2)、式(3)所示，由于该分布不存在二阶及以上的各阶统计量，无法采用最小均方误差准则的方式来设计盲均衡器，只能通过最小化分散系数 γ 来取得最优值。而该分布的分数低阶矩是 γ 的单调递增函数，因此通过限制该分布的 FLOS 可以达到抑制脉冲噪声的效果。本文 Renyi-FLOS 算法在盲均衡的收敛后期利用信号的 FLOS 设计代价函数，增强算法对脉冲噪声的抑制能力。为了进一步评价各算法最终效果，定义剩余码间干扰(Inter Symbol Interference, ISI)来衡量盲均衡器的收敛性能，并在仿真实验中加以验证，其表达式为

$$\mathrm{ISI}=10\lg\frac{\sum_k\left|\boldsymbol{s}_k\right|^2-\left|s_{\max}\right|^2}{\left|s_{\max}\right|^2}\tag{21}$$

其中，$\boldsymbol{s}_k=\boldsymbol{h}(k)\otimes\boldsymbol{w}(k)$ 为信道系数和均衡器权向量的联合冲激响应。$s_{\max}$ 表示 $\boldsymbol{s}_k$ 中模值最大的元素。

4.2　仿真实验

为了验证本文算法的性能，通过仿真实验，将本文基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法(记为 Renyi-FLOS)与基于分数低阶统计量的修正盲均衡算法(FLOS-MCMA)、基于 Renyi 熵的盲均衡算法(记为 Renyi)进行比较和分析。在仿真实验中，原始信号源选择 QPSK 调制信号，广义信噪比为 28 dB。盲均衡器的长度设置为 21，其中心滤波器的抽头系数初始值为 1，其余抽头系数初始值均为 0。经 100 次蒙特卡洛仿真实验，每次实验的样本点总数

$N=16000$ 或 $N=30000$ 个。

实验 1　为了比较不同脉冲程度噪声下各算法的性能，脉冲噪声的特征指数 α 分别取 1.6 和 1.2。本文算法中的其他参数设置为：盲均衡误差阈值 $r_{\max}=0.3$，$r_{\min}=0.1$，核长 $\sigma=1$，本实验采用的信道参数为[19]

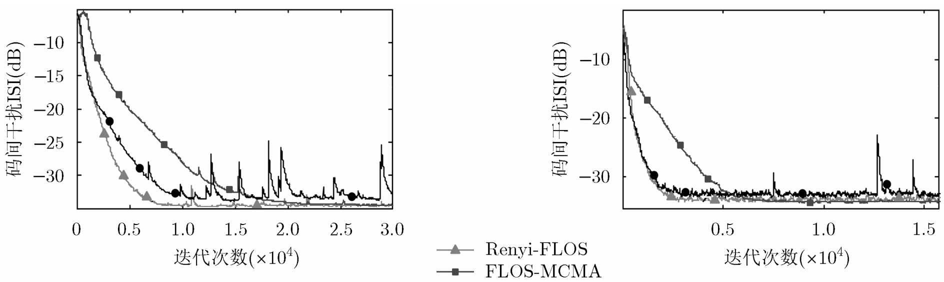
$$\boldsymbol{h}=[-0.005-0.004\mathrm{j}, 0.009-0.3\mathrm{j}, -0.0024-0.104\mathrm{j}, 0.854+0.52\mathrm{j}, -0.218+0.273\mathrm{j}, 0.049-0.074\mathrm{j}, 0.016+0.2\mathrm{j}]$$

图 2(a)、图 2(b)分别给出了本文算法及其他算法在 α=1.2 和 α=1.6 两种脉冲性噪声下的剩余码间干扰曲线，即算法收敛曲线。在 α=1.2 时，脉冲性噪声较强，此时迭代步长需较小，选为 $\lambda_1=0.020$，$\lambda_2=0.005$；在 α=1.6 时，迭代步长则选为 $\lambda_1=0.09$，$\lambda_2=0.03$。如图 2 所示，不同脉冲噪声环境下，本文算法的收敛速度与 FLOS-MCMA 算法相比较快，对脉冲噪声的抑制能力、收敛精度都优于基于 Renyi 熵的盲均衡算法。本文算法充分利用了 FLOS 和 Renyi 熵的优势，克服了 FLOS-MCMA 收敛速度慢、Renyi 熵盲均衡算法稳态剩余误差大、无法有效抑制脉冲噪声的不足。

图 3(a)、图 3(b)、图 3(c)为 3 种算法在 α=1.6 的脉冲噪声下盲均衡后的信号星座图，图 3(d)为盲均衡器输入信号 $\boldsymbol{y}(k)$ 的星座图。从图中可以看出，本文算法均衡后的星座图聚集程度最高，且星座周围零星的星座点较少，信号识别最为清晰，准确度较高。而 FLOS-MCMA 算法与基于 Renyi 熵盲均衡算法的星座点较为分散，离散程度较高，均衡性能差于本文算法。

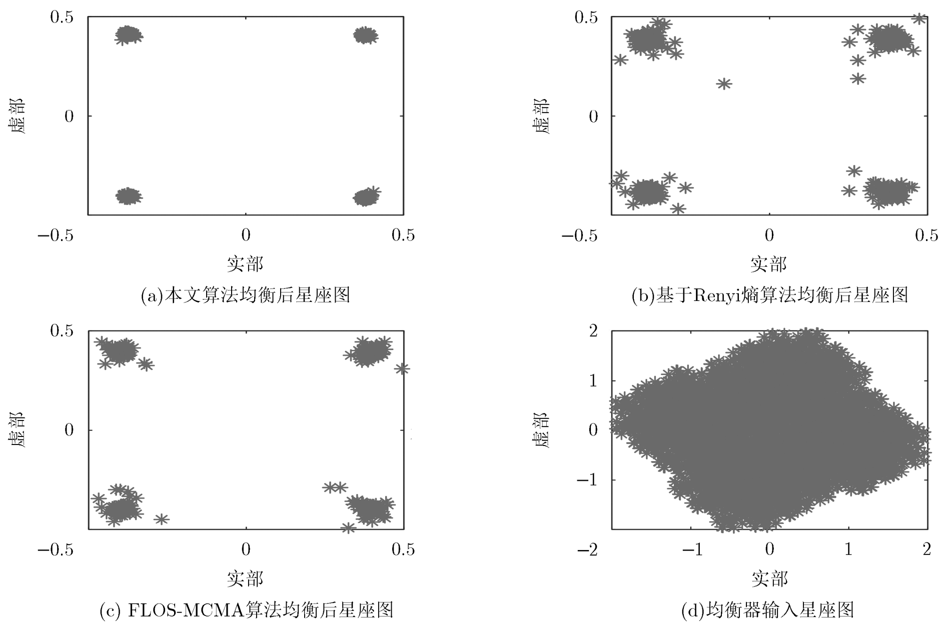
实验 2　为了验证本文算法在不同特性信道下的性能，本实验中采用如下信道参数进行仿真：

$$\boldsymbol{h}=[0.0410+0.0109\mathrm{j}, 0.0495+0.0123\mathrm{j}, 0.0672+0.0170\mathrm{j}, 0.0919+0.0235\mathrm{j}, 0.7920+0.1281\mathrm{j}, 0.3960+0.0871\mathrm{j}, 0.2715+0.0498\mathrm{j}, 0.2291+0.0414\mathrm{j}, 0.1287+0.0154\mathrm{j}, 0.1032+0.0119\mathrm{j}]$$



(a) α=1.2　　(b) α=1.6

图 2 不同脉冲性程度下的 ISI 曲线



(a)本文算法均衡后星座图　　(b)基于Renyi熵算法均衡后星座图

(c) FLOS-MCMA算法均衡后星座图　　(d)均衡器输入星座图

图 3　$\alpha=1.6$ 时信号星座图

此外，本文算法的其他参数为：脉冲噪声的特征指数$\alpha = 1.3$，迭代步长$\lambda_1 = 0.018$，$\lambda_2 = 0.024$，核长$\sigma = 1$，均衡误差阈值$r_{\max} = 0.26, r_{\min} = 0.08$。图 4 给出了该信道参数下各算法的收敛曲线，从图中可以看出，本文算法在 7000 次迭代后 ISI 已基本收敛至-40 dB，而且收敛后稳态误差较小，对脉冲噪声的抑制能力也较好。FLOS-MCMA 算法在迭代约 15000 次后才基本收敛至-40 dB，若收敛后其迭代步长可以变小则其对脉冲的抑制能力还有可提升的空间，但收敛速度也会随之降低。在 Renyi 算法中，收敛精度约在-37 dB 左右，而且收敛后稳态误差波动较大，对脉冲噪声的抑制能力较弱。本文算法具有较快的收敛速度，且抑制脉冲噪声的能力也较强。

实验 3 为了进一步验证算法在不同环境中的性能，除在无线通信环境下的实验之外，增加了水声信道条件下的仿真实验。由文献[20]知，在热带浅海区域，其水声信道中所含的噪声符合α稳定分布模型，且在该条件下噪声的特征值α介于 1.5 到 1.6 之间。本实验中取脉冲噪声的特征指数$\alpha = 1.6$，水声信道脉冲响应：

$$\boldsymbol{h} = \left[0.5849, -1.0000, 0.2608, -0.1336, 0.0740, -0.0394, 0.0183, -0.0059, -0.0006, 0.0031\right]$$

本文算法的其他参数设置为：迭代步长$\lambda_1 = 0.008$，$\lambda_2 = 0.010$，核长$\sigma = 1$，阶数$p = 0.7$，均衡误差的阈值取为$r_{\max} = 0.40, r_{\min} = 0.15$。在此实验中，为了进一步体现本文算法的性能，增加了适用于脉冲噪声的直接判决并行分数低阶恒模算法(即 FLOS+DDLMP 算法)用于对比分析。图 5 为各算法收敛性能的比较。如图所示，本文算法在 5000 次迭代左右已趋于收敛，收敛速度较 FLOS-MCMA 和 FLOS+DDLMP 算法更快。虽然 FLOS+DDLMP 算法相比 FLOS-MCMA 算法收敛速度更快，但是在收敛后稳态误差较大。在抑制脉冲噪声的效果方面，本文 Renyi-FLOS 算法较 Renyi 熵盲均衡算法更好，抑制脉冲噪声能力更强。本文 Renyi-FLOS 算法在收敛速度和抑制脉冲噪声方面的能力较其他算法更优。

5 结论

在脉冲噪声下的盲均衡问题中，CMA, Renyi 熵盲均衡算法和 FLOS-MCMA 等算法难以兼顾收敛速度并同时较好地抑制脉冲噪声。为了提高脉冲噪声条件下盲均衡器的性能，本文提出了一种基于 Renyi 熵的分数低阶双模盲均衡算法。该算法分别将 Renyi 熵与分数低阶统计量共同用作代价函数来更新均衡器权向量，在脉冲噪声下，取得了较快的收敛速度、较小的稳态误差。此外，考虑到算法的稳健性，本文进一步提出了双阈值加权判决法，通过设置双阈值并引入加权函数来平衡两种代价函数，使得算法在模式切换时更加平滑，充分利用了 Renyi 熵和分数低阶统计量的优势。仿真实验表明，本文算法既能有效抑制脉冲噪声，又具有较快的收敛速度。

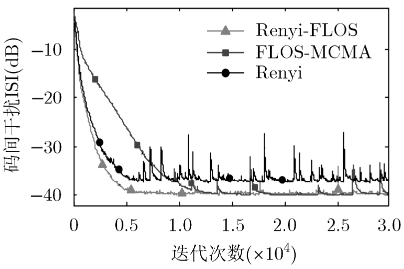


图 4 $\alpha = 1.3$时不同信道下 3 种算法的 ISI 曲线

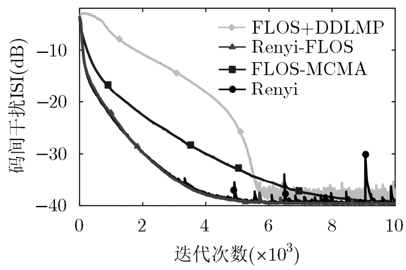


图 5 $\alpha = 1.6$时各算法的 ISI 曲线

参 考 文 献

[1] AZIM A W, ABRAR S, ZERGUINE A, *et al*. Performance analysis of a family of adaptive blind equalization algorithms for square-QAM[J]. *Digital Signal Processing*, 2016, 48(C): 163–177. doi: 10.1016/j.dsp.2015.09.002.

[2] SCARANO G, PETRONI A, BIAGI M, *et al*. Second order statistics driven LMS blind fractionally spaced channel equalization[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(2): 161–165. doi: 10.1109/LSP.2016.2635034.

[3] DAS R L and NARWARIA M. Lorentzian based adaptive filters for impulsive noise environments[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2017, 64(6): 1529–1539. doi: 10.1109/TCSI.2017.2667705.

[4] LUAN S, QIU T, ZHU Y, *et al*. Cyclic correntropy and its spectrum in frequency estimation in the presence of impulsive noise[J]. *Signal Processing*, 2016, 120: 503–508. doi: 10.1016/j.sigpro.2015.09.023.

[5] PELEKANAKIS K and CHITRE M. Adaptive sparse channel estimation under symmetric alpha-stable noise[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(6):

3183–3195. doi: 10.3390/a9030054.

[6] 黄焱, 邱钊洋, 欧阳喜. 基于星座软信息的猝发信号盲均衡算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(3): 568–574. doi: 10.11999/JEIT160420.

HUANG Yan, QIU Zhaoyang, and OUYANG Xi. Blind equalization for burst signals based on soft information of constellation[J]. *Journal of Elestronics & Information Technology,* 2017, 39(3): 568–574. doi: 10.11999/JEIT160420.

[7] 马思扬, 彭华, 王彬. 适用于稀疏多径信道的稀疏自适应常模盲均衡算法[J]. 通信学报, 2017, 38(1): 149–157. doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2017017.

MA Siyang, PENG Hua, and WANG Bin. Sparse adaptive constant blind equalization algorithm for sparse multipath channel[J]. *Journal on Communications*, 2017, 38(1): 149–157. doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2017017.

[8] SCARANO G, PETRONI A, BIAGI M, *et al*. Second-order statistics driven LMS blind fractionally spaced channel equalization[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(2): 161–165. doi: 10.1109/LSP.2016.2635034.

[9] RUPI M, TSAKALIDES P, Re E D, *et al.* Constant modulus blind equalization based on fractional lower-order statistics[J]. *Signal Processing*, 2004, 84(5): 881–894. doi: 10.1016/j.sigpro.2004.01.006.

[10] LI S and QIU T S. Tracking performance analysis of fractional lower order constant modulus algorithm[J]. *Electronics Letters*, 2009, 45(11): 545–546. doi: 10.1049/el.2009.0561.

[11] LI Sen, WANG Yan, and LIN Bin. Concurrent blind channel equalization in impulsive noise environments[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2013, 22(4): 741–746.

[12] SANTAMATIA I, ERDGMUS D, and PRINCIPE J C. Entropy minimization for supervised digital communications channel equalization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(5): 1184–1192. doi: 10.1109/78.995074.

[13] 张银兵, 赵俊渭, 李金明, 等. 基于 Renyi 熵的水声信道判决反馈盲均衡算法研究[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(4): 911–915. doi: 10.3724/SP.J.1146.2008.00056.

ZHANG Yinbing, ZHAO Junwei, LI Jinming, *et al.* Decision feedback blind equalization algorithm based on RENYI entropy for underwater acoustic channels[J]. *Journal of Elestronics & Information Technology*, 2009, 31(4): 911–915. doi: 10.3724/SP.J.1146.2008.00056.

[14] 郭业才, 龚秀丽, 张艳萍. 基于样条函数 Renyi 熵的时间分集小波盲均衡算法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(9): 2050–2055. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00110.

GUO Yecai, GONG Xiuli, and ZHANG Yanping. Spline function Renyi entropy based tme diversity wavelet blind equalization algorithm[J]. *Journal of Elestronics & Information Technology*, 2011, 33(9): 2050–2055. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00110.

[15] FKI S, MESSAI M, AISSA-EL-BEY A, *et al*. Blind equalization based on pdf fitting and convergence analysis[J]. *Signal Processing*, 2014, 101: 266–277. doi: 10.1016/j.sigpro.2014.02.009.

[16] 邱天爽, 戚寅哲. 稳定分布噪声下基于粒子滤波的双站伪多普勒定位方法[J]. 通信学报, 2016, 37(1): 28–34. doi: 10.11959/J.ISSN.1000-436x.2016004.

QIU Tianshuang and QI Yinzhe. Dual-station pseudo-doppler localization method based on particle filtering with stable distribution noise[J]. *Journal on Communications*, 2016, 37(1): 28–34. doi: 10.11959/J.ISSN.1000-436x.2016004.

[17] 宋爱民. 稳定分布噪声下时延估计与波束形成新算法[D]. [博士论文], 大连理工大学, 2015.

SONG Aimin. New algorithms for time delay estimation and beamforming under stable distribution Noise[D]. [Ph.D. dissertation], Dalian University of Technology, 2015.

[18] PRINCIPE J C, XU D, ZHAO Q, *et al*. Learning from examples with information theoretic criteria[J]. *Journal of VLSI Signal Processing*, 2000, 26(1): 61–77. doi: 10.1023/A:1008143417156.

[19] 李进, 冯大政, 刘文娟. 快速 QAM 信号多模盲均衡算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(2): 273–279. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00609.

LI Jin, FENG Dazheng, and LIU Wenjuan. A fast multimodulus blind equalization algorithm for QAM signal[J]. *Journal of Elestronics & Information Technology*, 2013, 35(2): 273–279. doi: 10.3724/SP.J.1146.2012.00609.

[20] 张银兵, 赵俊渭, 郭业才, 等. 抑制 α 稳定噪声的改进常数模盲均衡算法[J]. 西北工业大学学报, 2010, 28(2): 202–206.

ZHANG Yinbing, ZHAO Junwei, GUO Yecai, *et al.* Improving AECCMA for blind equalization to make it suitable in α-stable noise[J] *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2010, 28(2): 202–206.

马济通：　男，1990 年生，博士生，研究方向为阵列信号处理、非高斯非平稳信号处理.

邱天爽：　男，1954 年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为非平稳非高斯统计信号处理、数字信号处理等.

李　蓉：　女，1984 年生，博士，高级工程师，研究方向为认知无线电与数字信号处理等.

夏　楠：　男，1983 年生，博士，高级工程师，研究方向为无线电定位以及通信信号处理等.

李景春：　男，1966 年生，博士，教授级高级工程师，研究方向为无线电监测理论与应用等.