

修正主模抑制稳健自适应波束形成算法

王昊* 马启明

(杭州应用声学研究所 杭州 310023)

摘要: 针对自适应波束形成器在少快拍和波束指向角度失配情况下性能严重下降的问题, 该文提出一种基于修正协方差矩阵的稳健主模抑制算法。算法提出利用修正协方差矩阵估计主模成分, 进而重构出数据协方差矩阵, 同时利用其特征向量向期望信号导向向量的投影来确定信号子空间维数。为提高算法在低信噪比情况下的性能, 提出利用信号区域积分得到正定矩阵, 以其主特征向量对信号子空间进行扩充, 再将导向向量向信号子空间进行投影得到修正的导向向量。最终利用重构协方差矩阵及修正导向向量得到最优权值。理论分析和仿真实验验证了所提算法的有效性和稳健性。

关键词: 信号与信息处理; 自适应波束形成; 主模抑制; 修正协方差矩阵; 少快拍; 角度失配

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)11-2620-07

DOI: 10.11999/JEIT170236

Modified Dominant Mode Rejection Robust Adaptive Beamforming Algorithm

WANG Hao MA Qiming

(Hangzhou Applied Acoustic Research Institute, Hangzhou 310023, China)

Abstract: In order to solve the problem of adaptive beamformer performance degradation due to few snapshots and mainlobe angle mismatch, a robust dominant mode rejection adaptive beamforming algorithm based on modified covariance matrix is proposed. The algorithm employs modified covariance matrix to estimate dominant mode component and reconstructs covariance matrix. Then, the signal subspace is obtained by projecting the steering vector of the desired signal onto eigenvector of the reconstructed covariance matrix, for enhancing the performance of algorithm at low SNR, the algorithm uses the principal eigenvector of a positive definite matrix which integrates the desired signal region to modify signal subspace, thus calibrated steering vector of the desired signal is obtained by projecting the presumed steering vector onto the modified signal subspace. Finally, the optimal weight is obtained from the reconstructed covariance matrix and the calibrated steering vector. Theoretical analysis and simulation show the effectiveness and robustness of the proposed algorithm.

Key words: Signal and information processing; Adaptive beamforming; Dominant mode rejection; Modified covariance matrix; Few snapshots; Angle mismatch

1 引言

建立在最大化输出信干噪比 (Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio, SINR) 准则下的最小方差无失真 (Minimum Variance Distortionless Response, MVDR) 算法可以保证主瓣信号无失真地通过, 同时在干扰方向形成零陷, 对强干扰进行抑制。在理想情况下, 是最优的空域滤波器, 然而在实际环境中采样快拍数有限, 同时可能存在期望信号波束指向角度失配 (angle mismatch) 的情况, 如此会产生信号“自消”现象, 此时传统自适应波束形成器的性能将严重下降。

针对如何提高自适应波束形成器在少快拍以及波束指向角度失配条件下性能下降的问题, 几十年来涌现了一大批不同类型的新算法。文献[1]提出了主模抑制 (Dominant Mode Rejection, DMR) 算法, 算法利用重构的协方差矩阵来构造最优权值, 不需要协方差矩阵满秩, 不要求逆运算, 收敛速度快, 运算量低, 对于快拍数有限, 噪声短时起伏剧烈等情况, 具有相较 MVDR 更好的检测性能。然而主模抑制算法需要对子空间进行估计, 在少快拍情况下, 存在估计不准确的问题, 同时算法也受导向向量误差影响, 在波束指向角度失配的情况下, 性能下降。文献[2]提出了一种求解最优对角加载量的算法, 算法可以不依赖任何先验信息, 得到最小均方根误差

意义上最优的协方差矩阵，属于对角加载类算法，但是，在导引向量失配的情况下，由于未对导引向量进行任何约束，性能会下降。文献[3]提出通过求解最优化问题对期望信号导引向量进行修正，在大角度失配条件下，有较好的性能。然而，算法需要利用正交子空间的线性组合，通过求解最优化问题来估计导引向量，在期望信号信噪比(Signal Noise Ratio, SNR)较低时，估计导引向量不准确，同时由于没有对采样协方差矩阵进行任何修正，在有限快拍情况下，受快拍数不足的影响，求解最优化得到的导引向量会偏离真实值。特征空间投影法^[4,5]可在一定程度上消除少快拍时子空间扰动对波束形成器性能的影响，在有限快拍情况下，当期望信号信噪比较强时，具有较好的性能，但是在低信噪比情况下，由于子空间划分不准确，性能严重下降，同时子空间维数的确定又引申出新的需要解决的问题。

鲁棒 Capon 波束形成^[6](Robust Capon Beamformer, RCB)算法是目前广泛应用的一种鲁棒自适应波束形成算法，它对期望信号导引向量事先划定一个球形不确定集，通过求解最优化问题得到约束条件下最优的对角加载量，算法可以提高自适应波束形成器的鲁棒性，但是当导引向量误差较大时，由于需要较大的不确定集以提高鲁棒性，由此会降低对强干扰的抑制能力，导致性能下降。

针对上述问题，本文提出了一种修正主模抑制稳健自适应波束形成算法，提出利用经过前后向平滑的修正协方差矩阵求取主模分量，继而重构出数据协方差矩阵，以此提高算法在有限快拍情况下的性能，同时提出一种新的期望信号导引向量估计方法，将修正协方差矩阵的特征向量向期望信号导引向量投影以确定信号子空间维数，同时划分出信号大概率出现区域，积分得到对应的正定矩阵，以其主特征向量(即最大特征值对应的特征向量)对信号子空间进行补充，以此避免低信噪比情况下，信号子空间估计不准确的问题，最后再利用投影法得到修正的导引向量。

2 阵列信号模型

考虑阵列接收数据模型，阵元个数为 M ，假设有 $K+1$ 个相互独立的信号以平面波的形式同时入射到阵列，则阵元接收信号的第 n 个快拍表示成矩阵形式为

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{x}_s(n) + \mathbf{x}_j(n) + \mathbf{n}(n) \quad (1)$$

其中， $\mathbf{x}_s(n)$ 对应期望信号， $\mathbf{x}_j(n)$ 对应干扰， $\mathbf{n}(n)$ 对应阵元噪声。

当阵元噪声为空时高斯白噪声时，理论阵列协

方差矩阵可以表示为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)] = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_j + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (2)$$

其中， \mathbf{R}_s 是期望信号协方差矩阵， \mathbf{R}_j 是干扰协方差矩阵， σ_n^2 是噪声功率。

设 θ_0 为期望信号入射方向，则阵列协方差矩阵 \mathbf{R} 可以表示成期望信号成分和干扰加噪声成分，即

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_{j+n} \quad (3)$$

其中， $\mathbf{R}_s = \sigma_0^2 \mathbf{a}(\theta_0) \mathbf{a}^H(\theta_0)$ 为期望信号协方差矩阵，式中 σ_0^2 为期望信号功率， $\mathbf{a}(\theta_0)$ 为期望信号导引向量， $\mathbf{R}_{j+n} = \sum_{k=1}^K \sigma_k^2 \mathbf{a}(\theta_k) \mathbf{a}^H(\theta_k) + \sigma_n^2 \mathbf{I}$ 为干扰加噪声协方差矩阵，式中 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 表示以 θ_k 方向入射的干扰导引向量， σ_k^2 为干扰功率。建立最优化准则

$$\max_w \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{j+n} \mathbf{w}} \quad (4)$$

由此可得最优权值为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}_{j+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}_{j+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (5)$$

式(5)即著名的标准 Capon 波束形成器^[7](Standard Capon Beamformer, SCB)。在实际中往往难以获取 \mathbf{R}_{j+n} ，故采用采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 求取最优权值， $\hat{\mathbf{R}}$ 定义为

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \quad (6)$$

其中， N 表示快拍数，当快拍数有限及波束指向角度失配时，传统自适应波束形成器的性能将急剧下降。

3 本文算法

针对采样快拍数有限以及波束指向失配情况下会出现信号“自消”的问题，本文提出对采样协方差矩阵进行重构，同时对期望信号导引向量进行修正。

3.1 基于前后向平滑的矩阵重构

定义共轭的阵列信号

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{x}^*(n) \quad (7)$$

其中， $(\cdot)^*$ 表示向量每一个元素取共轭。对于均匀线列阵或具有对称结构的阵列，构造转换矩阵 \mathbf{J} ，其副对角线全为 1，其余值全为 0，则 $\mathbf{J}^* \mathbf{J} = \mathbf{I}$ ，利用 N 个快拍的阵列接收数据，构造前后向采样数据如式(8)：

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}} = [\mathbf{x}, \mathbf{J}\mathbf{y}] = & [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(N), \mathbf{J}\mathbf{x}^*(1), \\ & \mathbf{J}\mathbf{x}^*(2), \dots, \mathbf{J}\mathbf{x}^*(N)] \end{aligned} \quad (8)$$

其中， $\bar{\mathbf{X}}$ 为 $M \times 2N$ 维矩阵。求取前后向采样数据

的协方差矩阵, 得到修正协方差矩阵如式(9):

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{1}{2N} \bar{\mathbf{X}} \bar{\mathbf{X}}^H = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{R}} + \mathbf{J}(\hat{\mathbf{R}})^* \mathbf{J}) \quad (9)$$

可以看出, 在计算修正协方差矩阵 $\bar{\mathbf{R}}$ 时, 只需要对 $\hat{\mathbf{R}}$ 少量次的共轭及乘法运算。

当阵列协方差矩阵为真实协方差矩阵时,

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{th}} = \mathbf{R} \quad (10)$$

$\bar{\mathbf{R}}_{\text{th}}$ 为理论修正协方差矩阵, 此时修正协方差矩阵与阵列协方差矩阵等价。

在不存在导引向量误差的情况下, 当快拍数有限时, 文献[8]推导出了 MVDR 的输出信干噪比如式(11):

$$\text{SINR} = \frac{N - M + 1}{N} \text{SINR}_{\text{opt}} \quad (11)$$

其中, SINR_{opt} 为最优输出信干噪比。

文献[9]推导了快拍数有限时, 经过前后向平滑之后, 利用修正协方差矩阵, MVDR 的输出信干噪比为

$$\text{SINR} = \frac{2N - M}{2N - 1} \text{SINR}_{\text{opt}} \quad (12)$$

可以看出, 当快拍数 N 有限时, 经过前后向处理的自适应波束形成器的 SINR 始终大于传统自适应波束形成器, 这是因为: 在少快拍情况下, 同时利用基阵接收数据和经过共轭重排的基阵数据, 相当于对数据进行了平滑, 估计得到的协方差矩阵 $\bar{\mathbf{R}}$ 相比 $\hat{\mathbf{R}}$ 更加接近理论协方差矩阵^[10], 故而估计的特征值与特征向量更加准确, 误差更小。

由此我们利用修正协方差矩阵估计主模分量, 对修正协方差矩阵特征分解, 并对特征值进行排序, 得到式(13):

$$\bar{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \quad (13)$$

其中, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_M$ 为矩阵按降序排列的特征值, \mathbf{e}_i 为对应的特征向量。为达到弱信号检测的目的, 假设有 K 个强干扰信号(主模)需要被抑制, 其个数可以通过常规波束形成等低复杂度方法得到, 这样可以将修正协方差矩阵划分为主模(干扰)子空间及其补集的形式。

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}} &= \sum_{i=1}^K \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H + \sum_{i=K+1}^M \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \\ &= \mathbf{E}_S \mathbf{\Lambda}_S \mathbf{E}_S^H + \mathbf{E}_N \mathbf{\Lambda}_N \mathbf{E}_N^H \end{aligned} \quad (14)$$

式中, $\mathbf{\Lambda}_S = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K\}$ 和 $\mathbf{E}_S = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_K]$ 分别是主特征值构成的对角矩阵和对应的特征向量, 对应主模成分, 是需要被抑制的干扰, $\mathbf{\Lambda}_N = \text{diag}\{\lambda_{K+1}, \lambda_{K+2}, \dots, \lambda_M\}$ 和 $\mathbf{E}_N = [\mathbf{e}_{K+1}, \mathbf{e}_{K+2}, \dots, \mathbf{e}_M]$ 是小特征值构成的对角矩阵和对应的特征向量, 对

应期望信号和噪声。

基于主模抑制算法协方差矩阵重构的思想^[11-14], 下面利用 $\bar{\mathbf{R}}$ 的大特征值和特征向量重构协方差矩阵:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{MDMR}} = \sum_{i=1}^K \psi_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H + \hat{\sigma}_n^2 \mathbf{I} \quad (15)$$

其中, $\psi_i = \lambda_i - \hat{\sigma}_n^2$, $\hat{\sigma}_n^2$ 可以由 $\bar{\mathbf{R}}$ 的小特征值估计得到 $\hat{\sigma}_n^2 = \left(\frac{1}{M - K} \right) \left\{ \text{tr}(\bar{\mathbf{R}}) - \sum_{i=1}^K \lambda_i \right\}$, $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。

可以看出 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{MDMR}}$ 在 $\hat{\mathbf{R}}$ 不满秩的情况下是满秩的, 由此可以在快拍数小于阵元数的情况下计算最优权值, 同时由于采用了前后向平滑处理, 因而具有相较传统自适应波束形成器更快的收敛速度。

3.2 期望信号导引向量估计

在实际中期望信号导引向量估计往往存在波束指向角度失配的问题, 如果直接利用估计的期望信号导引向量 $\hat{\mathbf{a}}$, 会使波束形成器的性能严重下降, 传统的特征空间投影法^[5]将 $\hat{\mathbf{a}}$ 向信号子空间投影以对其进行修正, 但是其面临两个问题, 首先, 在低输入信噪比情况下, 子空间划分不准确, 由此投影得到的期望信号导引向量将偏离真实值。第二, 信号子空间的维数往往很难确认, 对于维数的估计又需要相应的复杂算法, 若子空间维数估计不准确, 得到的信号子空间将不准确, 同样将影响算法性能。故此这里提出一种新的信号子空间估计方法。

对于信源之间相互独立的情况, 信源导引向量与信号子空间张成的空间属于同一空间, 亦即期望信号导引向量可以由信号子空间线性组成, 实际中 $\hat{\mathbf{a}}$ 与真实期望信号导引向量 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 不会偏差过大, 由此可以利用式(13)的结果, 将修正协方差矩阵的特征向量向 $\hat{\mathbf{a}}$ 投影, 以达到信号子空间估计的目的, 定义

$$p(i) = |\mathbf{e}_i^H \hat{\mathbf{a}}|^2, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (16)$$

由特征向量的性质可知 $\sum_{i=1}^M p(i) = M$, 定义子空间划分阈值 $0 < \rho < 1$, 通过以下步骤对子空间维数 $0 < \text{nn} < M$ 进行求取

$$\left. \begin{array}{l} \text{p_temp} = 0; \\ \text{for } i = 1 : M \\ \quad \text{p_temp} = \text{p_temp} + p(i); \\ \quad \text{if } (\text{p_temp}/M > \rho) \text{ break; end} \\ \text{end} \\ \text{nn} = i; \end{array} \right\} \quad (17)$$

得到信号子空间的维数之后, 即可对子空间进行划

分，得到信号子空间：

$$\mathbf{P}_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_{m_n}] \quad (18)$$

为了避免低信噪比情况下，由于子空间混叠导致的估计不准确，这里定义期望信号大概率出现区域 Θ ，区域内不含有干扰信号成分，对区域 Θ 进行积分，得到正定矩阵：

$$\mathbf{Q} = \int_{\Theta} \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) d\theta \quad (19)$$

对于 \mathbf{Q} 的求取方法，可以定义 Δ 为以估计期望信号入射角度 $\bar{\theta}_0$ 为中心，大概率出现的区域范围，那么 \mathbf{Q} 可以由式(20)计算得到

$$\mathbf{Q} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \mathbf{a}(\bar{\theta}_0 + \phi) \mathbf{a}^H(\bar{\theta}_0 + \phi) d\phi \quad (20)$$

式(20)可利用数值方法求解，对区域 Θ 划分网格，计算所有网格上点的和得到

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{N_n + 1} \sum_{k=-N_n/2}^{N_n/2} \mathbf{a}(\bar{\theta}_0 + k\Delta/N_n) \cdot \mathbf{a}^H(\bar{\theta}_0 + k\Delta/N_n) \quad (21)$$

其中， N_n 表示对区域 Θ 的划分点数，对 \mathbf{Q} 特征分解，得到其主特征向量 $\mathbf{E}_{\max} = \text{Eig}(\mathbf{Q})$ ，即最大特征值对应的特征向量。对于式(21)的计算可以提前离线计算好，不需要实时获取，由此可以不增加算法实时处理的运算负担。

由此对信号子空间扩展得到 $\mathbf{U}_s = [\mathbf{E}_{\max} \mathbf{P}_s]$ ，将 $\hat{\mathbf{a}}$ 向重新定义的信号子空间投影，即可得到修正的期望信号导引向量

$$\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H \hat{\mathbf{a}} \quad (22)$$

3.3 最优权值求取

将 3.1 节重构的协方差矩阵以及 3.2 节估计得到的期望信号导引向量代入式(5)得到修正主模抑制稳健自适应波束形成算法的最优权值。

$$\mathbf{w}_{\text{MDMR}} = \frac{\hat{\mathbf{R}}_{\text{MDMR}}^{-1} \tilde{\mathbf{a}}}{\tilde{\mathbf{a}}^H \hat{\mathbf{R}}_{\text{MDMR}}^{-1} \tilde{\mathbf{a}}} \quad (23)$$

将式(15)代入式(23)，并利用矩阵求逆定理，可得

$$\mathbf{w}_{\text{MDMR}} = \frac{\tilde{\mathbf{a}} - \sum_{k=1}^K \beta_k \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^H \tilde{\mathbf{a}}}{\tilde{\mathbf{a}}^H \tilde{\mathbf{a}} - \sum_{k=1}^K \beta_k |\mathbf{e}_k^H \tilde{\mathbf{a}}|^2} \quad (24)$$

其中， $\beta_k = \frac{\psi_k}{\psi_k + \delta_n^2}$ 。这样在求取修正主模抑制算法权值时不需要阵列协方差矩阵满秩，不需要矩阵求逆，相较传统自适应波束形成器收敛速度快。

4 仿真分析

下面通过仿真实验验证所提算法的性能。仿真

采用均匀线列阵，阵元个数 $M = 10$ ，阵元间隔信号半波长，定义 x 的负半轴为起始方位，顺时针扫描 180° 。假设期望信号从 $\theta_0 = 90^\circ$ 入射，两个干扰分别从 $\theta_1 = 50^\circ$ 和 $\theta_2 = 120^\circ$ 入射，干噪比均为 30 dB，信源之间相互独立，阵元噪声为空时高斯白噪声，估计期望信号入射方向为 $\bar{\theta}_0 = 94^\circ$ 。对比本文所提算法以及 SCB, DMR, RCB^[6]，文献[2]算法，文献[3]算法的性能。对于本文所提算法和文献[3]算法，信号区域为 $[\bar{\theta}_0 - 8^\circ, \bar{\theta}_0 + 8^\circ]$ ，采样点个数 100，本文算法子空间划分阈值选取 $\rho = 0.7$ ，主模数为 2，文献[3]算法主特征向量维数为 4，对于 RCB 的误差容忍，选取最佳球形不确定集值，由 $\varepsilon \geq \min_{\alpha} \|\mathbf{a} e^{i\alpha} - \hat{\mathbf{a}}\|_2^2$ 求得^[15]，其中， $\hat{\mathbf{a}}$ 为估计导引向量， \mathbf{a} 为真实导引向量。

仿真 1 考察算法的输出信干噪比随输入信噪比的变化。快拍数固定为 $N = 50$ ，输入信噪比在 $[-20:5:15]$ dB 之间变化，每种 SNR 条件下进行 100 次独立重复实验，统计平均 SINR，观察几种算法的输出 SINR 随输入 SNR 变化曲线。

图 1 中随输入 SNR 线性变化的直线为理论最优值，可以看出，SCB 受波束指向角失配的影响严重，随着输入 SNR 的增加，输出 SINR 远远偏离了理论最优，文献[3]方法由于需要解最优化问题，在低信噪比情况下(SNR < -10 dB)，估计得到的导引向量不准确，导致其性能甚至劣于 SCB，在上述仿真条件下，RCB 需要较大的不确定集以提高稳健性，由此降低了对强干扰抑制的能力，同时受数据中期望信号的影响，随输入 SNR 的增加，信号“自消”逐渐严重，导致其性能偏离理论最优，DMR 由于部分剔除了期望信号的影响，性能优于前述几种算法，文献[2]方法性能与其相近，然而受子空间估计误差和导引向量误差的影响，前述方法均劣于本文方法，本文方法由于采用修正协方差矩阵进行处理，估计的子空间相较直接利用采样协方差矩阵更加准确，由于部分剔除了期望信号成分以及对期望信号导引向量进行了修正，性能优于其它几种算法，特别是在高信噪比情况下(SNR > 5 dB)，与理论最优的偏差最小，有效提高了自适应波束形成器的稳健性。

仿真 2 考察算法的输出信干噪比随快拍数的变化。假设期望信号的输入 SNR 为 5 dB，此时理论最优输出 SINR=15 dB，快拍数在 $N=[10:5:100]$ 之间变化，同样地，每种快拍数下进行 100 次独立重复实验，统计平均 SINR，观察几种算法的输出 SINR 随快拍数变化的曲线。

从图 2 中可以看出，SCB 的性能由于受信号“自消”的影响，随着快拍数的增加，性能反而严重下

降, 其它几种稳健自适应波束形成算法, 随快拍数的增加性能得到改善, 输出 SINR 逐渐接近理论最优值, 而本文方法的性能最优, 在不同快拍数条件下的输出 SINR 与理论最优的误差均最小。

仿真 3 考察不同算法的波束图。假设期望信号的输入 SNR 为 5 dB, 快拍数 $K = 50$, 画出不同算法的归一化波束图。

从图 3 中可以看出, 文献[3]方法的主瓣指向最接近期望信号实际入射方向, 但是由于快拍数不足的影响, 具有很高的旁瓣级, 其它算法均不同程度地偏离了期望信号真实入射方向, 而本文方法修正了波束主瓣指向方向, 零陷深度最深, 同时旁瓣级最低, 具有最好的波束性能。

仿真 4 考察不同角度失配条件下算法的性能。假设期望信号的输入 SNR 为 5 dB, 快拍数为 $N = 50$, 此时的理论最优输出 SINR=15 dB, 期望信号的波束指向角度失配在 $[-6:1:6]$ 度之间变化, 每种条件下进行 100 次独立重复实验, 统计平均 SINR, 观察几种算法的输出 SINR 随角度失配变化的曲线。

从图 4 中可以看出 SCB 受信号“自消”的影响, 随着波束指向角度失配的加剧, 输出 SINR 严重偏离了理论最优, 相较其它几种稳健自适应波束形成算法, 本文所提方法与理论最优的偏差最小, 性能优于其它几种算法。

仿真 5 考察信号非相关散射对算法性能的影响。考虑期望信号发生非相关散射, 由 5 个不同入射角度的信号构成, 期望信号导引向量随快拍变化的模型可以表示为

$$\mathbf{a}_s(n) = s_0(n)\mathbf{a}(\theta_0) + \sum_{p=1}^4 s_p(n)\mathbf{d}(\theta_p) \quad (25)$$

其中, $\mathbf{a}(\theta_0)$ 表示期望信号直接入射路径, 方向为 $\theta_0 = 90^\circ$, $\mathbf{d}(\theta_p), p = 1, 2, 3, 4$ 表示非相关散射信号路

径, θ_p 服从均值为 θ_0 , 方差为 $\Delta\theta = 4^\circ$ 的均匀分布, 每次独立重复实验均随机改变, 而每个快拍不变, 对于 $s_0(n)$ 和 $s_p(n), p = 1, 2, 3, 4$ 服从均值为 0, 方差为 1 的复高斯随机分布, 每次独立重复实验及每个快拍均随机变化, 输入信噪比在 $[-20:5:15]$ dB 之间变化, 定义信噪比时, 计入所有路径的信号。式(25)的模型如文献[16-18]对非相关本地散射的建模, 最大化输出 SINR 准则下的最优权值表达式变为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \text{Eig}(\mathbf{R}_{j+n}^{-1}\mathbf{R}_s) \quad (26)$$

每种 SNR 条件下进行 100 次独立重复实验, 统计平均 SINR。画出输出 SINR 随输入 SNR 变化的曲线。

图 5 中随输入 SNR 线性变化的直线为理论最优值, 可以看到随着输入 SNR 的增加, 几种算法均不同程度地偏离了理论最优, 其中 SCB 严重偏离了理论最优值, 其它几种算法相较 SCB 性能有所改善, 而本文算法的性能优于其它几种算法, 与理论最优的偏差最小。

仿真 6 考察本文算法输出信干噪比与子空间划分阈值 ρ 之间的关系。假设输入 SNR 分别为 -15 dB, 0 dB, 15 dB, 快拍数固定为 $N = 50$, 子空间划分阈值在 $\rho = [0.3:0.2:0.9]$ 之间变化, 每种条件下进行 500 次独立重复实验, 统计平均输出 SINR, 利用式(27)

$$\text{dete_SINR}(\rho) = \max(\text{SINR}(\rho)) - \text{SINR}(\rho) \quad (27)$$

计算 3 种输入 SNR 条件下, 不同子空间划分阈值下求出的输出 SINR 与同一 SNR 条件下最大 SINR 的差值曲线。

从图 6 中可以看出, 同一 SNR 条件下, 采用不同的子空间划分阈值 ρ , 算法的输出 SINR 差异不大(小于 0.8 dB), 在高输入 SNR 条件下, ρ 越小, 输出 SINR 越高, 在低信噪比条件下, ρ 越大, 输出 SINR 越大, 为了使算法在不同 SNR 水平下均保持良好的性能, 故此本文折中选择 $\rho = 0.7$ 。

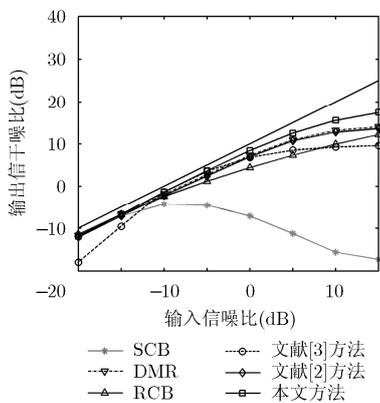


图 1 输出 SINR 随输入 SNR 变化图

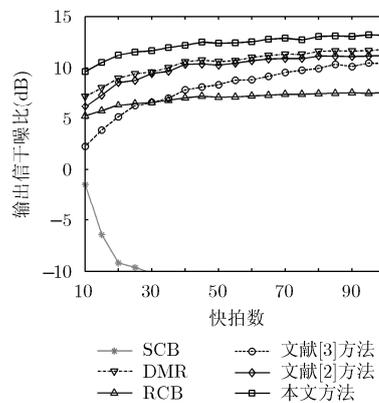


图 2 输出 SINR 随快拍数变化图

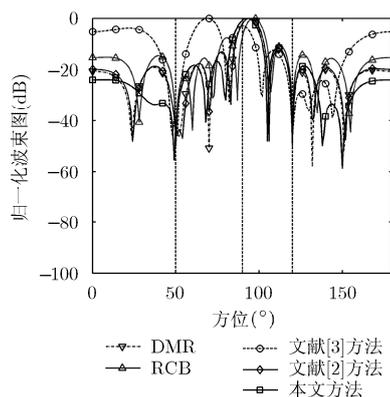


图 3 归一化波束模式图

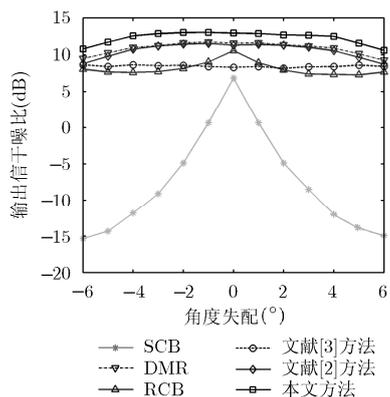


图 4 输出SINR随角度失配变化曲线

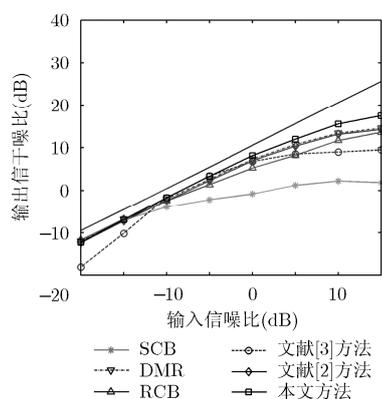


图 5 非相关散射条件下输出 SINR随输入SNR变化曲线

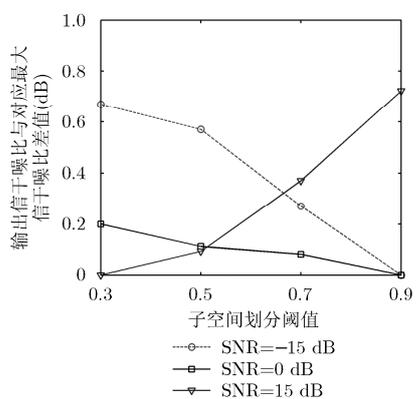


图 6 输出SINR与对应最大SINR的差值随输入SNR变化曲线

5 结论

本文研究了在少快拍和期望信号导向向量角度失配条件下提高自适应波束形成器性能的方法，提出了一种修正主模抑制稳健自适应波束形成算法。算法可以在协方差矩阵不满秩的情况下构造波束形成器，收敛速度快，求解最优权值时不需要矩阵求逆，同时由于采用了修正协方差矩阵以及对期望信号导向向量进行了修正，保障了算法的性能。仿真分析表明，在少快拍和期望信号导向向量角度失配的情况下，本文算法相较同类算法具有更好的性能。

参考文献

[1] ABRAHAM D A and OWSLEY N L. Beamforming with dominant mode rejection[C]. IEEE OCEANS Conference, Washington, 1990: 470-475. doi: 10.1109/OCEANS.1990.584812.

[2] DU Lin, LI Jian, and PETER S. Fully automatic computation of diagonal loading levels for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1): 449-458. doi: 10.1109/TAES.2010.5417174.

[3] ZHANG W, WANG J, and WU S. Robust Capon

beamforming against large DOA mismatch[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(4): 804-810. doi: 10.1016/j.sigpro.2012.10.002.

[4] FELDMAN D D and GRIFFITHS L J. A projection approach for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(4): 867-876. doi: 10.1109/78.285650.

[5] FELDMAN D D and GRIFFITHS L J. A constraint projection approach for robust adaptive beamforming[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Toronto, Canada, 1991: 1381-1384. doi: 10.1109/ICASSP.1991.150680.

[6] LI Jian, PETER S, and WANG Z. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702-1715. doi: 10.1109/TSP.2003.812831.

[7] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1969, 57(8): 1408-1418. doi: 10.1109/PROC.1969.7278.

[8] YU L, LIU W, and LANGLEY R. SINR analysis of the subtraction-based SMI beamformer[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(11): 5926-5932. doi: 10.1109/TSP.

- 2010.2058801.
- [9] ZHANG L, LIU W, and YU L. Performance analysis for finite sample MVDR beamformer with forward backward processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5): 2427–2431. doi: 10.1109/TSP.2011.2109957.
- [10] JOHN E, RUSSEL C, and MARK E. Comment on modified MUSIC algorithm for estimating DOA of signals[J]. *Signal Processing*, 1996, 55(2): 253–254. doi: 10.1016/S0165-1684(96)00179-X.
- [11] WAGE K E and BUCK J R. Snapshot performance of the dominant mode rejection beamformer[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2014, 39(2): 212–225. doi: 10.1109/JOE.2013.2251538.
- [12] WAGE K E and BUCK J R. SINR loss of the dominant mode rejection beamformer[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Brisbane, Queensland, 2015: 2499–2503. doi: 10.1109/ICASSP.2015.7178421.
- [13] JOSE A D S and KATHLEEN E W. An improved whitening transformation for snapshot-deficient scenarios[C]. *OCEANS 2015 MTS/IEEE Washington*, 2015: 1–6. doi: 10.23919/OCEANS.2015.7404410.
- [14] SHAN Chao, WU Y, and WANG Y. ESB-DMR beamforming under random matrix theory judgment principle[C]. *IET International Radar Conference*, Hangzhou, China, 2015: 1–4. doi: 10.1049/cp.2015.1006.
- [15] SOMASUNDARAM S D and PARSONS N H. Evaluation of robust Capon beamforming for passive sonar[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2011, 36(4): 686–695. doi: 10.1109/JOE.2011.2167374.
- [16] GU Y and LESHEM A. Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector[J]. *IEEE Transactions on Signal Process*, 2012, 60(7): 3881–3885. doi: 10.1109/TSP.2012.2194289.
- [17] HUANG L, ZHANG J, XU X, *et al.* Robust adaptive beamforming with a novel interference-plus-noise covariance matrix reconstruction method[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(7): 1643–1650. doi: 10.1109/TSP.2015.2396002.
- [18] YUAN X and GAN L. Robust adaptive beamforming via a novel subspace method for interference covariance matrix reconstruction[J]. *Signal Processing*, 2017, 130: 233–242. doi: 10.1016/j.sigpro.2016.07.008.
- 王 昊: 男, 1989 年生, 工程师, 研究方向为阵列信号处理。
马启明: 男, 1978 年生, 研究员, 研究方向为阵列信号处理、水声信号处理。