

改进型极化码混合自动请求重传法

朱鸿斌^{①②③} 戴胜辰^{②③} 康凯^④ 钱骅^{*①④}

^①(上海科技大学信息学院 上海 201210)

^②(中国科学院上海微系统与信息技术研究所 上海 200050)

^③(上海无线通信研究中心 上海 201210)

^④(中国科学院上海高等研究院 上海 201210)

摘要: 极化码与混合自动请求重传结合的传输方案适用于物联网应用的短数据包场景。现有的极化码与蔡司合并结合的传输方案能够提供合并增益,但并未提供编码增益。极化码与增量冗余结合的传输方案能够获得更好的性能,但计算复杂度较高,不适用于短数据包场景。该文提出一种改进型极化码与混合自动请求重传结合的传输方案。与现有的极化码与蔡司合并结合的传输方案相比,当码率为 1/2、重传次数为 1 时,该方案能够获得额外的 0.7 dB 的编码增益,与码率为 1/4 的极化码性能相近。该文所提方案的编译码复杂度相比于码率为 1/4 的极化码,降低了 50% 的复杂度。仿真结果验证了该方案的有效性。

关键词: 极化码; 短数据包; 混合自动请求重传

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)05-1136-06

DOI: 10.11999/JEIT160736

An Improved HARQ Scheme with Polar Codes

ZHU Hongbin^{①②③} DAI Shengchen^{②③} KANG Kai^④ QIAN Hua^{①④}

^①(School of Information and Technology, ShanghaiTech University, Shanghai 201210, China)

^②(Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200050, China)

^③(Shanghai Research Center for Wireless Communications, Shanghai 201210, China)

^④(Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201210, China)

Abstract: Hybrid Automatic Repeat reQuest (HARQ) scheme with polar codes is suitable for short packets applied to Internet of Things (IoT). Existing HARQ scheme with Chase Combining (HARQ-CC) provides combining gain without coding gain. The HARQ scheme with Incremental Redundancy (HARQ-IR) achieves better performance with significantly high complexity, which is unacceptable for IoT applications. In this paper, an improved HARQ scheme with polar codes is proposed. The proposed coding scheme achieves 0.7 dB gain for code rate $R=1/2$ and retransmission time $T=1$ compared with HARQ-CC scheme and the performance of this scheme is approaching the polar codes with rate $R=1/4$. The encoding and decoding complexity of the proposed scheme is reduced by about 50% compared with the polar codes with rate $R=1/4$. Simulation results validate the effectiveness of this scheme.

Key words: Polar codes; Short packets; Hybrid Automatic Repeat reQuest (HARQ)

1 引言

近年来,物联网快速发展,物联网技术为各类设备(微型传感器、汽车等)提供低功耗、低成本的

无线连接解决方案^[1]。为满足低功耗低成本的条件,大多数的物联网场景要求传输的数据包为短包。当数据包为短包时,现有的差错控制编码技术,例如卷积码、低密度奇偶校验(Low Density Parity Check Code, LDPC)码和 Turbo 码,性能均不理想。极化码(Polar codes)是由 Arikan 等人^[2,3]于 2008 年提出的一种新型的信道编码方案。Arikan^[4]已经证明极化码能够达到香农信道容量。当码长为 2048,并且采用循环冗余校验(Cyclic Redundancy Code, CRC)辅助的串行抵消列表译码算法(CRC-aided Successive Cancellation List, CA-SCL)时,极化码

收稿日期: 2016-07-11; 改回日期: 2017-01-13; 网络出版: 2017-02-28

*通信作者: 钱骅 qianh@sari.ac.cn

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61231009), 国家高 863 计划项目(2015AA011709), 上海市科委科技创新计划(15511102602)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China Key Program (61231009), The National 863 Program of China (2015AA011709), The Science and Technology Commission Foundation of Shanghai (15511102602)

的性能优于 LDPC 码和 Turbo 码^[5-7]。对短数据包而言, 极化码是潜在的有效编码方案。

在对时延不敏感的通信系统中, 混合自动请求重传传输方案(Hybrid Automatic Repeat reQuest, HARQ)能够获得接近信道容量的性能^[8]。HARQ 与极化码结合的传输方案能够应用于短包传输的物联网场景。在现有的 HARQ 与极化码结合的传输方案中, HARQ 与蔡司合并(Chase Combining, CC)结合的传输方案被广泛采用^[9]。在 HARQ-CC 中, 重传部分与原始信息完全一致。HARQ-CC 传输方案能够获得合并增益, 并且拥有较低的编码和译码复杂度。HARQ 与增量冗余(Incremental Redundancy, IR)结合的传输方案能够获得更好的性能, 然而编译码复杂度较大^[10,11]。当采用极化码时, 对于低功耗、低成本、低时延的物联网应用而言, HARQ-IR 传输方案的高复杂度是不可接受的。

本文提出改进型极化码 HARQ 传输方案, 该方案能够同时获得合并增益和编码增益。在该传输方案中, 重传序列是和原始传输序列的线性组合, 原始传输序列和重传序列构成了低码率的极化码。译码该低码率的极化码可以获得编码增益。与 HARQ-CC 传输方案相比, 本文所提改进型极化码与 HARQ 结合的传输方案能够获得额外的编码增益。与 HARQ-IR 传输方案相比, 本文所提改进型极化码与 HARQ 结合的传输方案复杂度较低, 更加适合物联网应用的短数据包场景。

本文剩余部分的结构如下: 第 2 节首先介绍极化码的基本概念; 第 3 节介绍现有的极化码重传方案; 第 4 节提出改进型的极化码与 HARQ 结合的传输方案; 第 5 节通过仿真结果验证所提方案的性能; 最后, 第 6 节总结全文。

2 极化码

假设极化码编码后码长为 $N = 2^n$, 其中为 n 正整数, 有用信息比特长度为 K , 该极化码的码率为 $R = K/N$ 。定义 2×2 的矩阵为 $\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{F}_2^{\otimes n}$ 为 \mathbf{F}_2 的 n 次克罗内克(Kronecker)幂, 由此可得 $\mathbf{F}_2^{\otimes n}$ 是 $N \times N$ 的矩阵。 \mathbf{B}_N 是比特反序序列, 极化码编码后的序列可通过 $\mathbf{F}_2^{\otimes n}$ 和 \mathbf{B}_N 的矩阵运算得到, 其表达式如式(1):

$$\mathbf{x}_1^N = \mathbf{u}_1^N \mathbf{G}_N = \mathbf{u}_1^N \mathbf{B}_N \mathbf{F}_2^{\otimes n} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_1^N = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 表示编码后的比特序列, $\mathbf{u}_1^N = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ 表示未编码的比特序列。 $\mathbf{G}_N = \mathbf{B}_N \mathbf{F}_2^{\otimes n}$ 表示极化码的生成矩阵。 \mathbf{u}_1^N 由信息比特和固定比特两部分构成。根据信道极化现象, 选取信

道容量较大的前 K 个信道传输信息比特。 Λ 表示传输信息比特的信道序号的集合, Λ^c 表示传输固定比特的信道序号的集合, 固定比特取全零序列。

根据极化码的结构, 可以得到式(2):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{1,o}^N &= (\mathbf{u}_1^{N/2} \mathbf{B}_{N/2} \mathbf{F}_2^{\otimes n-1}) \oplus (\mathbf{u}_{N/2+1}^N \mathbf{B}_{N/2} \mathbf{F}_2^{\otimes n-1}) \\ \mathbf{x}_{1,e}^N &= \mathbf{u}_{N/2+1}^N \mathbf{B}_{N/2} \mathbf{F}_2^{\otimes n-1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x}_{1,o}^N = (x_1, x_3, \dots, x_{N-1})$ 表示 \mathbf{x}_1^N 的奇数项, $\mathbf{x}_{1,e}^N = (x_2, x_4, \dots, x_N)$ 表示 \mathbf{x}_1^N 的偶数项。极化码编码后采用二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)的调制方式, 所有调制比特并行经过加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)信道。接收机接收到的软比特序列 $\mathbf{y}_1^N = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ 为

$$\mathbf{y}_1^N = (1 - 2 \cdot \mathbf{x}_1^N) + \mathbf{n}_1^N \quad (3)$$

其中, $\mathbf{n}_1^N = (n_1, n_2, \dots, n_N)$ 表示等效 AWGN 序列。定义第 i 个极化信道的信道转移概率为 $W_N^{(i)}$ ($1 \leq i \leq N$), 当采用串行抵消译码算法(Successive Cancellation, SC)时, 第 i 个比特的对数似然比率(Log-Likelihood Ratio, LLR)可表示为

$$L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{(i)}) = \frac{W_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{(i-1)} | u_i = 0)}{W_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{(i-1)} | u_i = 1)} \quad (4)$$

其中, $\hat{\mathbf{u}}_1^{(i-1)} = (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_{i-1})$ 是对 $\mathbf{u}_1^{(i-1)}$ 估计得到的传输比特序列。

$\hat{\mathbf{u}}_1^{(i)}$ 可通过式(5)计算得到

$$\hat{u}_i = \begin{cases} u_i, & i \in \Lambda \\ h_i(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{N-1}), & i \in \Lambda^c \end{cases} \quad (5)$$

其中, $h_i(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{N-1})$ 的表达式如式(6):

$$h_i(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{N-1}) = \begin{cases} 0, & L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{(i)}) \geq 0 \\ 1, & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

当编码后的码长足够大时, Arikan^[4]提出的 SC 译码算法在理论上能够达到香农限, 该译码算法目前在软硬件上均能得到较好实现^[12,13]。然而, 在实际系统中, 码长一般都是有限的。串行抵消列表^[6](Successive Cancellation List, SCL)译码算法和 CRC 辅助的 SCL(CRC Aided-SCL, CA-SCL)译码算法能够进一步提升系统性能^[5,6]。由于本文的研究重点是极化码与 HARQ 结合的重传方案, 故本文采用传统的 SC(Successive Cancellation)译码算法。

3 极化码的重传方案

图 1 表示极化码与 HARQ 结合的传输方案框图。HARQ 重传机制表述如下: 第 1 次发送时, 发

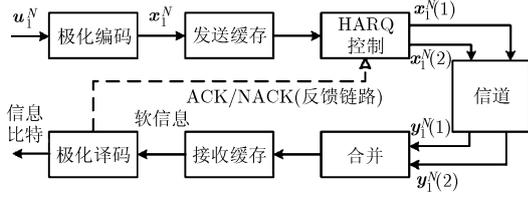


图 1 极化码与 HARQ 结合传输方案框图

送比特序列为编码后的比特序列。在接收端，译码器将接收到的软信息序列译码得到译码序列。CRC 比特用来验证译码后的比特序列是否正确。如果正确，接收机发送一个确认信号(ACKnowledgement, ACK)给发射机表明接收到的序列已被正确接收，不再需要重传。反之，接收机发送一个非确认信号(Negative ACKnowledgement, NACK)给发射机，发射机接收到 NACK 后，再次发送比特序列给接收机。接收机将第 1 次接收到的软信息序列和第 2 次接收到的软信息序列结合进行译码，得到译码后的信息序列。重复该过程，直到发射机接收到 ACK 信号达到重传次数上限 T 。

本文选取均值为 0、方差为 σ^2 的 AWGN 信道作为传输信道。在传统的 HARQ-CC 的传输方案中，发射机接收到 NACK 后，重传序列与原始编码后的序列 x_1^N 一致。接收机计算接收序列 y_1^N 的 LLR，然后将第 1 次接收计算得到的 LLR 和第 2 次接收到的 LLR 合并。一次重传后，接收机合并得到等效于原始编码后的序列 x_1^N 经过均值为 0、方差为 $\sigma^2/2$ 的 AWGN 信道后的 LLR。HARQ-CC 二次重传方案相当于使经过编码后的序列所通过的信道的噪声功率降低为原来的 1/2。

当传输次数为 2(重传了 1 次)时，与传输次数为 1 相比，HARQ-CC 传输方案的合并增益为 3.0 dB。合并增益随着传输次数的增加而增加。

文献[10]第 1 次提出了极化码与 HARQ-IR 结合的传输方案。与 HARQ-CC 相比，HARQ-IR 可以通过额外的编码增益获得更好的性能。文献[10]所提的传输方案发射机接收到 NACK 后，选取最容易出错的比特经信道编码重传。由于每次都需要重新计算最容易出错的信道，并且在发送端还需进行凿孔和重新编码^[14,15]，所以 HARQ-IR 的编译码复杂度较高，并不适用于物联网应用的短数据包场景。

4 改进的极化码与 HARQ 结合的重传方案

为进一步提升极化码与 HARQ 结合的重传方案的性能，并且降低编译码复杂度，本小节在 HARQ-CC 的基础上提出了改进型极化码 HARQ 传输方案，该传输方案性能优于 HARQ-CC、结构简单，适用于短数据包的物联网场景。

4.1 极化码分解

图 2 为码长 $2N$ 的极化码编码器框图，码长为 $2N$ 的极化码可以分解成两个码长为 N 的极化码编码器。极化码编码器是递归的编码结构，可以将 (u_1, u_2, \dots, u_N) 经过码长为 N 的编码器后得到 $(v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots, v_N^{(1)})$ ，码长为 N 的极化码编码器可以用 $N \times N$ 的极化矩阵 $G_N = B_N F_2^{\otimes n}$ 表示。未编码的序列 $(u_{N+1}, u_{N+2}, \dots, u_{2N})$ 经过相同的码长为 N 的极化码编码器，得到编码后的序列 $(v_1^{(2)}, v_2^{(2)}, \dots, v_N^{(2)})$ 。码长为 $2N$ 极化码编码后的序列可以由 $(v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots, v_N^{(1)})$ 和 $(v_1^{(2)}, v_2^{(2)}, \dots, v_N^{(2)})$ 的线性组合得到，可由式(7)表示。

$$\left. \begin{aligned} x_{2i-1} &= v_i^{(1)} \oplus v_i^{(2)} \\ x_{2i} &= v_i^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中， $1 \leq i \leq N$ 。

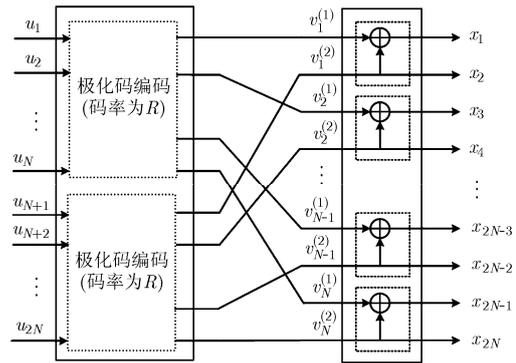


图 2 极化码传输方案框图

4.2 极化信道的可靠性估计

由于采用的信道为 AWGN 信道，所以需要计算 AWGN 信道的可靠性，本小节将主要介绍极化信道可靠性估计中的高斯近似算法，本文仿真实验均采用高斯近似算法。对 N 个独立的并行信道 W 进行信道极化后，可以得到极化信道 $W_N^{(i)}$ ，其中 $i = 1, 2, \dots, N$ 。对于一个二进制离散无记忆信道(Binary Discrete Memoryless Channel, B-DMC) W ，定义 $a(z)$ 为随机变量的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)，假设发送的比特全为零时，变量节点比特差错概率为

$$P_e(W) = \int_{-\infty}^0 a(z) dz \quad (8)$$

定义 $a_N^{(i)}$ 为信道 $W_N^{(i)}$ 的概率密度函数。根据密度进化的理论(Density Evolution, DE)^[16]，信道 $W_N^{(i)}$ 的可靠性可由式(8)决定。将 $a_N^{(i)}$ 按照升序排列，用 $b_N^{(i)}$ 保存

$a_N^{(i)}$ 升序的序号。下标 i 在集合 $\{1, 2, \dots, K\}$ 中的 $b_N^{(i)}$ 对应的信道用来传输信息比特，剩下的用来传输零比特。

由于 DE 算法计算信道可靠性的复杂度较大，为降低复杂度，可以采用高斯近似算法来计算信道的可靠性^[16]。高斯近似中将密度进化中 LLR 的概率密度函数用方差为均值两倍的高斯分布近似，从而简化算法。对应 AWGN 信道而言， $a_N^{(i)} \sim N\left(\frac{2}{\sigma^2}, \frac{4}{\sigma^2}\right)$ 表示当传输比特全为零时的概率密度函数，其中， $\sigma^2 = 2m$ ， m 和 σ^2 分别表示高斯分布的均值和方差。以 m 为唯一变量，设 $a_N^{(i)}$ 可用 $N(m_N^{(i)}, 2m_N^{(i)})$ 表示。可靠性度量^[17]可由式(9)-式(11)计算得到

$$m_{2N}^{(2i-1)} = \varphi^{-1}\left(1 - \left[1 - \varphi\left(m_N^{(i)}\right)\right]^2\right) \quad (9)$$

$$m_{2N}^{(2i)} = 2m_N^{(i)} \quad (10)$$

$$m_1^{(1)} = 2/\sigma^2 \quad (11)$$

其中，

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi x}} \int_{-\infty}^{\infty} \tanh \frac{u}{2} \exp\left(-\frac{(u-x)^2}{4x}\right) du, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

$\varphi^{-1}(x)$ 表示 $\varphi(x)$ 的反函数。在区间 $[0, \infty)$ 内， $\varphi(x)$ 为连续的单调递减的函数，并且满足 $\varphi(0) = 1$ 和 $\varphi(\infty) = 0$ 。当得到 $m_N^{(i)}$ 后，信道 $W_N^{(i)}$ 的可靠性度量 $P_e(W_N^{(i)})$ 可以表示为

$$P_e(W_N^{(i)}) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{2\sqrt{\pi m_N^{(i)}}} \exp\left(-\frac{(x - m_N^{(i)})^2}{4m_N^{(i)}}\right) dx \quad (12)$$

选择信道时，以可靠性度量为指标，选择信道容量大(出错概率小)的信道用来传输信息比特。

4.3 算法描述

假设第 1 次传输时编码码长为 N 、码率 $R = 1/2$ ，用 $\{g_{N/2}^{(i)}\}$ 表示 $N/2$ 个最可靠信道的信道序号的集合，其中 $i \in \{1, 2, \dots, N/2\}$ (本小节中若无特殊说明， i 的取值均满足该条件)，同时 $d_{N/2}^{(i)} = g_{N/2}^{(i)} + N$ 。在信道 $\{g_{N/2}^{(i)}\}$ 中传输 $N/2$ 个信息比特，其余信道传输 $N/2$ 个全零序列，得到待编码的序列 $\mathbf{u}_1^N = \{u_N^{(1)}, u_N^{(2)}, \dots, u_N^{(N)}\}$ 。第 1 次传输结束后，接收机对接收序列译码，若 CRC 校验正确，则不需要重传，整个传输过程结束。考虑有重传的情况(CRC 校验错误，发射机接收到 NACK)，以码长为 $2N$ 、码率 $R = 1/4$ 的极化码构造重传序列。 $W_{2N}^{(i)}$ 表示码长为 $2N$ 的极化码的信道，根据可靠性度量值 $P_e(W_N^{(i)})$

的大小，选择 $N/2$ 个最可靠的信道传输信息比特。用 $\{c_{N/2}^{(i)}\}$ 表示 $N/2$ 个最可靠信道的信道序号的集合。定义 n 为集合 $\{c_{N/2}^{(i)}\}$ 和 $\{d_{N/2}^{(i)}\}$ 中不同元素的个数， q 为集合 $\{c_{N/2}^{(i)}\}$ 中小于等于 N 的元素个数。然后，将第 1 次传输信道 $\{g_{N/2}^{(i)}\}$ 上的未编码的信息比特复制到码长 $2N$ 极化码的信道 $\{d_{N/2}^{(i)}\}$ 上。

A 为 $\{c_{N/2}^{(i)}\}$ 中与 $\{d_{N/2}^{(i)}\}$ 不相同元素按升序排列的序列。 B 为 $\{d_{N/2}^{(i)}\}$ 中与 $\{c_{N/2}^{(i)}\}$ 不相同元素按升序排列的序列。序列 B 中元素的值减 N 可得相应序列 C 。 \mathbf{u}_1^{2N} 在信道 $A(j)$ 上传输的比特等于 \mathbf{u}_1^N 在信道 $C(j)$ 上传输的比特，其中 $j = 1, 2, \dots, q$ 。取 \mathbf{u}_1^{2N} 的前 N 个比特得到 \mathbf{s}_1^N 。 \mathbf{s}_1^N 经过极化码编码器后与第 1 次传输编码后的比特对应位置模 2 加，得到第 2 次传输的序列。我们所提出的 HARQ 方案，其根本理论基础建立于 $q = n$ 之上。具体算法流程由表 1 的算法 1 表示。

以 $N = 16$ 为例，通过计算可得 $\{g_{N/2}^{(i)}\} = \{8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$ ， $\{c_{N/2}^{(i)}\} = \{16, 24, 27, 28, 29, 30, 31, 32\}$ ， $d_{N/2}^{(i)} = \{24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32\}$ ， $q = n = 1$ ， $A = \{16\}$ ， $B = \{24\}$ ， $C = \{8\}$ 。

表 1 重传序列计算流程

算法 1 重传序列计算方法

输入：极化码码长 N ；

待编码序列 \mathbf{u}_1^N ；

第 1 次传输极化编码序列 $\mathbf{x}_1^N(1) = \mathbf{u}_1^N \mathbf{G}_N$ ；

\mathbf{u}_1^N 中信息比特传输信道序号集合 $\{g_{N/2}^{(i)}\}$ ；

输出：重传序列 $\mathbf{x}_1^N(2)$ ；

(1) 计算码长为 $2N$ 的极化码信息比特传输信道序号集合 $\{c_{N/2}^{(i)}\}$ ；

(2) for $j \leftarrow 1: N/2$ do

(3) $d_{N/2}^{(j)} \leftarrow g_{N/2}^{(j)} + N$ ；

(4) $u_{2N}^{(d_{N/2}^{(j)})} \leftarrow u_N^{(g_{N/2}^{(j)})}$ ；

(5) end for

(6) $A \leftarrow$ 找寻 $\{c_{N/2}^{(i)}\}$ 中与 $\{d_{N/2}^{(j)}\}$ 不相同的元素，并按升序排列；

(7) $B \leftarrow$ 找寻 $\{d_{N/2}^{(j)}\}$ 中与 $\{c_{N/2}^{(i)}\}$ 不相同的元素，并按升序排列；

(8) for $j \leftarrow 1: m$ do

(9) $C(j) \leftarrow B(j) - N$ ；

(10) $u_{2N}^{(A(j))} \leftarrow u_N^{(C(j))}$ ；

(11) end for

(12) $\mathbf{s}_1^N \leftarrow$ 选取 \mathbf{u}_1^{2N} 的前 N 个比特；

(13) $\mathbf{x}_1^N(2) \leftarrow \mathbf{s}_1^N \mathbf{G}_N \oplus \mathbf{x}_1^N(1)$ ；

(14) return $\mathbf{x}_1^N(2)$

在接收端,接收机第1次接收到的序列为 $\mathbf{y}_1^N(1)$ $= (y_N^{(1)}(1), y_N^{(2)}(1), \dots, y_N^{(N)}(1))$, 采用 SC 译码算法对序列 $\mathbf{y}_1^N(1)$ 译码, 译码后判断 CRC 的值, 若 CRC 错误, 则发射机需重传, 采用算法 1 计算得到重传序列 $\mathbf{x}_1^N(2)$, 重传序列经过 AWGN 信道, 接收机第 2 次接收到的序列为 $\mathbf{y}_1^N(2) = (y_N^{(1)}(2), y_N^{(2)}(2), \dots, y_N^{(N)}(2))$ 。将第 1 次接收序列 $\mathbf{y}_1^N(1)$ 和第 2 次接收序列 $\mathbf{y}_1^N(2)$ 线性组合, 得到 $\mathbf{y}_1^{2N} = (y_N^{(1)}(2), y_N^{(1)}(1), y_N^{(2)}(2), y_N^{(2)}(1), \dots, y_N^{(N)}(2), y_N^{(N)}(1))$ 。将 \mathbf{y}_1^{2N} 视作码长为 $2N$ 的极化码, 采用 SC 译码算法译码。由算法 1 可得, 译码时集合 A 与集合 B 对应信道上的原始信息比特相同, 只需译码一次即可。

5 仿真结果

本节将通过仿真比较改进型极化码与 HARQ 结合方案与 HARQ-CC 在 AWGN 信道中的误块率 (Block Error Ratio, BLER) 性能。仿真采用 BPSK 的调制方式, 极化码译码采用 SC 译码算法。信道可靠性度量采样高斯近似的算法计算得到^[16,18], 如式(8)所示。假设改进型极化码与 HARQ 结合方案和 HARQ-CC 的最大重传次数 T 相同, 且 $T = 1$, 即最多重传 1 次, 仿真包数为 10^6 , 仿真结果如图 3 和图 4 所示, 以 BLER 等于 10^{-4} 为性能衡量标准。

在第 1 个仿真中, 我们采用的极化码的码长 $N = 32$, 码率 $R = 1/2$ 。图 3 中, 黑色带□线表示 $(N, K) = (32, 16)$ 的极化码 SC 译码器的 BLER 性能, 即第 1 次传输接收机的 BLER 性能。由于 HARQ 机制, 当第 1 次传输 CRC 校验失败后, 需要再次传输, HARQ-CC 将两次接收序列合并, 能够获得 3.0 dB 合并增益, BLER 性能曲线为带△线。然而本章所提的极化码与 HARQ 结合的重传方案能够在获

得合并增益的同时还能够获得 0.7 dB 左右的编码增益, 性能曲线为带☆线, 该方案重传后的 BLER 性能曲线与码长为 64、码率为 1/4 几乎重合。

在第 2 个仿真中, 采用的极化码的码长 $N = 128$, 码率 $R = 1/2$ 。图 4 中, 黑色带□线表示 $(N, K) = (128, 64)$ 的极化码 SC 译码器的 BLER 性能。带△线表示 HARQ-CC 重传后的性能。带☆线表示本文所提的极化码与 HARQ 结合的重传方案的 BLER 性能。本文所提方案优于 HARQ-CC, 编码增益为 0.7 dB 左右, BLER 性能与 $(N, K) = (256, 64)$ 的极化码几乎一致。

表 2, 表 3 分别表示码长 $N = 32$, 码率 $R = 1/2$ 和码长 $N = 128$, 码率 $R = 1/2$ 时, 改进型极化码与 HARQ 结合传输方案在 AWGN 信道下平均传输次数, 其结果可根据图 3, 图 4 的原始极化码的 BLER 仿真结果获得, 即其误码率。在相同码长和码率条件下, 平均二次重传次数实际上和传统极化码的 BLER 是一致的, 都呈现“瀑布”形。在高 SNR 条件下, 其重传次数不断减小。若采用 SCL 译码算法, 相比于 SC 译码算法, 将会有更低的重传率。拓展到二次以上重传通信场景下, 我们所提出的重传方案相比于一般重传方案的重传次数将会减少。

对于码率为 1/4 的极化码, 其编译码需要 $O(2N \log N)$ 的复杂度, 本文所提的重传方案在达到码率为 1/4 的极化码性能的同时, 其编译码复杂度将有所降低。假设在实际通信系统中的重传率为 1%, 容易验证本文提出的极化码与 HARQ 结合方案的复杂度仅为 1/4 码率的极化码的 50%。除此之外, 相比于 1/4 码率的极化码, 本文所提方案在初次重传时能够实现更高的码率, 即其实际传输码率略低于 1/2。

6 结束语

本文基于极化码提出了改进型极化码与 HARQ

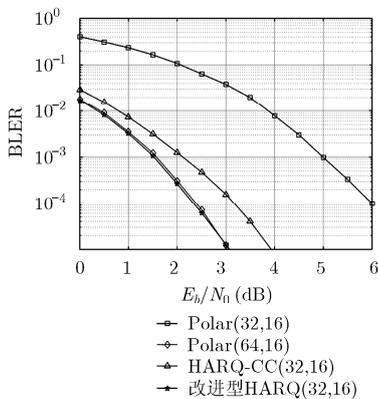


图 3 极化码与 HARQ 结合的重传方案与 HARQ-CC 比较, 码长为 32, 码率为 1/2

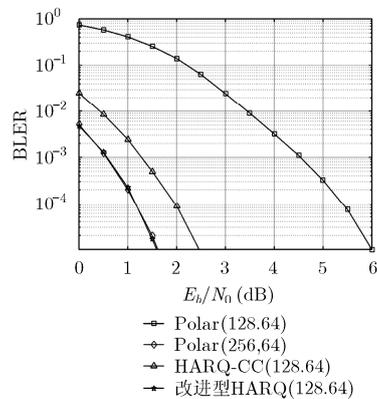


图 4 极化码与 HARQ 结合的重传方案与 HARQ-CC 比较, 码长为 128, 码率为 1/2

表 2 码长 $N = 32$ ，码率 $R = 1/2$ 时，改进型极化码与 HARQ 结合方案在 AWGN 信道下平均传输次数

SNR(dB)	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
平均传输次数	1.1078	1.0641	1.0380	1.0198	1.0078	1.0030	1.0099	1.0033	1.0001

表 3 码长 $N = 128$ ，码率 $R = 1/2$ 时，改进型极化码与 HARQ 结合方案在 AWGN 信道下平均传输次数

SNR(dB)	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
平均传输次数	1.1408	1.0634	1.0244	1.0091	1.0032	1.0011	1.0003	1.0001	1.0000

结合的重传方案。重传序列可以由新的未编码序列与第 1 次编码后的序列简单运算得到。重传后的序列与第 1 次传输的序列可以组合成新的具有更低码率的极化码。合并编码增益可以通过译码该低码率的极化码得到。当码长较短 ($N \leq 1024$) 时，与 HARQ-CC 相比，本文所提重传方案能够获得 0.7 dB 左右的编码增益。由于算法 1 简单高效、复杂度低，本文所提重传方案比 HARQ-CC 和 HARQ-IR 更加适用于物联网应用的短数据包场景。受信道选择所限，本文所提重传方案的重传次数有限。未来工作将以该方案为基础，进一步研究极化码与 HARQ 结合的传输方案。

参 考 文 献

- [1] GUBBI J, BUYYA R, and MARUSIC S. Internet of Things (IoT): A vision, architectural elements, and future directions [J]. *Future Generation Computer Systems*, 2013, 29(7): 1645–1660. doi: 10.1016/j.future.2013.01.010.
- [2] ARIKAN E and TELATAR E. On the rate of channel polarization[C]. Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory, Seoul, Korea, 2009, 1493–1495.
- [3] KORADA S B, SASOGLU E, and URBANKE R. Polar codes: Characterization of exponent, bounds, and constructions[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(12): 6253–6264. doi: 10.1109/TIT.2010.2080990.
- [4] ARIKAN E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(7): 3051–3073. doi: 10.1109/TIT.2009.2021379.
- [5] NIU K and CHEN K. CRC-aided decoding of polar codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(10): 1668–1671. doi: 10.1109/LCOMM.2012.090312.121501.
- [6] TAL I and VARDY A. List decoding of polar codes[C]. Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings, Saint-Petersburg, Russia, 2011: 1–5.
- [7] NIU K, CHEN K, LIN J R, et al. Polar codes: Primary concepts and practical decoding algorithms[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(7): 192–203. doi: 10.1109/MCOM.2014.6852102.
- [8] FRENGER P, PARKVALL S, and DAHLMAN E. Performance comparison of HARQ with chase combining and incremental redundancy for HSDPA[C]. Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference, Atlantic City, USA, 2001: 1829–1833.
- [9] CHEN K, NIU K, HE Z Q, et al. Polar coded HARQ scheme with Chase combining[C]. Proceedings of IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Istanbul, Turkey, 2014: 474–479.
- [10] CHEN K, NIU K, and LIN J R. A Hybrid ARQ scheme based on polar codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(10): 1996–1999. doi: 10.1109/LCOMM.2013.090213.131670.
- [11] SABER H and MARSLAND I. An incremental redundancy hybrid ARQ via puncturing and extending of polar codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2015, 63(11): 3964–3973. doi: 10.1109/TCOMM.2015.2477082.
- [12] GAL B L, LEROUX C, and JEGO C. Multi-gb/s software decoding of polar codes[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(2): 349–359. doi: 10.1109/TSP.2014.2371781.
- [13] RAYMOND A J and GROSS W J. A scalable successive-cancellation decoder for polar codes[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(20): 5339–5347. doi: 10.1109/TSP.2014.2347262.
- [14] ZHANG L, ZHANG Z Y, WANG X B, et al. On the puncturing patterns for punctured polar codes[C]. IEEE International Symposium on Information Theory, Honolulu, USA, 2014: 121–125.
- [15] SHIN D M, LIM S C, and YANG K. Design of length-compatible polar codes based on the reduction of polarizing matrices[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(7): 2593–2599. doi: 10.1109/TCOMM.2013.052013.120543.
- [16] TRIFONOV P. Efficient design and decoding of polar codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2012, 60(11): 3221–3227. doi: 10.1109/TCOMM.2012.081512.110872.
- [17] CHUNG S Y, RICHARDSON T J, and URBANKE R L. Analysis of sumproduct decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(2): 657–670. doi: 10.1109/18.910580.
- [18] MORI R and TANAKA T. Performance of polar codes with the construction using density evolution[J]. *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(7): 519–521. doi: 10.1109/LCOMM.2009.090428.

朱鸿斌：男，1991年生，博士生，研究方向为非线性系统、大数据系统、信道编码。
 戴胜辰：男，1988年生，博士生，研究方向为调制解调与编译码算法。
 康凯：男，1977年生，高级工程师，研究方向为5G与Wi-Fi的基带算法。
 钱骅：男，1976年生，研究员，研究方向为无线通信系统的物理层算法的研究与实现、系统模拟前段和基带数字系统的综合性能的优化和射频功率放大器的数字预失真线性化算法和实现。